FDLV110 - Calcul de masse ajoutée sur modes obtenus par sous-structuration

Résumé :

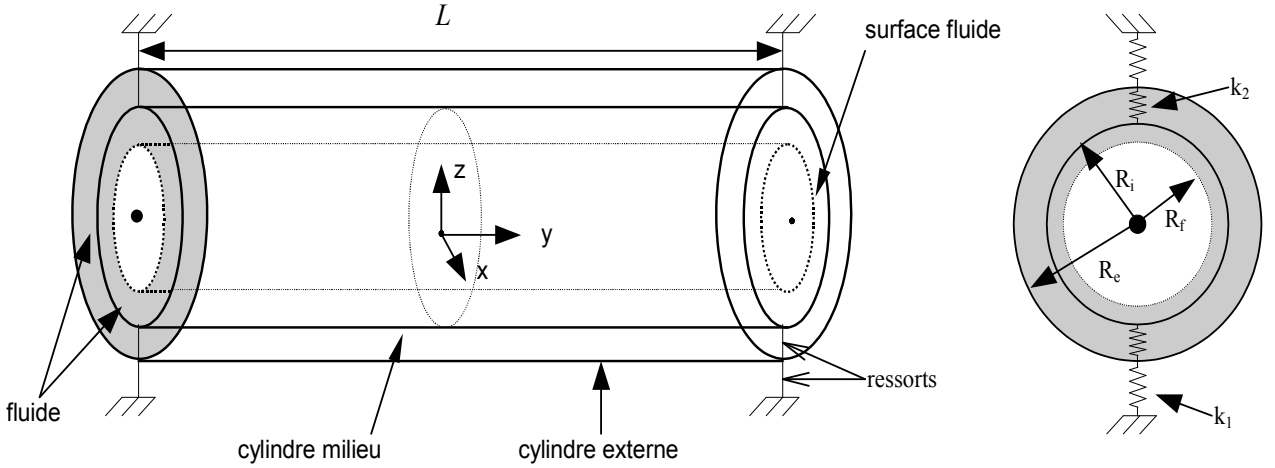
Ce test du domaine de l'analyse modale et de l'interaction fluide-structure met en œuvre le calcul de masse ajoutée sur une structure constituée de trois cylindres concentriques séparés par deux anneaux de fluide (eau) dont on suppose le comportement régi par la théorie potentielle (fluide parfait, incompressible au repos). Le modèle est tridimensionnel pour l'eau. La structure est représentée par des éléments de type coque mince dans la modélisation A (la structure est rigide dans la solution de référence). Celle-ci est caractérisée par deux modes propres évalués par sous-structuration dynamique, avec interface de type CRAIG-BAMPTON.

L'intérêt du test réside dans l'utilisation de la fonctionnalité 'NOEUD_DOUBLE' de l'opérateur 'CALC_MATR_AJOU'. Cette fonctionnalité permet de calculer les effets de masse ajoutée d'une structure représentée par un maillage surfacique (sans épaisseur) qui se trouve baignée dans un fluide. Les fluides choisis dans ce cas-test sont de densités différentes de part et d'autre du cylindre intermédiaire (eau à températures différentes).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



$L=50\text{m}$; $R_f=1\text{m}$; $R_i=\frac{5}{3}m$; $R_e=3\text{m}$; $k_1=10^9 N.m^{-1}$; $k_2=0.5\,10^7 N.m^{-1}$;
$\rho_{fluide}=1000\,kg.m^{-3}$; $\rho_s=7800\ kg.m^{-3}$; épaisseur de la coque : $50\,cm$.

1.2 Propriétés des matériaux

Fluide : masse volumique $\rho_1=1000\,kg.m^{-3}$; $\rho_2=750\,kg.m^{-3}$.

Structure : $\rho_s=7800\,kg/m^3$; $E=2.1\,10^{11}Pa$; $\nu=0.3$ (acier).

1.3 Conditions aux limites et chargements

Le cylindre extérieur est d'une part relié à un bâti fixe via les quatre ressorts de raideur unitaire k_1, relié d'autre part au cylindre milieu par quatre ressorts de raideur unitaire k_2. Les deux structures sont rigides dans cette solution de référence.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

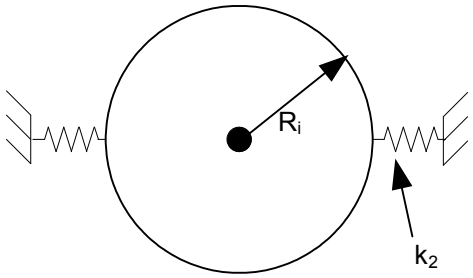
2 Solution de référence

On calcule les modes propres du système après avoir vérifié ceux de chaque sous-structure. On évalue ensuite la masse ajoutée sur les modes en air.

2.1 Décomposition en sous-structures

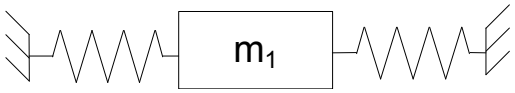
Première sous-structure : cylindre intermédiaire

La première sous-structure est constituée du cylindre intermédiaire et de quatre ressorts de raideur $k_2 = 10^7 N.m^{-1}$. Ces ressorts sont encastrés à l'interface avec le cylindre externe qui constitue la deuxième sous-structure (interface de type CRAIG-BAMPTON).



Masse du cylindre 1 : $m_1 = 2.041\,10^6 kg$

Le cylindre étant rigide, son mouvement peut être modélisé par un système masse-ressort à un degré de liberté :

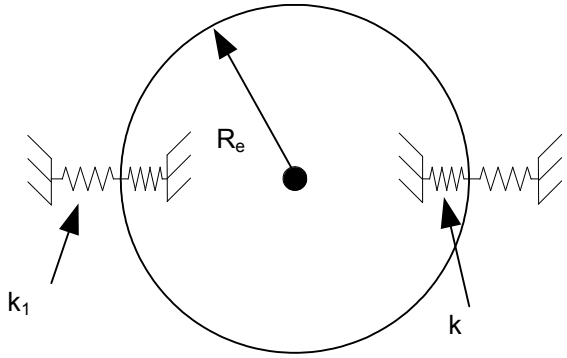


Achacune de ses extrémités, le cylindre est relié à deux ressorts en parallèle : la raideur équivalente de chacun est $k' = 2k_2$

La fréquence propre vaut alors : $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2k'}{m_1}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{4k_2}{m_1}}$, soit : $f = 0.705\,Hz$

Deuxième sous-structure : cylindre extérieur

La deuxième sous-structure est le cylindre externe relié d'une part à l'interface par les mêmes ressorts, d'autre part à un bâti fixe :



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Masse du cylindre 2 : $m_2 = 3,674\,10^6\,kg$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

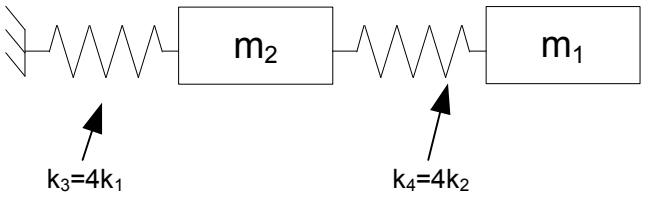
La raideur équivalente d'une attache de ce cylindre par le système de ressorts en série k_1 et k_2 valant $9,9\,10^6\,N.m^{-1}$ (quatre attaches du même type relient en parallèle le cylindre à un encastrement), la fréquence propre est donnée par :

$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{4k_2k_1/(k_2+k_1)}{m_1}}$, soit : $f = 0.522\,Hz$

N.B. : le troisième cylindre (cylindre intérieur) n'a pas été modélisé dans notre cas car il s'agint d'un cylindre fixe. Il constitue donc une paroi fixe du domaine fluide.

Modes en air de la structure complète (cylindre intermédiaire et cylindre externe)

C'est un système à deux degrés de liberté :



Les fréquences propres de ce système sont données par la formule exacte [bib2] :

$$f_i = \frac{1}{2^{3/2}\pi}\sqrt{\frac{k_3}{m_2}+\frac{k_4}{m_2}+\frac{k_4}{m_1} \pm \sqrt{\left(\frac{k_3}{m_2}+\frac{k_4}{m_2}+\frac{k_4}{m_1}\right)^2 - 4\frac{k_3k_4}{m_1m_2}}} \quad ,$$

soit

$$f_1 = 0.497\ Hz \text{ et } f_2 = 5.263\ Hz\ .$$

Les deux modes propres admettent, pour valeur numérique :

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 5.\,10^{-3} \end{pmatrix} \text{ et } \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix}_2 = \begin{pmatrix} -9.\,10^{-3} \\ 1 \end{pmatrix}.$$

2.2 Calcul de la matrice de masse ajoutée

Potentiels fluides

Reprenant [bib1], on établit que :

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$$\phi_1^{(1)} = \begin{pmatrix} R_i^2 \left(\frac{R_i^2 + R_f^2}{R_i^2 - R_f^2} + \frac{R_e^2 + R_i^2}{R_e^2 - R_i^2} \right) \\ \left(5.e^{-3}\right) \times R_e^2 \frac{R_i^2 + R_e^2}{R_e^2 - R_i^2} \end{pmatrix}$$

et

$$\phi_1^{(2)} = \begin{pmatrix} \left(-9.e^{-3}\right) \times R_i^2 \left(\frac{R_i^2 + R_f^2}{R_i^2 - R_f^2} + \frac{R_e^2 + R_i^2}{R_e^2 - R_i^2} \right) \\ R_e^2 \frac{R_i^2 + R_e^2}{R_e^2 - R_i^2} \end{pmatrix}$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

La forme de la matrice de masse ajoutée, dans cette configuration, est :

$$M_a = \begin{bmatrix} M_a^{11} & M_a^{12} \\ M_a^{21} & M_a^{22} \end{bmatrix}$$

Avec :

$$M_a^{11} = \rho\pi L \left[R_i^2 \left[\frac{R_i^2 + R_f^2}{R_i^2 - R_f^2} + \frac{R_i^2 + R_e^2}{R_e^2 - R_i^2} \right] \right] = 1{,}753.10^6 \text{ kg},$$

$$M_a^{22} = \rho\pi L \left[R_e^2 \left[\frac{R_i^2 + R_e^2}{R_e^2 - R_i^2} \right] \right] = 2{,}676.10^6 \text{ kg},$$

$$M_a^{12} = \rho\pi L \left[(5.10^{-3}) \times R_i^2 \left[\frac{R_i^2 + R_f^2}{R_i^2 - R_f^2} + \frac{R_i^2 + R_e^2}{R_e^2 - R_i^2} \right] - (9.10^{-3}) \times R_e^2 \left[\frac{R_i^2 + R_e^2}{R_e^2 - R_i^2} \right] \right] = -15318 \text{ kg}.$$

Le coefficient de couplage inertiel M_a^{12} est considéré comme négligeable devant les coefficients d'auto-masse ajoutée M_a^{11} et M_a^{22}. Les fréquences propres du système ne dépendent, en première approximation, que de ces deux dernièrs coefficients.

2.3 Résultats de référence

Résultat analytique.

2.4 Références bibliographique

- ROUSSEAU G., LUU H.T. : Masse, amortissement et raideur ajoutés pour une structure vibrante placée dans un écoulement potentiel - Bibliographie et implantation dans le *Code_Aster* - HP-61/95/064
- BLEVINS R.D. : Formulas for Natural frequency and mode shape, Ed. Krieger

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Pour le système 3D sur lequel on calcule les coefficients ajoutés :

Cylindre : 2400 mailles QUAD4
éléments de coques MEDKQU4
12 mailles SEG2
éléments ressorts MECA_DIS_T_L

Fluide : 3600 mailles QUAD4
éléments thermiques THER_FACE4
sur les surfaces cylindriques

7200 mailles HEXA8
éléments thermiques THER_HEXA8
dans le volume annulaire fluide

3.2 Valeurs testées

	Fréquences analytique en air (Hz)
Premier mode en air	0.497
Deuxième mode en air	5.263

	Masse ajoutée théorique (kg)
M^{11}	$1.753\ 10^{6}$
M^{22}	$2.675\ 10^{6}$

	Fréquences analytique des modes en eau (Hz)
Premier mode en eau	0.365
Deuxième mode en eau	4.004

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Synthèse des résultats

Le calcul de masse ajoutée sur des modes estimés par sous-structuration est satisfaisant. Ceci a permis de valider l'option 'NOEUD_DOUBLE' de la commande 'CALC_MATR_AJOU'. L'écart observé sur le deuxième coefficient de masse ajoutée s'explique par la discrétisation du deuxième cylindre. Le nombre d'éléments est un peu insuffisant pour calculer de manière exacte l'intégrale du champ de pression sur la structure.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)