AHLV101 - Guide d'onde à sortie anéchoïque

Résumé :

Un guide d'onde rectiligne à sortie anéchoïque, à parois rigides, dont le milieu de propagation est de l'air "normal", est excité par une onde incidente harmonique, normale à la face d'entrée. On calcule le champ de pression acoustique de la réponse harmonique en utilisant la formulation élasto-acoustique en pression-déplacement-potentiel des déplacements.

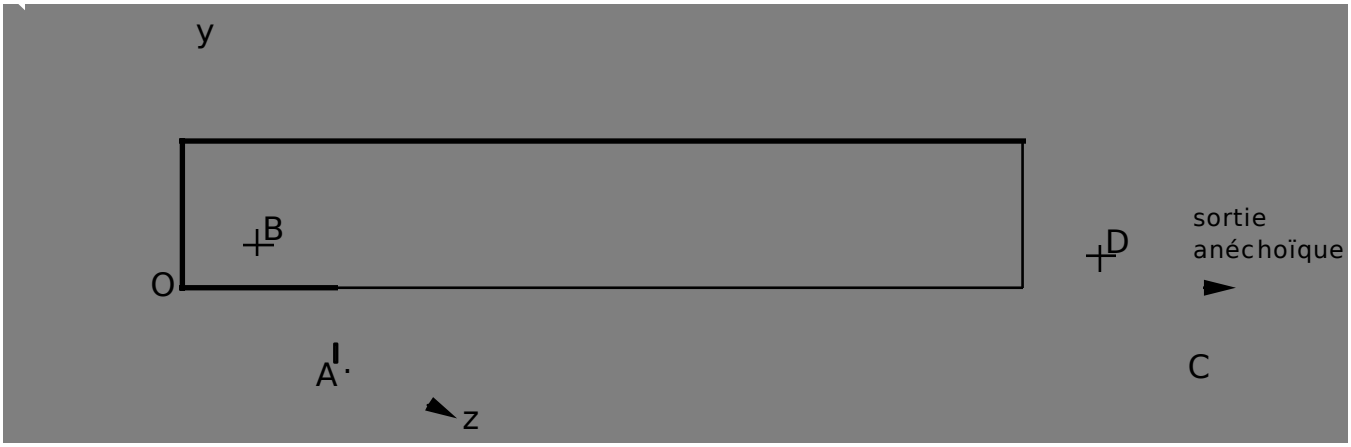
Les tests concernent six modélisations différentes (éléments finis élasto-acoustiques tridimensionnels, bidimensionnels et axisymétriques), ils permettent de valider les matrices de rigidité, de masse, d'impédance et du vecteur source pour les six modélisations. Les trois premières sont pour `FORMULATION='U_P_PHI'`, les trois suivantes pour `FORMULATION='U_P'` et les trois dernières pour `FORMULATION='U_PSI'`.

Le résultat de référence provient d'un calcul analytique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



Tube à section rectangulaire :

longueur : $L = l_x = 1.0\,m$
hauteur : $h = l_y = 0.1\,m$
largeur : $l = l_z = 0.2\,m$

Coordonnées des points (en m) :

	A	B	C	D
x	0.	0.	1.00	1.00
y	0.	0.05	0.	0.05
z	0.20	0.10	0.20	0.10

1.2 Propriétés des matériaux

Air :

$\rho = 1.3\,kg.m^{-3}$
$c = 343.\,m.s^{-1}$

1.3 Conditions aux limites et chargement

Pression d'onde incidente normale à l'entrée $P_i = P_0 * e^{i\omega t}$ Avec $P_0 = 1.0\,Pa$

Fréquence $f = 500\,Hz$

Impédance à l'extrémité CD $Z = \rho c = 445.9\,kg.m^{-2}s^{-1}$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Les fréquences de l'excitation sont assez basses et conjointement le guide d'onde est suffisamment long par rapport à ses dimensions latérales pour qu'on se limite aux ondes planes : le phénomène est alors identique en tous points d'un plan d'onde, c'est-à-dire ne dépend pas des coordonnées décrivant les points de ce plan, y et z par exemple.

On donne dans cette hypothèse la solution générale bien connue des équations de l'acoustique pour les deux grandeurs **pression** p et **vitesse acoustique** v :

$$v=f\left(t-\frac{x}{c}\right)+g\left(t+\frac{x}{c}\right) \tag{1}$$

Et :

$$p=\rho c\left[f\left(t-\frac{x}{c}\right)-g\left(t+\frac{x}{c}\right)\right] \tag{2}$$

Le guide est supposé fermé à l'extrémité d'abscisse L sur une impédance Z_L ; il se produit une réflexion au niveau de cette impédance, ce qui donne une onde de retour g.

En chaque point du guide, il y a alors superposition des deux fonctions f et g ; par définition même l'impédance terminale Z_L impose au point d'abscisse L, entre p et v la relation suivante :

$$\frac{p_L}{v_L}=Z_L \tag{3}$$

Dans le cas harmonique f et g s'écrivent :

$$\begin{aligned} f\left(t-\frac{x}{c}\right)&=I\,e^{i\omega\left(t-\frac{x}{c}\right)}\\ g\left(t+\frac{x}{c}\right)&=R\,e^{i\omega\left(t+\frac{x}{c}\right)}\end{aligned} \tag{4}$$

où I et R sont déterminés par les conditions aux limites.

Dans le calcul de l'impédance $Z=\frac{p}{v}$ en tout point x la variable temps cette fois s'élimine, conformément au calcul même des impédances et s'écrit :

$$Z(x)=Z_0\frac{I\,e^{-i\omega\frac{x}{c}}-R\,e^{i\omega\frac{x}{c}}}{I\,e^{-i\omega\frac{x}{c}}+R\,e^{i\omega\frac{x}{c}}} \tag{5}$$

L'impédance terminale devient :

$$Z_L=Z_0\frac{I\,e^{-i\omega\frac{L}{c}}-R\,e^{i\omega\frac{L}{c}}}{I\,e^{-i\omega\frac{L}{c}}+R\,e^{i\omega\frac{L}{c}}} \tag{6}$$

On appelle $Z_0=\rho c$ l'impédance itérative.

Sur la frontière fluide à l'entrée du guide la condition limite de type onde incidente imposée à $P_i=P_0e^{i\omega t}$, s'obtient en écrivant à la frontière la relation linéaire suivante :

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$$p-\rho c v_n = P_i \tag{7}$$

où $v_n = \boldsymbol{v}.\boldsymbol{n}$ est la vitesse suivant la normale unitaire $\boldsymbol{n}$ **sortante** du fluide.

On impose de plus à la sortie du guide une valeur d'impédance terminale $Z_L = Z_0$ qui en fait une extrémité anéchoïque.

L'impédance terminale est égale à l'impédance itérative Z_0 quand $R=0$, c'est-à-dire quand il n'y a pas d'onde de retour ; on a alors une onde **progressive** pure dans le sens de l'onde incidente, soit :

$$\begin{aligned} v &= I\, e^{i\omega\left(t-\frac{x}{c}\right)} \\ p &= \rho c I\, e^{i\omega\left(t-\frac{x}{c}\right)} \end{aligned} \tag{8}$$

Ainsi la relation d'onde incidente imposée (7) s'écrit :

$$p-\rho c v_n = p(x=0)+\rho c v(x=0) = 2\rho c I\, e^{i\omega t} \tag{9}$$

d'où on identifie $2\rho c I e^{i\omega t} = P_i$; on en déduit l'expression de l'onde **progressive** de pression dans le guide lorsqu'on impose P_i à l'entrée du guide :

$$p = \frac{P_i}{2} e^{-i\omega\frac{x}{c}} = \frac{P_0}{2} e^{i\omega\left(t-\frac{x}{c}\right)} \tag{10}$$

2.2 Résultats de référence

Pression aux points A, B, C, D (pour les modélisations A, B, C, D, E et F).

2.3 Incertitude sur la solution

Solution analytique.

2.4 Références bibliographiques

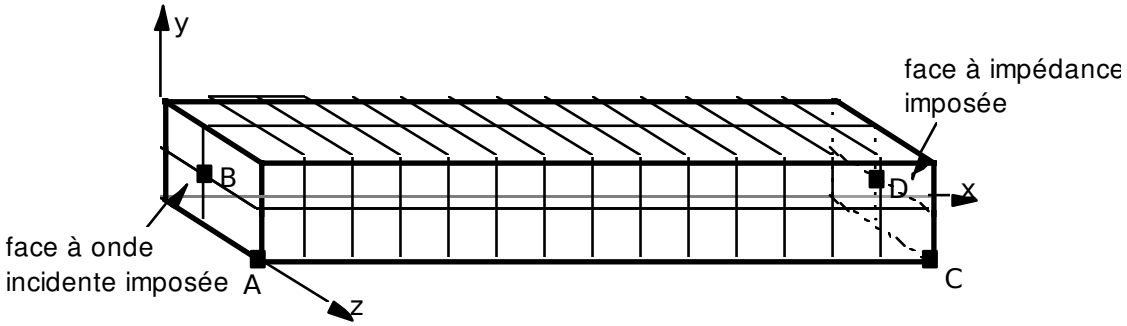
1. F. STIFKENS "Introduction dans le *Code_Aster* de condition limite de type onde incidente en vibro-acoustique - Rapport HP-61/95/026/

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Formulation pression-potentiel (u, p, ϕ) sur des éléments '3D_FLUIDE'. L'impédance de sortie est définie par un modèle 3D_FLUI_ABSO appliqué (option IMPE_MECA) sur le GROUP_MA='SORTIE'.



Condition limite:

```
ONDE_FLUI:    (GROUP_MA ='Entrée', PRES=1.0  )
```

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds :	471
Nombre de mailles et types :	60 HEXA20

3.3 Valeurs testées

Localisation	Grandeurs	Référence	PRECISION
A	p (réel)	0.5	1.0E-3
	p (imag)	0.0	
B	p (réel)	0.5	1.0E-3
	p (imag)	0.0	
C	p (réel)	–0.482466	1.0E-3
	p (imag)	–0.131252	
D	p (réel)	–0.482466	1.0E-3
	p (imag)	–0.131252	

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Formulation pression-potentiel (u, p, ϕ) sur des éléments '2D_FLUIDE'. L'impédance de sortie est définie par un modèle 2D_FLUI_ABSO appliqué (option IMPE_MECA) sur le GROUP_MA='SORTIE'.

Condition limite:

```
ONDE_FLUI:    (GROUP_MA ='Entrée', PRES=1.0  )
```

4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds :	12
Nombre de mailles et types :	30 QUAD8

4.3 Valeurs testées

Localisation	Grandeurs	Référence	PRECISION
A	p (réel)	0.5	1.0E-3
	p (imag)	0.0	
B	p (réel)	0.5	1.0E-3
	p (imag)	0.0	
C	p (réel)	–0.482466	1.0E-3
	p (imag)	–0.131252	
D	p (réel)	–0.482466	1.0E-3
	p (imag)	–0.131252	

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

Formulation pression-potentiel (u, p, ϕ) sur des éléments 'AXIS_FLUIDE'. L'impédance de sortie est définie par un modèle AXIS_FLUI_ABSO appliqué (option IMPE_MECA) sur le GROUP_MA='SORTIE'.

Condition limite:

```
ONDE_FLUI:    (GROUP_MA ='Entrée', PRES=1.0  )
```

5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds :	125
Nombre de mailles et types :	30 QUAD8

5.3 Valeurs testées

Localisation	Grandeurs	Référence	PRECISION
A	p (réel)	0.5	1.0E-3
	p (imag)	0.0	
B	p (réel)	0.5	1.0E-3
	p (imag)	0.0	
C	p (réel)	–0.482466	1.0E-3
	p (imag)	–0.131252	
D	p (réel)	–0.482466	1.0E-3
	p (imag)	–0.131252	

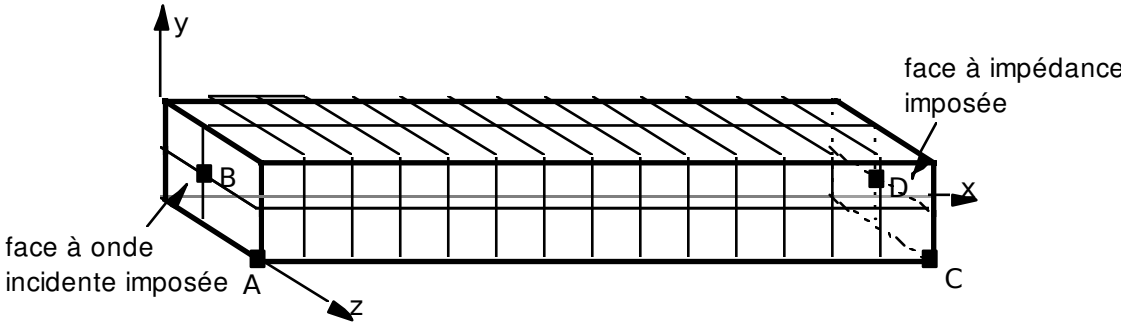
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Modélisation D

Il s'agit de la même modélisation que A mais avec FORMULATION='U_P'.

6.1 Caractéristiques de la modélisation

Formulation pression-potentiel (u, p) sur des éléments '3D_FLUIDE'. L'impédance de sortie est définie par un modèle 3D_FLUI_ABSO appliqué (option IMPE_MECA) sur le GROUP_MA='SORTIE'.



Condition limite:

```
ONDE_FLUI:    (GROUP_MA ='Entrée', PRES=1.0  )
```

6.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds :	471
Nombre de mailles et types :	60 HEXA20

6.3 Valeurs testées

Localisation	Grandeurs	Référence	PRECISION
A	p (réel)	0.5	1.0E-3
	p (imag)	0.0	
B	p (réel)	0.5	1.0E-3
	p (imag)	0.0	
C	p (réel)	–0.482466	1.0E-3
	p (imag)	–0.131252	
D	p (réel)	–0.482466	1.0E-3
	p (imag)	–0.131252	

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7 Modélisation E

Il s'agit de la même modélisation que B mais avec FORMULATION='U_P'.

7.1 Caractéristiques de la modélisation

Formulation pression-potentiel (u, p) sur des éléments '2D_FLUIDE'. L'impédance de sortie est définie par un modèle 2D_FLUI_ABSO appliqué (option IMPE_MECA) sur le GROUP_MA='SORTIE'.

Condition limite:

```
ONDE_FLUI:    (GROUP_MA ='Entrée', PRES=1.0  )
```

7.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds :	12
Nombre de mailles et types :	30 QUAD8

7.3 Valeurs testées

Localisation	Grandeurs	Référence	PRECISION
A	p (réel)	0.5	1.0E-3
	p (imag)	0.0	
B	p (réel)	0.5	1.0E-3
	p (imag)	0.0	
C	p (réel)	–0.482466	1.0E-3
	p (imag)	–0.131252	
D	p (réel)	–0.482466	1.0E-3
	p (imag)	–0.131252	

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

8 Modélisation F

Il s'agit de la même modélisation que C mais avec FORMULATION='U_P'.

8.1 Caractéristiques de la modélisation

Formulation pression-potentiel (u,p) sur des éléments 'AXIS_FLUIDE'. L'impédance de sortie est définie par un modèle AXIS_FLUI_ABSO appliqué (option IMPE_MECA) sur le GROUP_MA='SORTIE'.

Condition limite:

```
ONDE_FLUI:    (GROUP_MA ='Entrée', PRES=1.0  )
```

8.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds :	125
Nombre de mailles et types :	30 QUAD8

8.3 Valeurs testées

Localisation	Grandeurs	Référence	PRECISION
A	p (réel)	0.5	1.0E-3
	p (imag)	0.0	
B	p (réel)	0.5	1.0E-3
	p (imag)	0.0	
C	p (réel)	–0.482466	1.0E-3
	p (imag)	–0.131252	
D	p (réel)	–0.482466	1.0E-3
	p (imag)	–0.131252	

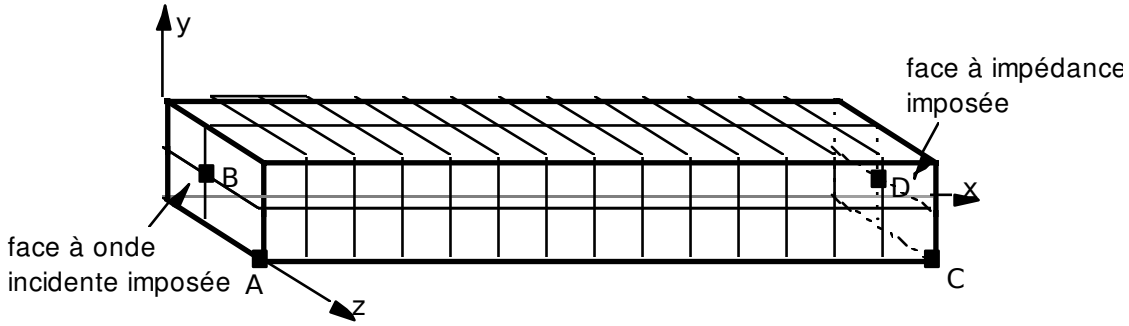
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

9 Modélisation G

Il s'agit de la même modélisation que A mais avec FORMULATION='U_PSI'.

9.1 Caractéristiques de la modélisation

Formulation pression-potentiel (u, ψ) sur des éléments '3D_FLUIDE'. L'impédance de sortie est définie par un modèle 3D_FLUI_ABSO appliqué (option IMPE_MECA) sur le GROUP_MA='SORTIE'.



Condition limite:

```
ONDE_FLUI:    (GROUP_MA ='Entrée', PRES=1.0  )
```

9.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds :	471
Nombre de mailles et types :	60 HEXA20

9.3 Valeurs testées

Localisation	Grandeurs	Référence	PRECISION
A	p (réel)	0.5	1.0E-3
	p (imag)	0.0	
B	p (réel)	0.5	1.0E-3
	p (imag)	0.0	
C	p (réel)	–0.482466	1.0E-3
	p (imag)	–0.131252	
D	p (réel)	–0.482466	1.0E-3
	p (imag)	–0.131252	

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

10 Modélisation H

Il s'agit de la même modélisation que B mais avec FORMULATION='U_PSI'.

10.1 Caractéristiques de la modélisation

Formulation pression-potentiel (u, ψ) sur des éléments '2D_FLUIDE'. L'impédance de sortie est définie par un modèle 2D_FLUI_ABSO appliqué (option IMPE_MECA) sur le GROUP_MA='SORTIE'.

Condition limite:

```
ONDE_FLUI:    (GROUP_MA ='Entrée', PRES=1.0  )
```

10.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds :	12
Nombre de mailles et types :	30 QUAD8

10.3 Valeurs testées

Localisation	Grandeurs	Référence	PRECISION
A	p (réel)	0.5	1.0E-3
	p (imag)	0.0	
B	p (réel)	0.5	1.0E-3
	p (imag)	0.0	
C	p (réel)	–0.482466	1.0E-3
	p (imag)	–0.131252	
D	p (réel)	–0.482466	1.0E-3
	p (imag)	–0.131252	

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

11 Modélisation I

Il s'agit de la même modélisation que C mais avec FORMULATION='U_PSI'.

11.1 Caractéristiques de la modélisation

Formulation pression-potentiel (u, ψ) sur des éléments 'AXIS_FLUIDE'. L'impédance de sortie est définie par un modèle AXIS_FLUI_ABSO appliqué (option IMPE_MECA) sur le GROUP_MA='SORTIE'.

Condition limite:

```
ONDE_FLUI:    (GROUP_MA ='Entrée', PRES=1.0  )
```

11.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds :	125
Nombre de mailles et types :	30 QUAD8

11.3 Valeurs testées

Localisation	Grandeurs	Référence	PRECISION
A	p (réel)	0.5	1.0E-3
	p (imag)	0.0	
B	p (réel)	0.5	1.0E-3
	p (imag)	0.0	
C	p (réel)	–0.482466	1.0E-3
	p (imag)	–0.131252	
D	p (réel)	–0.482466	1.0E-3
	p (imag)	–0.131252	

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

12 Synthèse des résultats

La discrétisation est forte puisqu'elle est d'environ 45 nœuds par longueur d'onde. C'est pourquoi nous obtenons des résultats d'une précision élevée : la pression calculée au point le moins favorable diffère de la valeur théorique de moins de 1%, et ce pour les trois formulations: (u,p), (u,p,ϕ) et (u,ψ).

Il faut noter aussi que toutes les modélisations utilisées donnent des résultats identiques.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)