FDLV107 - Rigidités ajoutées sous écoulement annulaire

Résumé :

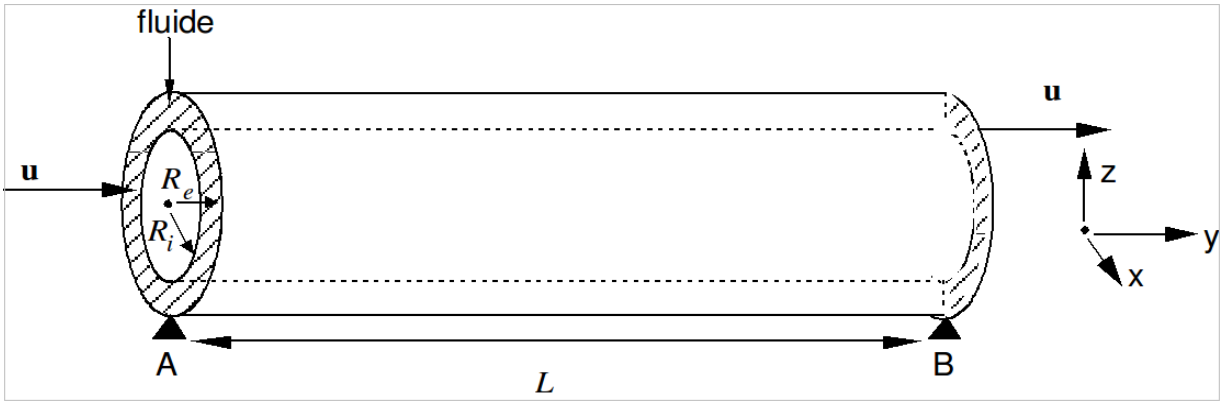
Ce test du domaine de l'interaction fluide-structure, valide le calcul de rigidité ajoutée sur un cylindre circulaire excité sur son premier mode de flexion rotulé-rotulé et soumis à des écoulements annulaires de différentes vitesses.

On calcule la rigidité ajoutée (fonction de la vitesse) sur le premier mode de flexion du cylindre. On vérifie la décroissance de la fréquence propre du mode, jusqu'à la valeur zéro pour une vitesse critique d'écoulement du fluide.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



Le système représenté sur le schéma ci-dessus est composé de deux cylindres coaxiaux et d'un fluide en écoulement à la vitesse u dans l'espace annulaire entre les deux cylindres. Les dimensions sont :

- rayon intérieur : $R_i = 1\,m$;
- rayon extérieur : $R_e = 1.05\,m$;
- longueur : $L = 100\,m$.

1.2 Propriétés des matériaux

Structure :

module d'Young : $E = 2.10^{11}\,Pa$;
coefficient de Poisson : $\nu = 0.3$;
masse volumique : $\rho_s = 7800\,kg/m^3$.

Fluide :

masse volumique : $\rho = 1000\,kg/m^3$.

1.3 Conditions aux limites et chargements

Structure :

blocage des nœuds du cylindre intérieur ;
rotule aux points A et B du cylindre externe.

Fluide :

on impose différentes vitesses en entrée du domaine fluide avec des flux thermiques normaux égaux à $4\,m/s$, $0.5\,m/s$, $1.5\,m/s$, $2\,m/s$, $2.2\,m/s$ et $2.688\,m/s$ (vitesse critique).

1.4 Conditions initiales

Sans objet.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

La solution de référence est une solution analytique approchée. Les potentiels fluctuants analytiques approchés pour calculer la rigidité ajoutée s'écrivent [bib1] :

$$\begin{cases} \varphi_1(r,\theta,y) = \dfrac{R_e^2}{R_e^2-R_i^2}\left(r+\dfrac{R_i^2}{r}\right) \sin\theta \sin\dfrac{\pi(y+l/2)}{l} \\ \varphi_2(r,\theta,y) = \dfrac{R_e^2}{R_e^2-R_i^2}\left(r+\dfrac{R_i^2}{r}\right) \sin\theta \cos\dfrac{\pi(y+l/2)}{l} \end{cases}$$

La rigidité ajoutée sur le premier mode de flexion du cylindre extérieur considéré comme une poutre rotulé-rotulé s'écrit [bib1] :

$$K_A = -\frac{\rho}{2}\frac{V_0^2\pi^3 R_e^3}{(R_e^2-R_i^2)l}\left(R_e+\frac{R_i^2}{R_e}\right)$$

Cette rigidité, calculée sur une géométrie cylindrique, est ensuite affectée à un modèle à un degré de liberté équivalent.

Le système à un degré de liberté équivalent est un système masse-ressort équivalent auquel on affecte une masse égale à la masse du système augmentée de la masse ajoutée par le fluide et une rigidité égale à la rigidité du système augmentée de la rigidité ajoutée par l'écoulement pour différentes vitesses.

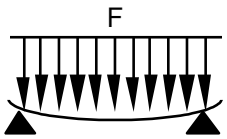
La masse du système en air est de :

$$M = 10292\,kg$$

pour une coque cylindrique externe d'épaisseur :

$$C = 2.10^{-3}\,m$$

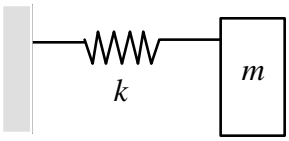
Pour rigidité équivalente en air du système "coque externe", on prend la rigidité d'une poutre soumise à une force répartie sur toute sa longueur :



$$K = \frac{384EI}{5L^3} \quad \text{avec} \quad I = \frac{\pi d^3 e}{8} = 1.649\,10^{-3}\,m$$

ainsi $K = 2.533\,10^4\,N/m$

Le système équivalent couplé à l'écoulement est représenté par le schéma suivant :



avec $m = M + M_A \quad k = K + K_A$

La pulsation propre du système couplé évolue en fonction du carré de la vitesse d'écoulement. Si on appelle V_{0_c} la vitesse critique d'écoulement pour laquelle la rigidité k s'annule :

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$$\exists V_{0_c}, K+K_A(V_{0_c})=0 \text{ avec } V_{0_c}^2=\frac{2(R_e^2-R_i^2)lK}{\left(R_e+\frac{R_i^2}{R_e}\right)\rho\pi^3 R_e^3}$$

alors on montre que :

$$\omega(V_0)=\omega_e(0)\sqrt{1-x^2}$$

où l'on a posé :

$\omega_e(0)=\sqrt{\frac{K}{M+M_A}}$ (pulsation propre du système en fluide au repos)

$x=\frac{V_0}{V_{0_c}}$ (vitesse réduite de l'écoulement)

La pulsation du fluide au repos vaut : $\omega=0.085\,rad/s$.

2.2 Résultats de référence

On calcule pour différentes vitesses d'écoulement la fréquence propre du système.

$V_0(m/s)$	0.5	1.5	2.	2.2	2.688
$M_A(kg)$	3.486E6	3.486E6	3.486E6	3.486E6	3.486E6
$K_A(N/m)$	–876.5	–7888.50	–14023.95	–16968.98	–25330
$M_{total}(kg)$	3.491E+6	=	=	=	=
$K_{total}(N/m)$	24453.5	17441.5	11306.05	8361.00	0.
$f(V_0)\times 10^{-2}(Hz)$	1.318	1.112	0.896	0.772	0.

2.3 Incertitude sur la solution

Solution semi-analytique.

2.4 Références bibliographique

1) ROUSSEAU G., LUU H.T. - Masse, amortissement et raideur ajoutés pour une structure vibrante placée dans un écoulement potentiel - Note interne EDF/DER, HP-61/95/064/A (1995).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Pour la géométrie sur laquelle on évalue les coefficients ajoutés :

Fluide : 1800 éléments THER_HEXA8 thermiques 1560 éléments thermiques THER_FACE4 d'interface ;

Structure : 1200 éléments de coque QUAD4 modélisation 'DKT'.

Pour le système à 1 degré de liberté équivalent : 2 éléments finis discrets modélisation 'DIS_T'.

3.2 Caractéristiques du maillage

Maillage 1 (coques cylindres) : 1800 mailles HEXA8 1560 mailles QUAD4

Maillage 2 (système discret) : 1 maille SEG2 1 maille POI1

3.3 Valeurs testées

Identification	Référence $\times 10^{-2}$
fréquence à $0.5 m/s$	1.318
fréquence à $1.5 m/s$	1.112
fréquence à $2 m/s$	0.896
fréquence à $2.2 m/s$	0.772
fréquence à $2.688 m/s$	0.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Synthèse des résultats

L'écart sur les fréquences propres augmente du fait que lorsque l'on est voisin de la vitesse critique de flambage, la rigidité du système équivalent doit tendre vers zéro. Cependant, avec les erreurs d'arrondi (puisqu'on affecte "à la main" les valeurs de rigidité ajoutée calculées par l'opérateur à un modèle discret) ne permettent pas d'obtenir une pulsation propre du système nulle à la vitesse critique.
Des écarts sur les valeurs de rigidité ajoutées subsistent aussi car la solution de référence est bâtie sur une solution semi-analytique qui part de l'approximation selon laquelle la séparation des variables entre la cote y et les coordonnées orthoradiales est possible. On remarquera que les potentiels choisis pour décrire la perturbation engendrée par la vibration de la structure dans le fluide ne vérifient pas l'équation de Laplace compète mais seulement dans une section transverse du fluide en coordonnées orthoradiales. Cette approximation effectuée sur la solution de référence peut expliquer certains écarts avec le calcul numérique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)