ADLV101 - Modes de ballottement et acoustiques d'une cuve parallélépipédique remplie d'eau

Résumé :

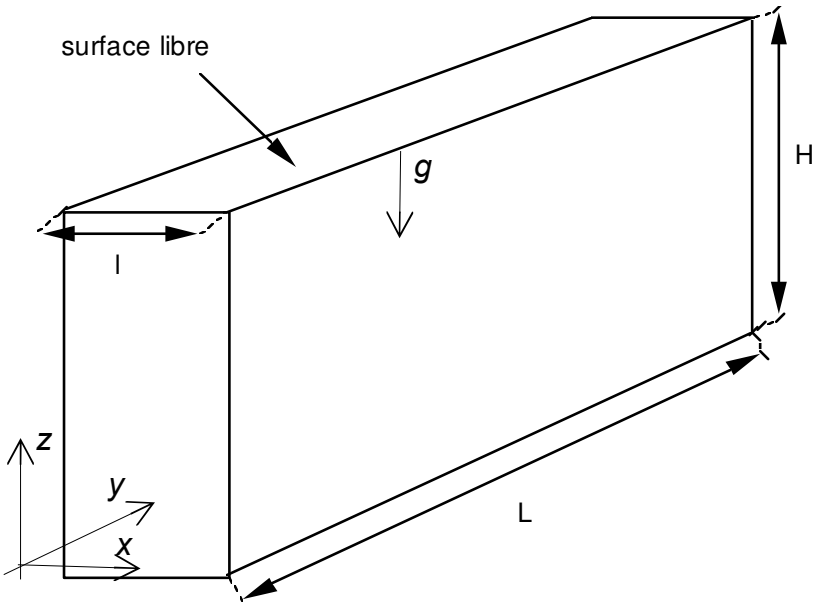
Ce test, du domaine acoustique et fluide, porte sur la recherche des fréquences propres d'un domaine fluide compressible, comprenant une surface libre, contenu dans une cuve parallélépipédique rigide. L'analyse modale détermine ainsi les premiers modes de ballottement (en présence de pesanteur) de la surface libre du fluide remplissant la cuve, puis les premiers modes acoustiques.
Les huit premières fréquences propres de ballottement sont retrouvées à moins de 1% des fréquences calculées analytiquement. Les deux premières fréquences propres acoustiques sont retrouvées à moins de 1% des fréquences calculées analytiquement.

Les modélisations proposées sont :
- modélisation A : `PHENOMENE='MECANIQUE'`, éléments de fluide (p, Φ, z) mailles linéaires ;
- modélisation B : `PHENOMENE='MECANIQUE'`, éléments de fluide (p, Φ, z) quadratiques Serendip ;
- modélisation C : `PHENOMENE='MECANIQUE'`, éléments de fluide (p, Φ, z) quadratiques ;
- modélisation D : `PHENOMENE='MECANIQUE'`, éléments de fluide (p, Φ, z) mailles linéaires ;
- modélisation E : `PHENOMENE='MECANIQUE'`, éléments de fluide (p, Φ, z) quadratiques Serendip ;
- modélisation F : `PHENOMENE='ACOUSTIQUE'`, sans ballottement, éléments linéaires.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



Dimensions de la cuve étanche et rigide :

hauteur : $H=0.3\,m$; longueur : $L=0.8\,m$; largeur : $l=0.1\,m$.

1.2 Propriétés des matériaux

Le matériau modélisé est le fluide homogène contenu dans la cuve :

- masse volumique : $\rho_c=1000\,kg/m^3$;
- célérité du son : $c=1400\,m/s$.

La pesanteur est : $g=9,81\,m/s^2$.

1.3 Conditions aux limites et chargement

Le fond et les faces latérales sont étanches et fixes. En formulation pression fluctuante + potentiel de déplacement fluctuant (P,Φ) en acoustique linéaire d'un milieu barotrope, il est d on c inutile d'imposer une quelconque condition sur ces parois. De même en formulation pression fluctuante seule. La surface libre soumise à l'action de la pesanteur est affectée d'une modélis a tion linéaire d'ondes de ballottement (de gravité) au 1 er ordre d'AIRY (ou de STOKES) via des éléments finis (P,Φ,z) . Par contre si on néglige ce phénomène, en formulation pression fluctuante + potentiel , on devra affecter sur toute la surface libre la condition aux limites : $(P,\Phi)=(0,0)$, cf. [R4.02.02] .

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

La référence [bib3] fournit la formule générale des modes de ballottement d'un domaine fluide compressible comprenant une surface libre, contenu dans un réservoir parallélépipédique à parois rigides :

$$f_{ij}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\pi\, g\sqrt{\frac{i^2}{L^2}+\frac{j^2}{l^2}}\tanh\left[\pi\, H\sqrt{\frac{i^2}{L^2}+\frac{j^2}{l^2}}\right]}$$

où i et j sont les ordres entiers des modes longitudinaux et transversaux (nombre de lignes nodales dans chaque direction horizontale). Les modes de pressions fluctuantes ont une expression de la forme :

$$p_{ij}(x,y,z)=\cos\left(i\pi\frac{2x+l}{2l}\right)\cos\left(j\pi\frac{2y+L}{2L}\right)\left(\cosh\left(\lambda_{ij}(H-z)\right)+A_{ij}\sinh\left(\lambda_{ij}(H-z)\right)\right)$$

où λ_{ij} désigne le nombre d'onde vertical vérifiant : $\lambda_{ij}H\tanh\left(\lambda_{ij}H\right)=4\pi^2 f_{ij}H/g$ et avec un coefficient vérifiant : $A_{ij}=-\tanh\left(\lambda_{ij}H\right)$. Les pressions fluctuantes de ballottement sont maximales en surface libre. La hauteur du niveau de la surface libre s'exprime par : $z_l(x,y)=p_{ij}(x,y,0)/(\rho.g)$.

Dans le cas particulier où $\frac{L}{l}$ est grand, la formule se simplifie pour les modes longitudinaux [bib1], [bib2].

La référence [bib3] fournit également la formule générale des modes acoustiques d'un domaine fluide compressible comprenant une surface libre contenu dans un réservoir parallélépipédique à parois rigides :

$$f_{ijk}=\frac{c}{2}\sqrt{\frac{i^2}{L^2}+\frac{j^2}{l^2}+\frac{(2k+1)^2}{4h^2}}$$

où i, j et k sont les ordres entiers des modes longitudinaux, transversaux et verticaux (nombre de lignes nodales dans chaque direction horizontale et la direction verticale).

2.2 Résultats de référence

Pour $L=0.8\,m$, $l=0.1\,m$ et $h=0.3\ m$ les premiers modes de ballottement ont pour fréquences :

Mode i, j	Fréquence (Hz)
1, 0	0,898252
2, 0	1,384516
3, 0	1,709525
4, 0	1,975511
5, 0	2,208850
6, 0	2,419691
7, 0	2,613567
8, 0	2,794020
0, 1	2,794020
1, 1	2,804871

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Pour $L=0.8m$, $l=0.1m$ et $h=0.3\ \ m$ les premiers modes acoustiques ont pour fréquences :

Mode i , j , k	Fréquence (Hz)
0, 0, 0 (1er mode selon z)	1166,67
1, 0, 0 (1er mode selon x)	1458,33
2, 0, 0	2103,24
3, 0, 0	2872,58
0, 0, 1	3500,00

2.3 Références bibliographiques

1) WAECKEL F., LEPOUTERE C. Note interne EDF/DER "Effet de la pesanteur sur la surface libre d'un fluide couplé à une structure", HP-61/93/139.

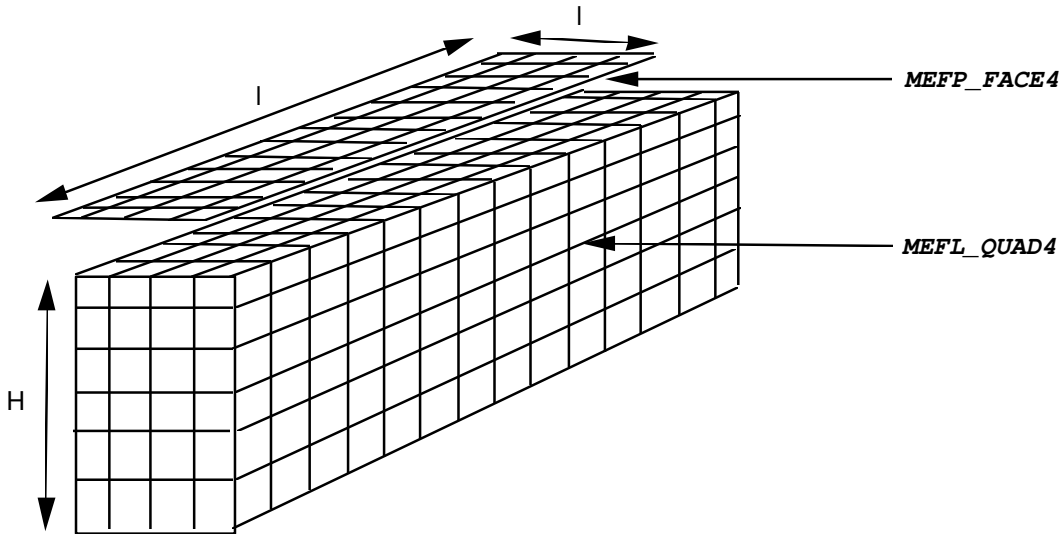
2) MUTO, KASA, NAKAHARA, ISHIDA "Experimental tests on sloshing response of a water pool with submerged blocks" - ASME, vol PVP 98, (1985).

3) BLEVINS R.D. Formulas for natural frequency and mode shape. Ed Krieger

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation



On effectue d eux variantes de modélisation :

- une modélisation (p,Φ,z) de la surface libre avec 57 éléments MEFP_FACE4 (modélisation 2D_FLUI_PESA sur le groupe de mailles MASURF) quadrangles à 4 nœuds tandis que le volume fluide est modélisé par 513 éléments de fluide (p,Φ) (modélisation 3D_FLUIDE sur le groupe de mailles MA FLUIDE) cubiques à 8 nœuds. Cette modélisation donne accès aux modes de ballottement et aux modes acoustiques ;
- une modélisation du volume fluide qui est modélisé par 513 éléments de fluide (p,Φ) (modélisation 3D_FLUIDE sur le groupe de mailles MA FLUIDE) cubiques à 8 nœuds, tandis que la surface libre (groupe de nœuds : NOSURF) est affectée d'une condition de Dirichlet : PRES=0.0 , PHI=0.0 . Cette condition de Dirichlet est effectuée successivement de deux façons : par dualisation (AFFE_CHAR_MECA(DDL_IMPO)), puis par élimination (AFFE_CHAR_CINE(MECA_IMPO)). Cette modélisation donne accès aux s euls modes acoustiques.

Dans les deux cas, aucune condition aux limites n'est affectée sur les parois latérales et le fond : il s'agit d'une condition aux limites naturelle : $\overrightarrow{\nabla} p.\vec{n}=0$.

3.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient : 513 HEXA8 ; 57 QUAD4.

3.3 Valeurs testées

Identification	Référence (Hz)
Mode de ballottement 1, 0	0.898250
Mode de ballottement 2, 0	1.38452
Mode de ballottement 3, 0	1.70952
Mode de ballottement 4, 0	1.97551
Mode de ballottement 5, 0	2.20885
Mode acoustique 0, 0, 0	1166.67
Mode acoustique 1, 0, 0	1458.33

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Cette modélisation ne diffère de la modélisation A que par le type d'élément de surface libre et par le type d'élément de fluide :

- la surface libre est modélisée par 57 éléments MEFP_FACE8 (modélisation 2D_FLUI_PESA) quadrangle à 8 nœuds,
- le volume fluide est modélisé par 513 éléments de fluide (modélisation 3D_FLUIDE) cubiques à 20 nœuds.

4.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient : 513 HEXA2 0 ; 57 QUAD8.

4.3 Valeurs testées

Identification	Référence (Hz)
Mode de ballottement 1, 0	0.898250
Mode de ballottement 2, 0	1.38452
Mode de ballottement 3, 0	1.70952
Mode de ballottement 4, 0	1.97551

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

Cette modélisation ne diffère de la modélisation A que par le type d'élément de surface libre et par le type d'élément de fluide :

- la surface libre est modélisée par 57 éléments MEFP_FACE9 (modélisation 2D_FLUI_PESA) quadrangle à 9 nœuds,
- le volume fluide est modélisé par 513 éléments de fluide (modélisation 3D_FLUIDE) cubiques à 27 nœuds.

5.2 Caractéristiques du maillage

le maillage contient : 513 HEXA27
57 QUAD9

5.3 Valeurs testées

Identification	Référence (Hz)
Mode de ballottement 1, 0	0.898250
Mode de ballottement 2, 0	1.38452
Mode de ballottement 3, 0	1.70952
Mode de ballottement 4, 0	1.97551

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Modélisation D

6.1 Caractéristiques de la modélisation

Cette modélisation diffère de la modélisation A par le type d'élément utilisé. Chaque maille de la modélisation A est coupée en deux par un plan vertical.

- la surface libre est modélisée par 114 éléments MEFP_FACE3 (modélisation 2D_FLUI_PESA) triangle à 3 nœuds,
- le volume fluide est modélisé par 1026 éléments de fluide (modélisation 3D_FLUIDE) pentaédriques à 6 nœuds.

6.2 Caractéristiques du maillage

le maillage contient : 1026 PENTA6
114 TRIA3

6.3 Valeurs testées

Identification	Référence (Hz)
Mode de ballottement 1, 0	0.898250
Mode de ballottement 2, 0	1.38452
Mode de ballottement 3, 0	1.70952
Mode de ballottement 4, 0	1.97551

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7 Modélisation E

7.1 Caractéristiques de la modélisation

Cette modélisation diffère de la modélisation B par le type d'élément utilisé. Chaque maille de la modélisation B est coupée par un plan vertical.

- la surface libre est modélisée par 114 éléments MEFP_FACE6 (modélisation 2D_FLUI_PESA) triangle à 6 nœuds,
- le volume fluide est modélisé par 1026 éléments de fluide (modélisation 3D_FLUIDE) pentaédriques à 15 nœuds.

7.2 Caractéristiques du maillage

le maillage contient : 1026 PENTA15
114 TRIA6

7.3 Valeurs testées

Identification	Référence (Hz)
Mode de ballottement 1, 0	0.898250
Mode de ballottement 2, 0	1.38452
Mode de ballottement 3, 0	1.70952
Mode de ballottement 4, 0	1.97551

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

8 Modélisation F

8.1 Caractéristiques de la modélisation

Cette modélisation repose sur des éléments finis acoustiques de degrés de liberté de pression p du PHENOMENE='ACOUSTIQUE'.

La surface libre (groupe de nœuds : NOSURF) est affectée d'une condition de Dirichlet : PRES=0.0 . Cette condition de Dirichlet est effectuée par dualisation (AFFE_CHAR_A COU (P RES _IMPO)). Cette modélisation donne accès aux s euls modes acoustiques.

8.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient : 513 HEXA8 ; 57 QUAD4.

8.3 Valeurs testées

Identification	Référence (Hz)
Mode acoustique 0 , 0, 0	1166.67
Mode acoustique 1 , 0, 0	1458.33
Mode acoustique 2 , 0, 0	2103.24
Mode acoustique 3 , 0, 0	2872.58
Mode acoustique 0 , 0, 1	3500.00

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

9 Synthèse des résultats

La modélisation A met en œuvre des éléments de fluide (p,Φ) et de surface libre pesante en formulation (p,Φ,z), sur des mailles de type HEXA8 et des éléments de surface libre de type QUAD4. Le résultat obtenu fait apparaître une erreur maximale de 1.51% par rapport à la solution analytique des fréquences propres des modes de ballottement et des modes acoustiques.

La modélisation B fait intervenir des éléments de fluide en formulation (p,Φ,z), sur des mailles de type HEXA20 et des éléments de surface libre sur des mailles QUAD8. Les résultats des fréquences propres des modes de ballottement correspondent parfaitement avec la solution analytique.

Des éléments fluide en formulation (p,Φ,z), sur des mailles de type HEXA27 et de fluide pesant de type QUAD9 sont utilisés pour la modélisation C. Les résultats des fréquences propres des modes de ballottement correspondent parfaitement avec la solution analytique.

La modélisation D permet de valider des éléments fluide en formulation (p,Φ,z), sur des mailles de type PENTA6 et des éléments de surface libre sur des mailles TRIA3. Les résultats des fréquences propres des modes de ballottement font apparaître une erreur relative de 1.479% par rapport à la solution de référence.

La modélisation E permet de valider les éléments de surface libre de type TRIA6. Ils sont connectés à des éléments de fluide sur des mailles PENTA15. Les résultats des fréquences propres des modes de ballottement correspondent parfaitement avec la solution analytique.

La modélisation F permet de valider les éléments de fluide acoustique linéaire (degrés de liberté de pression p), sur des mailles HEXA8. Il y a parfaite coïncidence des résultats avec la solution analytique (erreur maximale inférieure à 1.2% pour ce maillage).

D'une manière générale, on observe que les résultats obtenus par des éléments à interpolation quadratique (HEXA20, HEXA27) sont en excellent accord avec les résultats analytiques. Néanmoins les éléments à interpolation linéaire ont une précision acceptable sur les résultats, conforme pour ces maillages aux recommandations courantes en nombre de mailles éléments finis par longueur d'onde.

10 Description des versions du document

Version Code_Aster	Auteur(s) Organisme(s)	Description des modifications
12	*N . G reffet* EDF-R&D/AMA	Texte initial
16	*F.Voldoire* EDF-R&D/ERMES	Ajout du calcul des fréquences acoustiques dans la modélisation A. Ajout de la modélisation F (éléments de fluide acoustique).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)