WTNV114 - Flux hydrique sur un milieu poreux saturé

Résumé :

On étudie le comportement hydraulique d'un milieu poreux saturé. Neuf modélisations sont effectuées : deux modélisations bidimensionnelles (modélisations A et B) et sept modélisations tridimensionnelles (modélisations C, D, E, F, G, H, I).

La distinction entre les modélisations réside dans la loi de comportement du fluide (LIQU_SATU pour les modélisations A, C, G, H, I et LIQU_GAZ_ATM pour les modélisations B, D, E, F).

Ce test consiste à appliquer un flux hydrique sur la face supérieure du modèle et à étudier l'effet de ce flux sur la distribution de la pression du fluide dans le milieu saturé. Il s'agit d'un problème évolutif.

Les huit premiers modèles étudiés sont 2D plans (HM_DPQ8) et 3D volumiques (HM_HEXA20 ou HM_PYRAM13) avec un comportement linéaire. Le dernier modèle est HM-XFEM.

La solution de référence est unidimensionnelle car elle ne dépend que de la coordonnée verticale.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

On étudie dans ce cas test le comportement hydraulique d'un milieu poreux saturé constitué par un seul fluide : l'eau dans sa phase liquide. Il s'agit dans *Code_Aster* d'une modélisation HM . La loi de comportement du fluide associée est selon les modélisations soit de type LIQU_SATU (modélisations A et C) soit de type LIQU_GAZ_ATM (modélisations B et D).

1.1 Géométrie

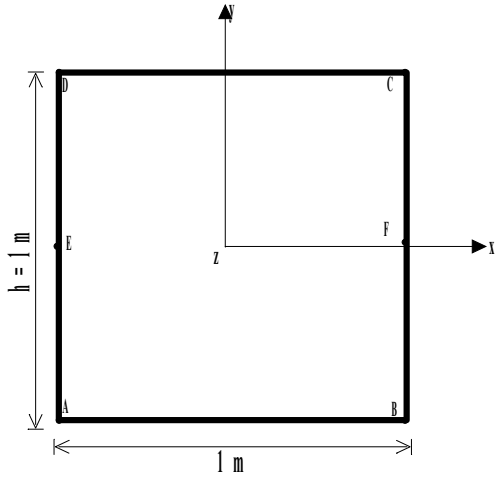


Illustration 1: Géométrie

Coordonnées des points (m) :

$A(-0.5,-0.5)$; $C(0.5,0.5)$
$B(0.5,-0.5)$; $D(-0.5,0.5)$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1.2 Propriétés du matériau

Eau liquide	Masse volumique $(kg.m^{-3})$	10^3
	Viscosité dynamique de l'eau liquide $(Pa.s)$	0.001
	1/Compressibilité (Pa^{-1})	$K_e=3.7710^{-9}$
Solide	Module d'Young drainé $E(Pa)$	$225\,10^6$
	Coefficient de Poisson	0
Etat initial	Porosité	0.4
	Température (K)	273
	Pression liquide (Pa)	0
	Pression de vapeur (Pa)	1
Constantes	Constante des gaz parfaits	8.32
Coefficients homogénéisés	Masse volumique homogénéisée $(kg.m^{-3})$	1600
	Isotherme de sorption	$S(P_c)=1$
	Coefficient de Biot	1
	Perméabilité intrinsèque (m^2)	$K_{\text{int}}=10^{-18}$

Tableau 1.2-1: Données matériaux

La gravité de l'eau est négligée.

1.3 Conditions aux limites et chargements

Élément complet :

déplacements bloqués $u_x=u_y=u_z=0$

(il s'agit ici d'un cas purement hydraulique la mécanique étant bloquée).

Face supérieure :

flux hydrique : $Q_{lq}=0.005\ kg.s^{-1}.m^{-2}$

Face inférieure :

flux hydrique $Q_{lq}=0$

Faces latérales :

Ailleurs : flux nul

1.4 Conditions initiales

Les champs de déplacement, de pression de liquide sont initialement nuls et la température de référence vaut $T_0=273\,°K$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul

La solution de référence est unidimensionnelle car elle ne dépend que de la coordonnée verticale.

L'équation de conservation de la masse d'eau m_l est donnée par l'expression suivante :

$$\frac{d\,m_l}{dt}+Div\,M_l=0 \qquad (1)$$

avec M_l le flux d'eau tel que, si on néglige la gravité :
$M_l=\rho_l\lambda_l\left(-\nabla\,p_l\right)$ avec p_l la pression de liquide, ρ_l sa masse volumique et λ_l sa conductivité hydraulique telle que $\lambda_l=\frac{K_{int}}{\mu}$. K_{int} est la perméabilité intrinsèque et μ la viscosité du liquide.
En considérant un solide indéformable, on peut écrire que
$\frac{d\,m_l}{dt}=\rho_l\frac{\phi}{K_l}\frac{d\,p_l}{dt}$ avec ϕ la porosité et K_l la compressibilité de l'eau. On note $N=\frac{\phi}{K_l}$.
L'équation (1) devient alors :

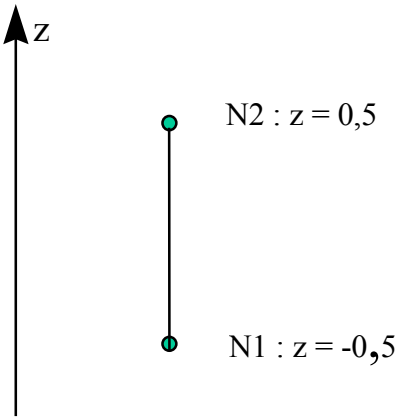
$$\rho_l N\frac{d\,p_l}{dt}+Div\left(\rho_l\lambda_l\left(-\nabla\,p_l\right)\right)=0$$

dont la formulation variationnelle est la suivante :

$$\int_\Omega N\frac{d\,p_l}{dt}.\hat{p}_l+\int_\Omega\lambda_l\nabla\,p_l\nabla\,\hat{p}_l=-\int_{\partial\,\Omega}\frac{M^{ext}}{\rho_l}\hat{p}_l \qquad (2)$$

avec M^{ext} le chargement extérieur.

Pour établir la solution on se place dans le cas unidimensionnel et on adopte une discrétisation correspondant à un unique élément de degré 1 puisque en modélisation THM la partie hydraulique est traitée sur des éléments linéaires. On suppose également que les non linéarités sont faibles dans ce cas et que les coefficients N et ρ_l sont constants ce qui suppose une variation relativement faibles de la pression.
Soit un élément linéaire :



On écrit alors la pression sur la base des fonctions de formes tel que :

$$p_l(z,t)=\sum_{i=1}^{i=2}p^i(t)\lambda_i(z)$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

avec

$$\lambda_1(z)=0,5(1+2z)$$

$$\lambda_2(z)=0,5(1-2z)$$

On introduit alors les matrices suivantes :

$$[A]=[A_{ij}]\,;\,A_{ij}=\int_{-0,5}^{0,5}\lambda_i\lambda_j dz$$

$$[B]=[B_{ij}]\,;\,B_{ij}=\int_{-0,5}^{0,5}\frac{\partial\lambda_i}{\partial z}\frac{\partial\lambda_j}{\partial dz}dz$$

ce qui conduit à

et

$$[A]=\frac{1}{6}\begin{bmatrix}2&1\\1&2\end{bmatrix}\qquad[B]=\begin{bmatrix}1&-1\\-1&1\end{bmatrix}$$

On note ensuite classiquement :

$$\{p_l\}=\begin{Bmatrix}P_l^1\\P_l^2\end{Bmatrix}\quad\{M^{ext}\}=\begin{Bmatrix}M^{ext1}\\M^{ext2}\end{Bmatrix}$$

Sachant qu'on injecte un flux d'eau Q sur la face supérieure, on a donc

$$\{M^{ext}\}=\begin{Bmatrix}0\\-Q\end{Bmatrix}$$

L'équation (2) devient

$$\frac{N}{\lambda_l}[A]\{\frac{dp_l}{dt}\}+[B]\{p_l\}=\frac{-1}{\lambda_l\rho}\{M^{ext}\}$$

Considérant que pour des variations de temps courts Δt, l'évolution de p est quasiment linéaire, on peut écrire que

$$\{\frac{dp_l}{dt}\}=\frac{1}{\Delta t}\begin{Bmatrix}P_l^1-p_0^1\\P_l^2-p_0^2\end{Bmatrix}$$

et comme on part ici d'un état initial de pression nulle, on aura

$$\{\frac{dp_l}{dt}\}=\frac{1}{\Delta t}\begin{Bmatrix}P_l^1\\P_l^2\end{Bmatrix}$$

Finalement on obtient le système de deux équations à deux inconnues :

$$p_l^1(\frac{N}{\lambda_l\Delta t}+6)-6p_l^2=\frac{-2Q}{\lambda_l\rho_l}$$

$$p_l^2(\frac{N}{\lambda_l\Delta t}+6)-6p_l^1=\frac{-4Q}{\lambda_l\rho_l}$$

On a alors le résultat suivant :

$$\begin{Bmatrix}P_l^1\\P_l^2\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{N}{\lambda_l\Delta t}+6&-6\\-6&\frac{N}{\lambda_l\Delta t}+6\end{bmatrix}^{-1}\cdot\begin{Bmatrix}\frac{-2Q}{\lambda_l\rho_l}\\\frac{-4Q}{\lambda_l\rho_l}\end{Bmatrix}$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2.2 Grandeurs et résultats de référence

On teste la valeur de la pression de pore sur les faces inférieures et supérieures du massif.

2.3 Incertitudes sur la solution

Aucune incertitude sur la solution. La solution est analytique.

2.4 Références bibliographiques

1) *Mécanique des milieux poreux*. O. Coussy, Editions Technip, 2000.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

- Modélisation en déformations planes D_PLAN_HM.
- Comportement hydraulique LIQU_SATU.

3.2 Caractéristique du maillage

1 éléments $Q8$.

3.3 Grandeurs et résultats testés

Discrétisation en temps : 7 pas de temps croissant. La liste d'instant en secondes est : $(1,5,10,50,100,500,1000)$.
Si l'on regarde la géométrie du problème le nœud A (numéro N1) correspond à la pression p^1 et le nœud C à la pression p^2

Tableau de résultats aux différents instants :

$N°$ NŒUD	Numéro d'ordre	$PRE1(Pa)$	Tolérance $(\%)$
$N1, A$	1	-6.631×10^3	5
	2	-3.315×10^4	5
	3	$-6{,}631\times10^4$	5
	4	-3.314×10^5	5
	7	$-6{,}553\times10^5$	5
$N3, C$	1	1.326×10^4	5
	2	6.631×10^4	5
	3	1.326×10^5	5
	4	6.629×10^5	5
	7	1.318×10^7	5

Tableau 1: Résultats

Les résultats sont en parfait accord avec la solution analytique.

4 Modélisation B

Il s'agit de la même modélisation mais avec une loi de comportement hydraulique LIQU_GAZ_ATM. On a donc une phase gazeuse constante à 1atm (hypothèse de Richard). Les résultats sont logiquement exactement les mêmes que ci-dessus.

5 Modélisation C

Il s'agit de la même modélisation qu'en A mais sur un cube 3D (1 élément HEXA20). Les conditions sur les faces de devant et de derrière sont des flux et déplacements nuls. Il s'agit donc du même cas qu'en 2D et les résultats sont logiquement identiques.

6 Modélisation D

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Il s'agit de la même modélisation qu'en C mais avec une loi de comportement hydraulique LIQU_GAZ_ATM. On a donc une phase gazeuse constante à 1atm (hypothèse de Richard). Les résultats sont logiquement exactement les mêmes que ci-dessus.

7 Modélisation E

Exactement le même cas que la modélisation D mais en testant l'option SYME='OUI' du solveur linéaire.
Les résultats sont logiquement les mêmes que pour la modélisation D.

8 Modélisation F

Cette modélisation est la même que la modélisation D mais en modélisation sélective. L'intégration est donc différente : l'intégration des termes instationnaires se fait aux nœuds et celle des autres termes aux points de Gauss.
Les résultats sur un élément diffèrent donc logiquement.

Tableau de résultats aux différents instants :

$N°$ **NŒUD**	**Numéro d'ordre**	$PRE1(Pa)$	**Tolérance** $(\%)$
$N20, A$	1	8.79×10^{-6}	5
	2	1.84×10^{-4}	5
	3	6.24×10^{-4}	5
	4	0.018	5
	7	6.20	5
$N1, C$	1	6.63×10^{3}	5
	2	3.31×10^{4}	5
	3	6.63×10^{4}	5
	4	3.31×10^{5}	5
	7	6.68×10^{6}	5

Tableau 8-1: Résultats

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

9 Modélisation G

Avec les modélisation G et H, on entreprend de valider la maille PYRAM13 pour les modélisations HM . On compare le comportement d'un HEXA20 (modélisation G) par rapport à 6 PYRAM13 (modélisation H).

9.1 Caractéristiques de la modélisation

- Modélisation en déformations planes 3D_HM.
- Comportement hydraulique LIQU_SATU.

Le régime transitoire d'établissement du flux étant très sensible à la structure, on diminue l'inverse de la compressibilité du fluide qui passe à $1.0E-18$ et on réalise les tests au pas de temps 8 (10000) de manière à dépasser le régime transitoire.

9.2 Caractéristique du maillage

Le cube est composé d'un HEXA20.

9.3 Grandeurs testées et résultats

On teste les valeurs minimales et maximales de la pression de pore sur la face inférieure et la face supérieure du cube par rapport à la solution analytique.

Grandeurs testées	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
PRE1 (face supérieure) MIN	'ANALYTIQUE'	1,250124996E+16	0,05
PRE1 (face supérieure) MAX	'ANALYTIQUE'	1,250124996E+16	0,05
PRE1 (face inférieure) MIN	'ANALYTIQUE'	1,249875004E+16	0,05
PRE1 (face inférieure) MAX	'ANALYTIQUE'	1,249875004E+16	0,05

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

10 Modélisation H

10.1 Caractéristiques de la modélisation

Les caractérisiques sont les mêmes que pour la modélisation G.

10.2 Caractéristique du maillage

Le maillage est composé de 6 éléments de type PYRAM13 au lieu d'un HEXA20.
Le maillage est représenté sur la figure 10-1.

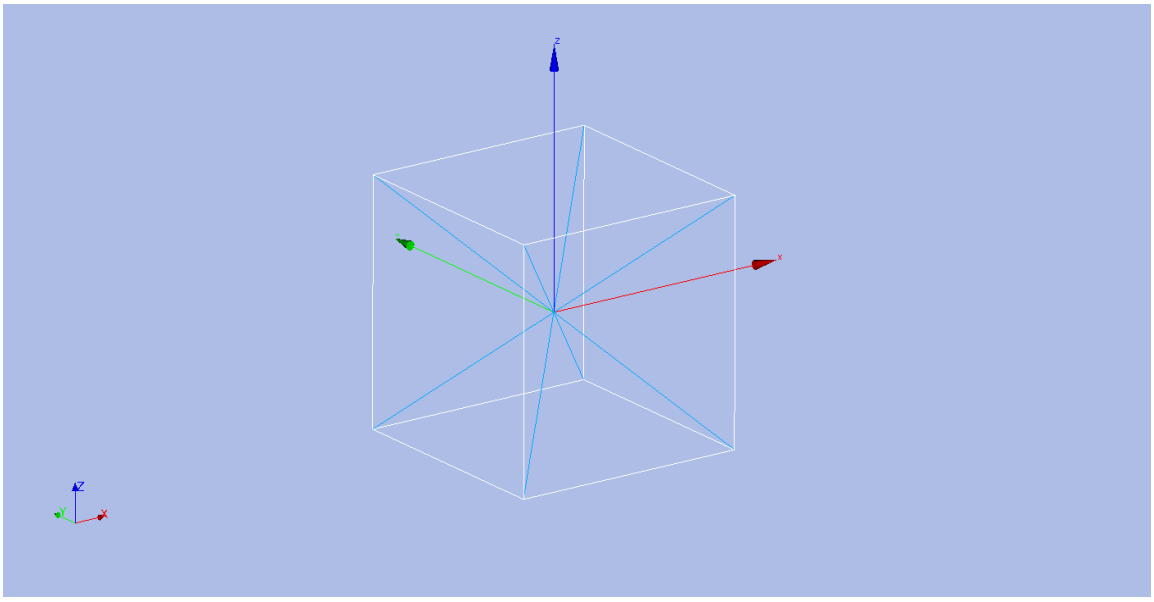


Figure 10-1 : Maillage pyramidal

10.3 Grandeurs testées et résultats

On teste les valeurs minimales et maximales de la pression de pore sur la face inférieure et la face supérieure du cube par rapport à la modélisation précédente.
Ces résultats, très proches de ceux obtenus dans la modélisation G, assurent que le comportement hydraulique des mailles HM_PYRAM13 est identique à celui des mailles HM_HEXA20.

Grandeurs testées	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
PRE1 (face supérieure) MIN	'AUTRE ASTER'	1.20598944073E+16	1.0E-05
PRE1 (face supérieure) MAX	'AUTRE ASTER'	1.20598944073E+16	1.0E-05
PRE1 (face inférieure) MIN	'AUTRE ASTER'	1.20576822134E+16	1.0E-05
PRE1 (face inférieure) MAX	'AUTRE ASTER'	1.20576822135E+16	1.0E-05

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

11 Modélisation I

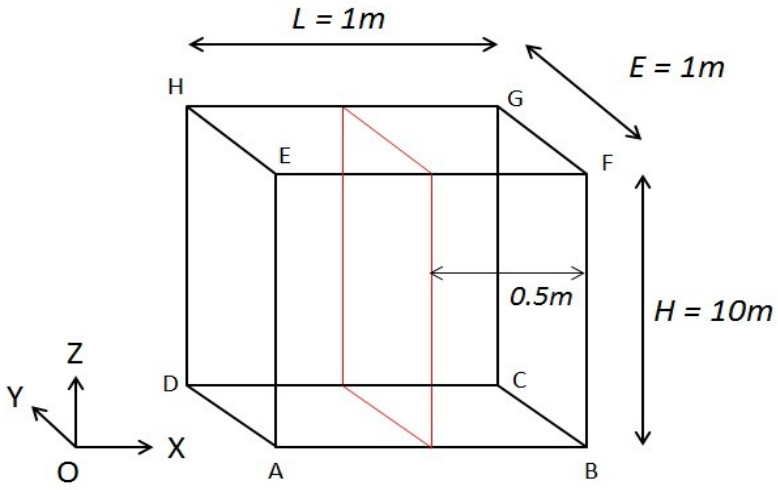
Avec la modélisation I, on entreprend de valider l'option CHAR_MECA_FLUX pour les éléments HM-XFEM. La modélisation G sert de référence.

11.1 Caractéristiques de la modélisation

Cette modélisation est une modélisation HM-XFEM.
Les caractéristiques sont les mêmes que pour la modélisation G.

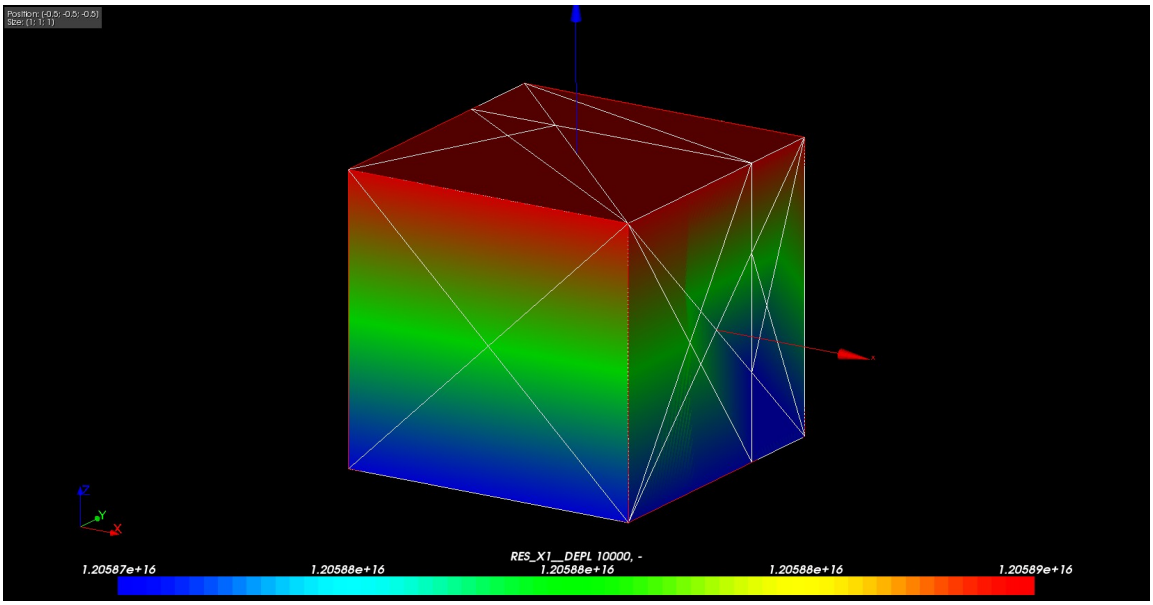
11.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage initial est le même que dans la modélisation G mais le cube est coupé en deux par une fissure verticale.



On applique les mêmes conditions aux limites que dans la modélisation G. Dans cette modélisation, les éléments de bords situés sur les faces supérieures et inférieures du cube et sur lesquels sont appliquées les conditions aux limites sont des éléments de bord HM-XFEM non conformes à la fissure. Ils sont ensuite découpés en sous-éléments de manière à être compatibles avec la fissure. Aucun chargement n'est appliqué au niveau de la fissure.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)



11.3 Grandeurs et résultats testés

On teste les valeurs minimales et maximales de la pression de pore sur la face inférieure et la face supérieure du cube par rapport à la modélisation G.

Grandeurs testées	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
PRE1 (face supérieure) MIN	'AUTRE ASTER'	1.20598944073E+16	1.0E-04
PRE1 (face supérieure) MAX	'AUTRE ASTER'	1.20598944073E+16	1.0E-04
PRE1 (face inférieure) MIN	'AUTRE ASTER'	1.20576822134E+16	1.0E-04
PRE1 (face inférieure) MAX	'AUTRE ASTER'	1.20576822135E+16	1.0E-04

Ces résultats, très proches de ceux obtenus dans la modélisation G, assurent que le comportement hydraulique des éléments HM-XFEM est similaire au comportement hydraulique des éléments HM. En particulier, l'option CHAR_MECA_FLUX est validée pour les éléments HM-XFEM.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

12 Synthèse des résultats

Les résultats sont cohérents physiquement. Les modélisations A à G admettent une solution analytique qui est parfaitement vérifiée et les modélisations H et I sont parfaitement cohérentes avec la modélisations G de référence. Elles valident respectivement le comportement hydraulique des mailles pyramidales HM et l'option CHAR_MECA_FLUX pour les éléments HM-XFEM.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)