WTNV146 - Validation d'un modèle de loi cohésive pour le cas hydromécanique couplé avec XFEM

Résumé :

Le but de ce test est de s'assurer du bon fonctionnement du modèle de zone cohésive de type « Mortier » associé aux éléments hydromécaniques couplés avec XFEM.

Dans ce test, on teste l'ensemble des régimes de fonctionnement du modèle de zone cohésive pour les éléments HM-XFEM. La loi cohésive utilisée est CZM_LIN_MIX (C'est la seule disponible pour les éléments HM-XFEM). Ce test est donc purement mécanique, tous les degrés de liberté associés à la phase fluide sont bloqués à zéro. La modélisation A est bidimensionnelle tandis que la modélisation B est tridimensionnelle.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie du problème

Il s'agit d'une colonne de hauteur $LZ=5\,m$, de longueur $LX=1\,m$ et de largeur $LY=1\,m$. Cette colonne présente en $Z=\frac{LZ}{2}$ une discontinuité de type interface. La colonne est ainsi entièrement traversée par la discontinuité.

On représente sur la Figure 1.1-a la géométrie de la colonne.

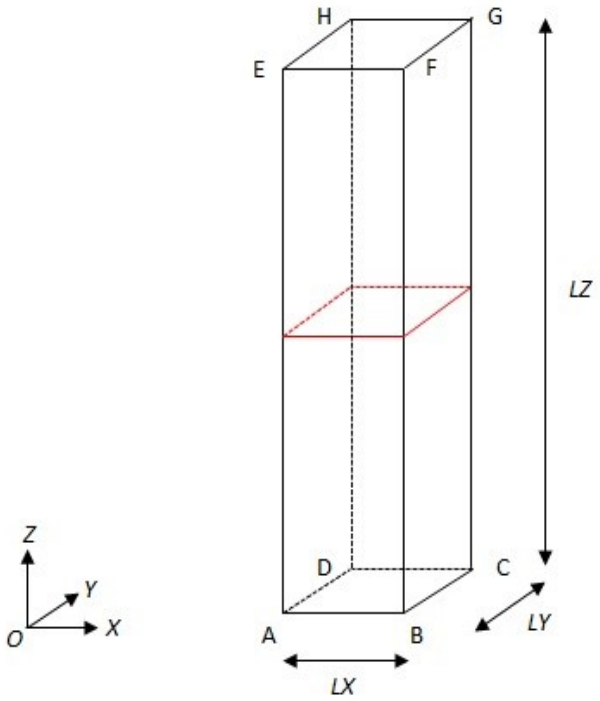


Figure 1.1-a: Géométrie du problème

1.2 Propriétés matériaux

Les paramètres donnés dans le Tableau 1.2-1 , correspondent aux paramètres utilisés pour la modélisation dans le cas couplé hydromécanique. La loi de couplage utilisée est `'LIQU_SATU'` . Les paramètres spécifiques à cette loi de couplage sont donnés mais n'ont aucune influence sur la solution (car nous avons choisi de prendre une pression de pore uniformément nulle dans tout le domaine). Seuls les paramètres élastiques ont une influence sur la solution du problème pseudo-couplé. Le contact utilisé est de type `'MORTAR'`. La loi cohésive associée est `'CZM_LIN_MIX'`.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Liquide (eau)	Viscosité $\mu_w(en\ Pa.s)$	10^{-3}
	Module de compressibilité $\frac{1}{K_w}(en\ Pa^{-1})$	5.10^{-10}
	Densité du liquide $\rho_w(en\ kg/m^3)$	1
Paramètres élastiques	Module de Young $E(en\ MPa)$	5800
	Coefficient de Poisson ν	0
	Coefficient de dilatation thermique $\alpha(en\ K^{-1})$	0
Paramètres de couplage	Coefficient de Biot b	1
	Masse volumique homogénéisée initiale $r_0(en\ kg/m^3)$	2,5
	Perméabilité intrinsèque $K^{int}(en\ m^2)$	$1,01937^{-19}$
Paramètres de la loi cohésive	Contrainte critique $\sigma_c(en\ MPa)$	1.1
	Energie cohésive $G_c(en\ Pa.m)$	900
	Coefficient d'augmentation r	10

Tableau 1.2-1 : Propriétés du matériau

D'autre part, les forces liées à la pesanteur (dans l'équation de conservation de la quantité de mouvement) sont négligées. La pression de pore de référence est prise nulle $p_1^{ref}=0\ MPa$ et la porosité du matériau est $\varphi = 0{,}15$.

1.3 Conditions aux limites

On applique les conditions de Dirichlet suivantes :

- sur la face [ABCD], les déplacements sont bloqués dans toutes les directions ($u_x=0$, $u_y=0$ et $u_z=0$),
- sur la face [EFGH], les déplacements suivant y sont bloqués $u_y=0$ et les déplacements suivant x et z sont imposés pour chaque instant de calcul : $u_x=f(t)$, $u_z=g(t)$.

On effectue 8 chargements différents. Les valeurs des déplacements imposés sur la face supérieure pour chacun des 8 instants de calcul sont résumés dans le tableau ci-dessous :

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Instant	$u_x=0$	$u_z=0$
1	0	-0.0001
2	0	0.0001
3	0	0.001
4	0	0.0005
5	0	0.0012
6	0	0.0017
7	0.001	0.0017
8	0	-0.0001

Tableau 1.3-1 : Déplacements imposés sur la face supérieure

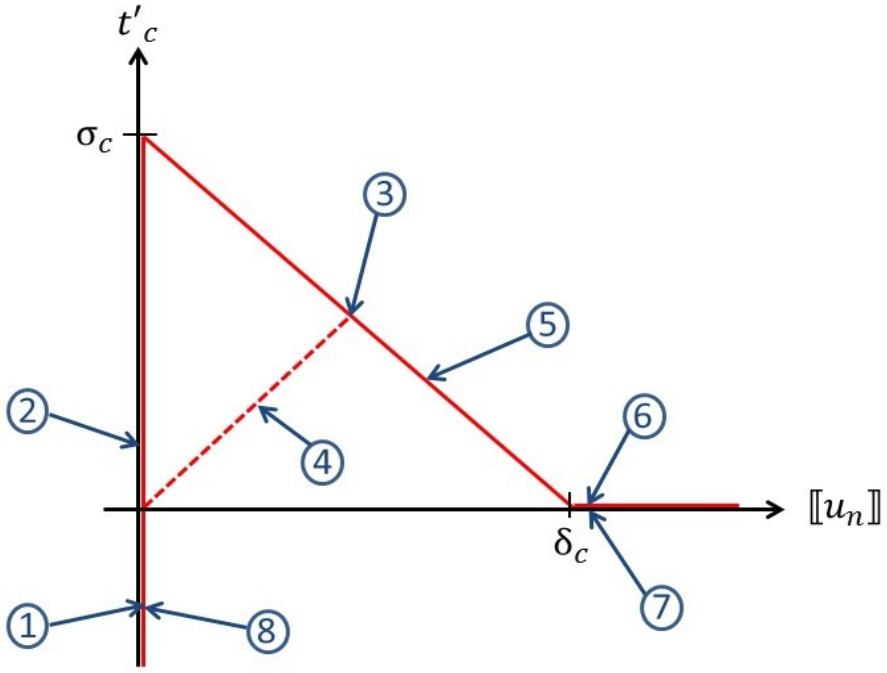
2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul

Il s'agit d'une solution analytique. La contrainte cohésive normale $t_{c,n}$ sen fonction du saut de déplacement normal $[u_n]$ pour la loi `'CZM_LIN_MIX'` est représentée sur la Figure 2.1-a. Pour chacun des 8 instants de calcul, on représente sur cette même Figure la position dans laquelle on se trouve. Le saut de déplacement critique qui correspond à la disparition des efforts de cohésion est

$$\delta_c=\frac{2G_c}{\sigma_c}=0{,}0016363636\,m$$

Figure 2.1-a: Contrainte cohésive normale en fonction du saut de déplacement normal pour la loi `'CZM_LIN_MIX'`



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

En négligeant la pesanteur, l'équation d'équilibre globale s'écrit (en contraintes totales) :

$$\mathbf{Div}(\sigma)=\mathbf{0}$$

Dans le cas d'une modélisation couplée, le tenseur des contraintes totales s'écrit :

$$\sigma=\sigma'-p_1\mathbf{1}$$

σ' est le tenseur des contraintes dans le squelette et p_1 et la pression de pore dans le massif. Le module de Poisson ν étant nul , et étant dans le cas élastique, on a $\sigma'=E\epsilon$.

Or $\forall x, p_1(x)=0$ donc finalement $\mathbf{Div}(\epsilon)=\mathbf{0}$

Étant donné les déplacements imposés et la nullité du coefficient de Poisson ν , le problème est unidirectionnel dans la direction z . Dans la matrice solide, le champs des déplacements suivant z vérifie :

$$\frac{d^2u_z}{dz^2}=0$$

Instant 1

La colonne est en compression, les lèvres de l'interface cohésive sont en contact. Le saut de déplacement $[u_z]$ est donc nul. Par conséquent $\epsilon_{zz}=g(1)/LZ$ et $\sigma_{zz}=E\epsilon_{zz}=E*g(1)/LZ$. La contrainte cohésive normale $t_{c,n}$ est égale à la contrainte σ_{zz} .

Instant 2

La colonne est en traction. On fait l'hypothèse que l'interface cohésive est en situation d'adhérence. Cette hypothèse est vérifiée si $t_{c,n}\leq\sigma_c$. SI l'interface cohésive est adhérent, alors les lèvres de l'interface cohésive sont en contact. Le saut de déplacement $[u_z]$ est donc nul. Par conséquent $\epsilon_{zz}=g(2)/LZ$ et $\sigma_{zz}=E\epsilon_{zz}=E*g(2)/LZ$. La contrainte cohésive normale $t_{c,n}$ est alors égale à la contrainte $\sigma_{zz}=0{,}116\,MPa\leq\sigma_c$. L'hypothèse effectuée initialement est donc validée.

Instant 3

La colonne est en traction. On fait l'hypothèse que l'interface cohésive est en situation d'adhérence. Cette hypothèse est vérifiée si $t_{c,n}\leq\sigma_c$. SI l'interface cohésive est adhérente, alors les lèvres de l'interface cohésive sont en contact. Le saut de déplacement $[u_z]$ est donc nul. Par conséquent $\epsilon_{zz}=g(3)/LZ$ et $\sigma_{zz}=E\epsilon_{zz}=E*g(3)/LZ$. La contrainte cohésive normale $t_{c,n}$ est alors égale à la contrainte $\sigma_{zz}=1{,}16\,MPa>\sigma_c$. L'hypothèse effectuée initialement est donc fausse.
On fait donc l'hypothèse que l'interface cohésive est en régime d'endommagement. Cette hypothèse est vérifiée si $0<[u_n]\leq\delta_c$. La contrainte cohésive $t_{c,n}$ est alors reliée au saut de déplacement normal $[u_z]$ par la relation $t_{c,n}=\sigma_c*(1-\frac{[u_z]}{\delta_c})$. Par ailleurs, l'élongation totale de la colonne est $g(3)=[u_z]+LZ*\epsilon_{zz}$. Enfin, la contrainte cohésive normale est égale à la contrainte verticale $t_{c,n}=E*\epsilon_{zz}$. Finalement :

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$$t_{c,n}=\frac{E*\sigma_c*(1-\frac{g(3)}{\delta_c})}{E-\frac{LZ*\sigma_c}{\delta_c}}$$

$$[u_z]=\frac{-LZ*\sigma_c+E*g(3)}{E-\frac{LZ*\sigma_c}{\delta_c}}$$

Numériquement, on trouve, $[u_z]=0,0001230068\,m<\delta_c$. L'hypothèse effectuée initialement est validée.

Instant 4

La colonne est toujours en traction, mais une traction moins importante qu'à l'instant précédent. On est donc en situation de retour élastique dans la zone cohésive (décharge au cours du processus d'endommagement). La traction cohésive normale est alors donnée par $t_{c,n}=\frac{t_{c,n}(3)*[u_z]}{[u_z(3)]}$ et l'élongation totale de la colonne est $g(4)=[u_z]+LZ*\epsilon_{zz}$. Enfin, la contrainte cohésive normale est égale à la contrainte verticale $t_{c,n}=E*\epsilon_{zz}$. Finalement :

$$[u_z]=\frac{E*g(4)*[u_z(3)]}{LZ*t_{c,n}(3)+E*[u_z(3)]}$$

$$t_{c,n}=\frac{t_{c,n}(3)*E*g(4)}{LZ*t_{c,n}(3)+E*[u_z(3)]}$$

Instant 5

La colonne est de nouveau en traction, à un niveau non encore atteint . On fait donc l'hypothèse que l'interface cohésive est en régime d'endommagement. Cette hypothèse est vérifiée si $0<[u_n]\leq\delta_c$. La contrainte cohésive $t_{c,n}$ est alors reliée au saut de déplacement normal $[u_z]$ par la relation $t_{c,n}=\sigma_c*(1-\frac{[u_z]}{\delta_c})$. Par ailleurs, l'élongation totale de la colonne est $g(5)=[u_z]+LZ*\epsilon_{zz}$. Enfin, la contrainte cohésive normale est égale à la contrainte verticale $t_{c,n}=E*\epsilon_{zz}$. Finalement :

$$t_{c,n}=\frac{E*\sigma_c*(1-\frac{g(5)}{\delta_c})}{E-\frac{LZ\,\sigma_c}{\delta_c}}$$

$$[u_z]=\frac{-LZ\sigma_c+E*g(5)}{E-\frac{LZ\,\sigma_c}{\delta_c}}$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

N_umériquement, on trouve,_ $[u_z]=0{,}000059863325\,m<\delta_c$. L'hypothèse effectuée initialement est validée._

Instant 6

La colonne est toujours en traction, à un niveau non encore atteint . On fait donc l'hypothèse que l'interface cohésive est en régime d'endommagement. Cette hypothèse est vérifiée si $0<[u_n]\leq\delta_c$. La contrainte cohésive $t_{c,n}$ est alors reliée au saut de déplacement normal $[u_z]$ par la relation $t_{c,n}=\sigma_c*(1-\frac{[u_z]}{\delta_c})$. Par ailleurs, l'élongation totale de la colonne est $g(6)=[u_z]+LZ*\epsilon_{zz}$. Enfin, la contrainte cohésive normale est égale à la contrainte verticale $t_{c,n}=E*\epsilon_{zz}$. Finalement :

$$t_{c,n}=\frac{E*\sigma_c*(1-\frac{g(6)}{\delta_c})}{E-\frac{LZ\,\sigma_c}{\delta_c}}$$

$$[u_z]=\frac{-LZ\sigma_c+E*g(6)}{E-\frac{LZ\,\sigma_c}{\delta_c}}$$

Numériquement, on trouve,_ $[u_z]=0{,}001787699\,m>\delta_c$. L'hypothèse effectuée initialement est erronée. L'interface cohésive n'est plus dans le régime d'endommagement, elle est rompue. Les forces cohésives sont donc nulles_ $t_{c,n}=0$ et le saut de déplacement est_ $[u_z]=g(6)$.

Instant 7

Au cours de ce pas de temps, l'élongation verticale de la colonne reste fixe. En revanche, on applique un déplacement latéral sur la face supérieure de la colonne afin de vérifier que les efforts cohésifs restent nuls en cas de cisaillement dans l'interface cohésive rompue. On a ainsi :

$$[u_z]=g(7)$$

$$[u_x]=f(7)$$

$$t_{c,n}=0$$

$$\boldsymbol{t_{c,s}=0}$$

Instant 8

Enfin, on comprime la colonne pour vérifier que le contact sur les lèvres de l'interface cohésive s'applique bien même lorsque la zone cohésive a été rompue. Le chargement est le même qu'à l'instant 1. On a $\epsilon_{zz}=g(8)/LZ$ et $\sigma_{zz}=E\,\epsilon_{zz}=E*g(8)/LZ$. La contrainte cohésive normale $t_{c,n}$ est égale à la contrainte σ_{zz} .

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2.2 Grandeurs et résultats de référence

On teste la valeur de la traction cohésive normale au niveau de l'interface cohésive et de la traction cohésive tangentielle (suivant x) à chaque instant. Pour tester tous les nœuds de l'interface cohésive en même temps on teste le MIN et le MAX.

	Traction cohésive normale (MPa)	Traction cohésive tangentielle (MPa)
Instant 1	-0.116	0
Instant 2	0.116	0
Instant 3	1.0173120729	0
Instant 4	0.50865603645	0
Instant 5	0.69758542141	0
Instant 6	0	0
Instant 7	0	0
Instant 8	-0.116	0

2.3 Incertitudes sur la solution

Aucune la solution est analytique.

2.4 Références bibliographiques

[1] Documentation de référence R7.02.18 (Éléments hydromécaniques couplés avec la méthode des éléments finis étendue).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Il s'agit d'une modélisation D_PLAN_HM utilisant des éléments HM-XFEM quadratiques. Le barreau sur lequel on effectue la modélisation est divisé en 5 QUAD8. L'interface est non maillée et coupe l'élément central. Ainsi on a 3 éléments HM-XFEM et 2 éléments HM classiques. Comme indiqué sur la Figure 3.1-a, les 3 éléments XFEM subissent un sous découpage en sous triangles (pour effectuer l'intégration de Gauss-Legendre de part et d'autre des lèvres de l'interface, mais ces sous-éléments triangulaires ne sont pas des éléments du maillage).

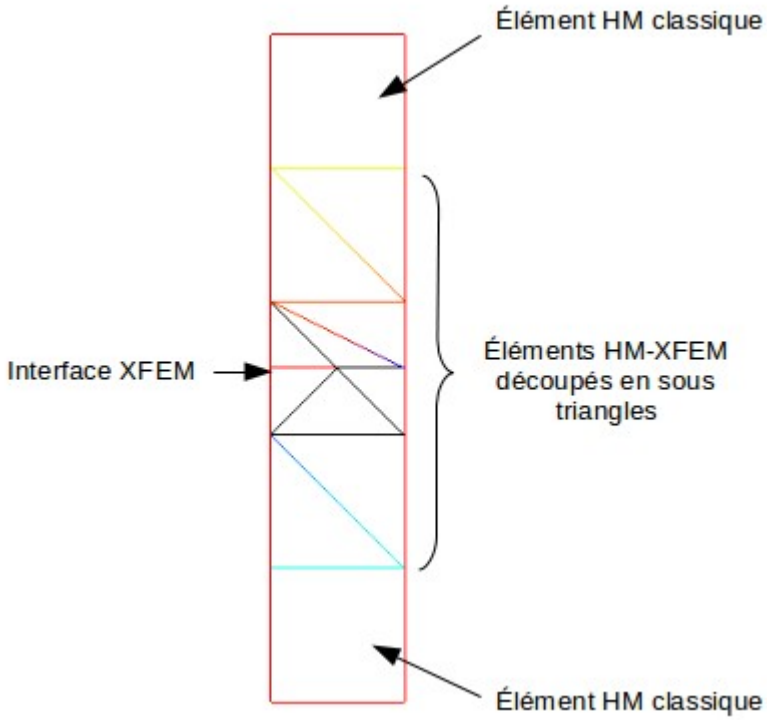


Figure 3.1-a: Caractéristiques de la modélisation

3.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage est constitué de 5 mailles quadrangles quadratiques (QUAD8).

3.3 Grandeurs testées et résultats

Les résultats (résolution avec STAT_NON_LINE) sont synthétisés dans le tableau ci-dessous pour chacun des 8 instants de calcul. Pour tester tous les nœuds du barreau en même temps, on calcule le MIN et le MAX.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Grandeurs testées	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance (%)
LAGS_C MIN (instant 1)	'ANALYTIQUE'	-0.116 MPa	0,0001
LAGS_C MAX (instant 1)	'ANALYTIQUE'	-0.116 MPa	0,0001
LAGS_F1 MIN (instant 1)	'ANALYTIQUE'	0 MPa	0,0001
LAGS_F1 MAX (instant 1)	'ANALYTIQUE'	0 MPa	0,0001
LAGS_C MIN (instant 2)	'ANALYTIQUE'	0.116 MPa	0,0001
LAGS_C MAX (instant 2)	'ANALYTIQUE'	0.116 MPa	0,0001
LAGS_F1 MIN (instant 2)	'ANALYTIQUE'	0 MPa	0,0001
LAGS_F1 MAX (instant 2)	'ANALYTIQUE'	0 MPa	0,0001
LAGS_C MIN (instant 3)	'ANALYTIQUE'	1.0173120729 MPa	0,0001
LAGS_C MAX (instant 3)	'ANALYTIQUE'	1.0173120729 MPa	0,0001
LAGS_F1 MIN (instant 3)	'ANALYTIQUE'	0 MPa	0,0001
LAGS_F1 MAX (instant 3)	'ANALYTIQUE'	0 MPa	0,0001
LAGS_C MIN (instant 4)	'ANALYTIQUE'	0.50865603645 MPa	0,0001
LAGS_C MAX (instant 4)	'ANALYTIQUE'	0.50865603645 MPa	0,0001
LAGS_F1 MIN (instant 4)	'ANALYTIQUE'	0 MPa	0,0001
LAGS_F1 MAX (instant 4)	'ANALYTIQUE'	0 MPa	0,0001
LAGS_C MIN (instant 5)	'ANALYTIQUE'	0.69758542141 MPa	0,0001
LAGS_C MAX (instant 5)	'ANALYTIQUE'	0.69758542141 MPa	0,0001
LAGS_F1 MIN (instant 5)	'ANALYTIQUE'	0 MPa	0,0001
LAGS_F1 MAX (instant 5)	'ANALYTIQUE'	0 MPa	0,0001
LAGS_C MIN (instant 6)	'ANALYTIQUE'	0 MPa	0,0001
LAGS_C MAX (instant 6)	'ANALYTIQUE'	0 MPa	0,0001
LAGS_F1 MIN (instant 6)	'ANALYTIQUE'	0 MPa	0,0001
LAGS_F1 MAX (instant 6)	'ANALYTIQUE'	0 MPa	0,0001
LAGS_C MIN (instant 7)	'ANALYTIQUE'	0 MPa	0,0001
LAGS_C MAX (instant 7)	'ANALYTIQUE'	0 MPa	0,0001
LAGS_F1 MIN (instant 7)	'ANALYTIQUE'	0 MPa	0,0001
LAGS_F1 MAX (instant 7)	'ANALYTIQUE'	0 MPa	0,0001
LAGS_C MIN (instant 8)	'ANALYTIQUE'	-0.116 MPa	0,0001
LAGS_C MAX (instant 8)	'ANALYTIQUE'	-0.116 MPa	0,0001
LAGS_F1 MIN (instant 8)	'ANALYTIQUE'	0 MPa	0,0001
LAGS_F1 MAX (instant 8)	'ANALYTIQUE'	0 MPa	0,0001

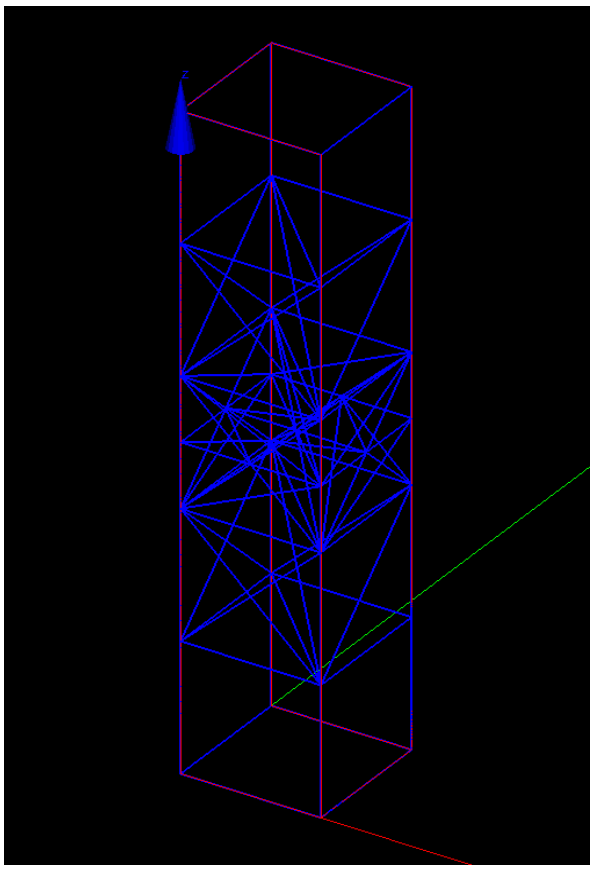
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Il s'agit d'une modélisation 3D_HM utilisant des éléments HM-XFEM quadratiques. La colonne sur laquelle on effectue la modélisation est divisée en 5 HEXA20. L'interface est non maillée et coupe l'élément central. Ainsi on a 3 éléments HM-XFEM et 2 éléments HM classiques (les deux hexaèdres qui forment les extrémités de la colonne). Comme indiqué sur la Figure 4.1-a, les 3 éléments XFEM subissent un sous découpage en sous tétraèdres (pour effectuer l'intégration de Gauss-Legendre de part et d'autre des lèvres de l'interface, mais ces sous-éléments tétraèdres ne sont pas des éléments du maillage).

Figure 4.1-a: Caractéristiques de la modélisation



4.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage est constitué de 5 mailles hexaédriques quadratiques (HEXA20).

4.3 Grandeurs testées et résultats

Les résultats (résolution avec STAT_NON_LINE) sont synthétisés dans le tableau ci-dessous pour chacun des 8 instants de calcul. Pour tester tous les nœuds du barreau en même temps, on calcule le MIN et le MAX.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Grandeurs testées	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance (%)
LAGS_C MIN (instant 1)	'ANALYTIQUE'	-0.116 MPa	0,0001
LAGS_C MAX (instant 1)	'ANALYTIQUE'	-0.116 MPa	0,0001
LAGS_F1 MIN (instant 1)	'ANALYTIQUE'	0 MPa	0,0001
LAGS_F1 MAX (instant 1)	'ANALYTIQUE'	0 MPa	0,0001
LAGS_C MIN (instant 2)	'ANALYTIQUE'	0.116 MPa	0,0001
LAGS_C MAX (instant 2)	'ANALYTIQUE'	0.116 MPa	0,0001
LAGS_F1 MIN (instant 2)	'ANALYTIQUE'	0 MPa	0,0001
LAGS_F1 MAX (instant 2)	'ANALYTIQUE'	0 MPa	0,0001
LAGS_C MIN (instant 3)	'ANALYTIQUE'	1.0173120729 MPa	0,0001
LAGS_C MAX (instant 3)	'ANALYTIQUE'	1.0173120729 MPa	0,0001
LAGS_F1 MIN (instant 3)	'ANALYTIQUE'	0 MPa	0,0001
LAGS_F1 MAX (instant 3)	'ANALYTIQUE'	0 MPa	0,0001
LAGS_C MIN (instant 4)	'ANALYTIQUE'	0.50865603645 MPa	0,0001
LAGS_C MAX (instant 4)	'ANALYTIQUE'	0.50865603645 MPa	0,0001
LAGS_F1 MIN (instant 4)	'ANALYTIQUE'	0 MPa	0,0001
LAGS_F1 MAX (instant 4)	'ANALYTIQUE'	0 MPa	0,0001
LAGS_C MIN (instant 5)	'ANALYTIQUE'	0.69758542141 MPa	0,0001
LAGS_C MAX (instant 5)	'ANALYTIQUE'	0.69758542141 MPa	0,0001
LAGS_F1 MIN (instant 5)	'ANALYTIQUE'	0 MPa	0,0001
LAGS_F1 MAX (instant 5)	'ANALYTIQUE'	0 MPa	0,0001
LAGS_C MIN (instant 6)	'ANALYTIQUE'	0 MPa	0,0001
LAGS_C MAX (instant 6)	'ANALYTIQUE'	0 MPa	0,0001
LAGS_F1 MIN (instant 6)	'ANALYTIQUE'	0 MPa	0,0001
LAGS_F1 MAX (instant 6)	'ANALYTIQUE'	0 MPa	0,0001
LAGS_C MIN (instant 7)	'ANALYTIQUE'	0 MPa	0,0001
LAGS_C MAX (instant 7)	'ANALYTIQUE'	0 MPa	0,0001
LAGS_F1 MIN (instant 7)	'ANALYTIQUE'	0 MPa	0,0001
LAGS_F1 MAX (instant 7)	'ANALYTIQUE'	0 MPa	0,0001
LAGS_C MIN (instant 8)	'ANALYTIQUE'	-0.116 MPa	0,0001
LAGS_C MAX (instant 8)	'ANALYTIQUE'	-0.116 MPa	0,0001
LAGS_F1 MIN (instant 8)	'ANALYTIQUE'	0 MPa	0,0001
LAGS_F1 MAX (instant 8)	'ANALYTIQUE'	0 MPa	0,0001

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Synthèse des résultats

Ce test permet de valider le modèle cohésif de type MORTAR et la loi cohésive CZM_LIN_MIX pour les éléments cohésifs HM-XFEM.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)