HSNS102 - Plaque en béton armé avec chargement thermique

Résumé :

Ce test a pour but principal de vérifier la modélisation des éléments béton armé sous chargement thermique selon trois techniques :

- Modélisation A : Modèle coque : DKT + GRILLE_EXCENTREE
- Modélisation B : Modèle solide : Volumique + GRILLE_MEMBRANE
- Modélisation C : Modèle solide : Volumique + MEMBRANE

L'objectif est de vérifier la réponse mécanique par comparaison avec une solution de référence obtenue analytiquement.

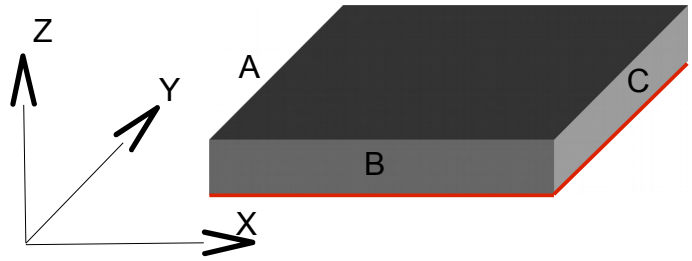
De plus, il teste, dans la modélisation B, la fonctionnalité MATRICE=ELASTIQUE de STAT_NON_LINE pour les éléments GRILLE_MEMBRANE, ainsi que les options EPVC_ELGA, EPME_ELGA et EPSP_ELGA.

Dans la modélisation C, on teste également le calcul des options EFGE_ELGA et EFGE_ELNO sur les éléments de MEMBRANE (en linéaire et en non-linéaire).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



Plaque carrée :

Longueur : $l=1.0\,m$

Épaisseur : $ep=0.2\,m$

Armatures :

Section : $S_a=0.01\,m^2$

Excentrement : $e=-0.01\,m$

1.2 Propriétés des matériaux

Béton :

Module de Young, $E=3\,10^{10}\,Pa$

Coefficient de Poisson, $\nu=0.0$

Coefficient de dilatation thermique, $\alpha=10^{-5}\,K^{-1}$

Acier :

Module de Young, $E=2\,10^{11}\,Pa$

Coefficient de Poisson, $\nu=0.0$

Coefficient de dilatation thermique, $\alpha=10^{-5}\,K^{-1}$

1.3 Conditions aux limites et chargements

Sur le coté A on bloque les déplacements selon X et Z et la rotation autour de Y :

$$U_x=0.0\,;U_z=0.0\,;R_y=0.0$$

Sur le bord B on bloque le déplacement selon Y :

$$U_Y=0.0$$

La température initiale est $20\,°C$ pour l'acier et le béton.

On augmente la température de l'acier pour atteindre $120\,°C$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul

Les déformations totales dans l'acier et dans le béton sont :

$\epsilon_a^t = \epsilon_a^m + \epsilon_a^{th}$ et $\epsilon_b^t = \epsilon_b^m$ avec $\epsilon_a^{th} = \alpha \Delta T$

Soient ϵ la déformation du plan moyen de la plaque et χ la courbure de la plaque, les deux inconnues à trouver. En respectant la cinématique (les sections restent planes), l'acier étant parfaitement lié au béton, on a :

$\epsilon_a^t = \epsilon - e\chi$ et $\epsilon_b^t = \epsilon - y\chi$

L'effort normal imposé sur la plaque est nul :

$$N = N_a + N_b = E_a S_a \epsilon_a^m + E_b \int \epsilon_b^m = E_a S_a (\epsilon - e\chi - \epsilon_a^{th}) + E_b S_b \epsilon = 0$$

De même, le moment fléchissant imposé sur la plaque est nul :

$$M = M_a + M_b = e\, E_a S_a \epsilon_a^m + E_b \int y\, \epsilon_b^m = E_a S_a (e\epsilon - e^2\chi - e\epsilon_a^{th}) + E_b I_b \chi = 0$$

On obtient ainsi deux équations pour déterminer les deux inconnues :

$$(E_a S_a + E_b S_b)\epsilon - E_a S_a e\chi = E_a S_a \epsilon_a^{th}$$
$$E_a S_a e\epsilon + (E_b I_b - E_a S_a e^2)\chi = E_a S_a e \epsilon_a^{th}$$

On obtient :

$$\epsilon = \frac{\alpha \Delta T}{A} \quad \text{et} \quad \chi = \frac{-\alpha \Delta T}{B}$$

avec :

$$A = 1 + \frac{E_b S_b}{E_a S_a} + \frac{S_b e^2}{I_b} \quad \text{et} \quad B = e + \left(\frac{1}{E_a S_a} + \frac{1}{E_b S_b}\right) + \frac{E_b I_b}{e}$$

A partir de ces valeurs on peut calculer :

- l'allongement de la plaque : $\Delta L = \epsilon L$
- la rotation de la plaque : $R_y = \chi L$
- la flèche au bout de la plaque : $f = -\chi \frac{L^2}{2}$ ou au milieu de la plaque $f = -\chi \frac{L^2}{8}$
- la contrainte normale dans l'acier : $\sigma_a = E_a(\epsilon - e\chi - \epsilon_a^{th})$
- l'effort normal dans le béton : $N_b = E_b S_b \epsilon$

2.2 Grandeurs et résultats de référence

On calcule l'allongement et la flèche de la plaque (déplacement U_x et U_z d'un nœud du bord C de la plaque), la rotation (R_y constante sur la longueur), l'effort normal dans les armatures, l'effort normal dans le béton N_b.

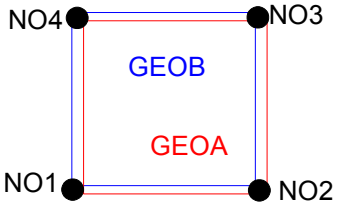
2.3 Incertitudes sur la solution

Solution exacte.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation



Modélisation :
1 élément DKT (GEOB) superposé à 1 élément GRILLE_EXCENTRE (GEOA) appuyé sur les mêmes nœuds.

Conditions aux limites :
Nœuds $NO1$ et $NO4$: $DX=0., DZ=0., DRY=0.$

Nœuds $NO1$ et $NO2$: $DY=0$

Chargement thermique :
Le béton reste à $20\,°C$.
L'acier passe de $20\,°C$ à $120\,°C$ entre les instants 0 et 1,
La température de référence est dans les deux cas de $20\,°C$.

3.2 Caractéristiques du maillage

Nœuds : 4
Mailles : 1 QUAD4 pour le béton et 1 QUAD4 pour l'acier

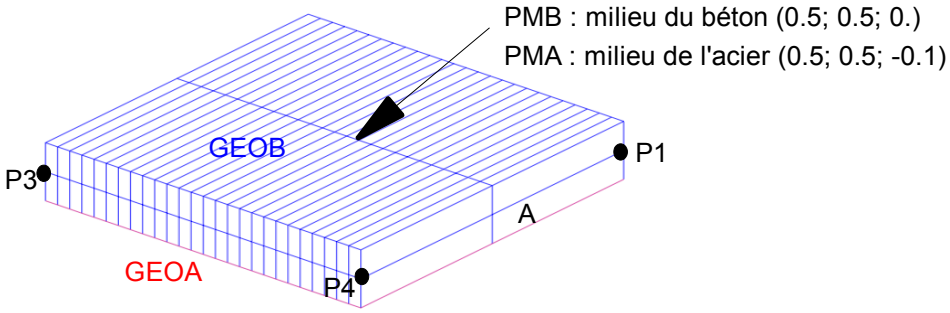
3.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de Référence	Valeur de référence	Tolérance
Déplacement DX en NO2	'ANALYTIQUE'	1.4285714E-04	0.0001%
Déplacement DZ en NO2	'ANALYTIQUE'	2.1428571E-03	0.0001%
Rotation RY en NO2	'ANALYTIQUE'	-4.2857143E-03	0.0001%
Contrainte SIXX dans la maille acier AMA1	'ANALYTIQUE'	-8.571429E+07	0.0001%
Effort NXX dans la maille béton MA1	'ANALYTIQUE'	8.571429E+05	0.0001%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation



Modélisation :

Éléments **3D** linéaires (GEOB) et éléments **GRILLE_MEMBRANE** (GEOA) appuyés sur les nœuds de la face inférieure.

Conditions aux limites :

Face A : bloquée par $DX=0$

Ligne $P1-P4$: bloquée par $DZ=0$

Point $P1$: bloqué par $DY=0$

Chargement thermique :

Le béton reste à $20\,°C$.

L'acier passe de $20\,°C$ à $120\,°C$ entre les instants 0 et 1,

La température de référence est dans les deux cas de $20\,°C$.

Remarque :

Par rapport aux autres modélisations, un calcul non-linéaire avec le comportement GRILLE_ISOT_LINE est ajouté pour valider l'option EPSP_ELGA.

Les paramètres du matériau ECRO_LINE utilisés sont les suivants: D_SIGM_EPSI = $0.5E11$, *SY* = $1E7$.

4.2 Caractéristiques du maillage

Nœuds : 243

Mailles : 104 CUB8 pour le béton et 52 QUAD4 pour l'acier

4.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Déplacement DX au point PMB	'ANALYTIQUE'	7.19892100E-05	1.00%
Déplacement DZ au point PMB	'ANALYTIQUE'	5.35714274E-04	1.05%
Contrainte SIXX dans l'acier au point PMA	'ANALYTIQUE'	-8.571429E+07	1.00%
Contrainte SIXX dans le béton au point PMB	'ANALYTIQUE'	4.52857145E+06	1.00%

Remarque :

Les valeurs de déplacements et de contraintes sont évaluées au centre de la plaque car en modélisation $3D$ *il y a des effets de bord libre au bout, non considérés par la solution analytique.*

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Validation de EPVC_ELGA, EPME_ELGA et EPSP_ELGA sur le calcul élastique (les tests sur EPSI_ELGA et SIEF_ELGA servent à l'obtention des valeurs de références) :

Instant	Maille/Point	Champ/Composante	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance (%)
1.0	M107/1	EPSI/EXX	'NON_REGRESSION'	-	
1.0	M107/1	EPVC/EPTHER_L	'ANALYTIQUE'	1.0E-03	0.1
1.0	M107/1	EPME/EXX	'NON_REGRESSION'	-	-
1.0	M107/1	EPSP/EXX	'ANALYTIQUE'	0.	-

Complément de validation de EPME_ELGA et EPSP_ELGA sur un calcul anélastique :

Instant	Maille/Point	Champ/Composante	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance (%)
1.0	M107/1	SIEF/SIXX	'NON_REGRESSION'	-	-
1.0	M107/1	EPME/EPXX	'NON_REGRESSION'	-	-
1.0	M107/1	EPSP/EPXX	'NON_REGRESSION'	-	-

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation :
Éléments 3D linéaires (GEOB) et éléments MEMBRANE (GEOA) appuyés sur les nœuds de la face inférieure.

Conditions aux limites et chargement thermique :
Identiques à la modélisation B.

5.2 Caractéristiques du maillage

Maillage identique à la modélisation B.

5.3 Valeurs testées et résultats

Valeurs identiques à la modélisation B.

Remarque :
La validation des options EFGE_ELGA et EFGE_ELNO est faite par inter comparaison avec les champs SIEF_ELGA et SIEF_ELNO : ces champs ont le même contenu.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Synthèse des résultats

Ce test compare les solutions obtenues avec trois types de modélisation à une solution analytique dans le cas d'une plaque en béton armé soumis à un chargement thermique.

- Modèle coque : DKT + GRILLE_EXCENTREE
- Modèle solide : Volumique + GRILLE_MEMBRANE
- Modèle solide : Volumique + MEMBRANE

Le bilan des comparaisons indique un écart négligeable entre les résultats. Un seul élément fini est suffisant pour retrouver la solution analytique dans le cas DKT + GRILLE_EXCENTREE.

Dans les cas volumiques avec GRILLE_MEMBRANE ou MEMBRANE , l'erreur est inférieure à 1% pour un maillage suffisamment fin (26 éléments dans la longueur).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)