HSNV121 - Traction en grandes déformations plastiques d'un barreau sous chargement thermique

Résumé :

Ce test thermomécanique quasi-statique consiste à chauffer uniformément un barreau de section rectangulaire (3D) ou cylindrique (2D axisymétrique) puis à le soumettre à une traction. On valide ainsi la cinématique des grandes déformations en plasticité (commande STAT_NON_LINE, mot-clé DEFORMATION: 'SIMO_MIEHE' ou 'PETIT_REAC') pour une relation de comportement en grandes déformations avec écrouissage isotrope linéaire (commande STAT_NON_LINE, mot-clé RELATION : 'VMIS_ISOT_LINE' et 'VMIS_ISOT_TRAC') avec chargement thermomécanique. Avec des modélisations coque ou plaque, les grandes déformations en plasticité sont accessibles grâce au mot-clé DEFORMATION: 'PETIT_REAC' pourvu que les rotations restent faibles.

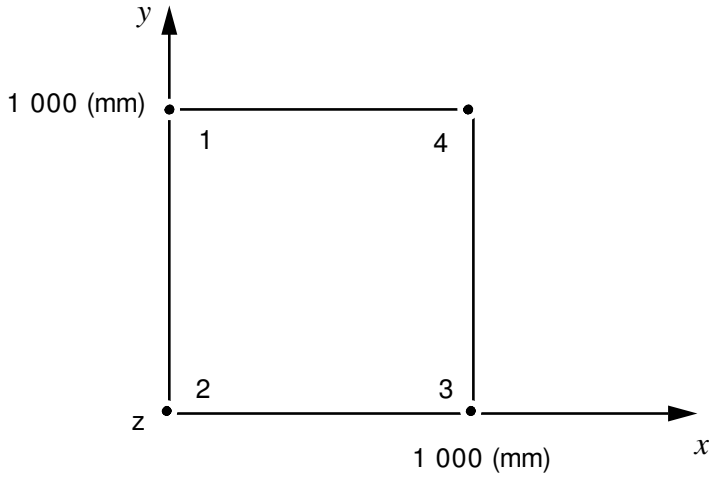
Le barreau est modélisé par un élément volumique (HEXA20, modélisation A) ou quadrangulaire (QUAD4, pour une modélisation axisymétrique, modélisation B) ou par des éléments de plaque ou de coque (DKT pour la modélisation C et COQUE_3D pour la modélisation D).

La solution est analytique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

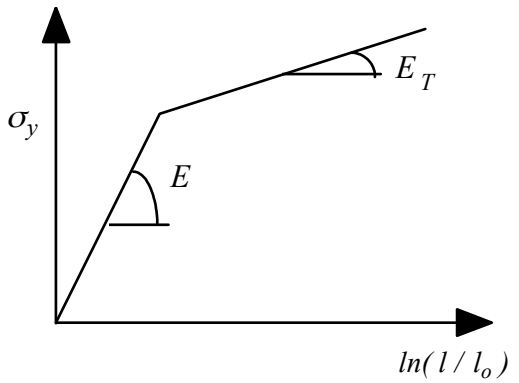
1.1 Géométrie



1.2 Propriétés du matériau

Le matériau obéit à une loi de comportement en grandes déformations plastique avec écrouissage isotrope linéaire, dont les caractéristiques dépendent de la température.
La courbe de traction est donnée dans le plan déformation logarithmique - contrainte rationnelle.

$$\sigma = \frac{F}{S} = \frac{F}{S_o} \cdot \frac{l}{l_o}$$



	ν	$=0.3$
	α	$=10^{-4} K^{-1}$
	σ_y	$=1000$ MPa
à	T	$=20^\circ$ C
	E	$=250000$MPa
	E_T	$=2500$ MPa
à	T	$=120^\circ$ C
	E	$=200000$MPa
	E_T	$=2000$ MPa

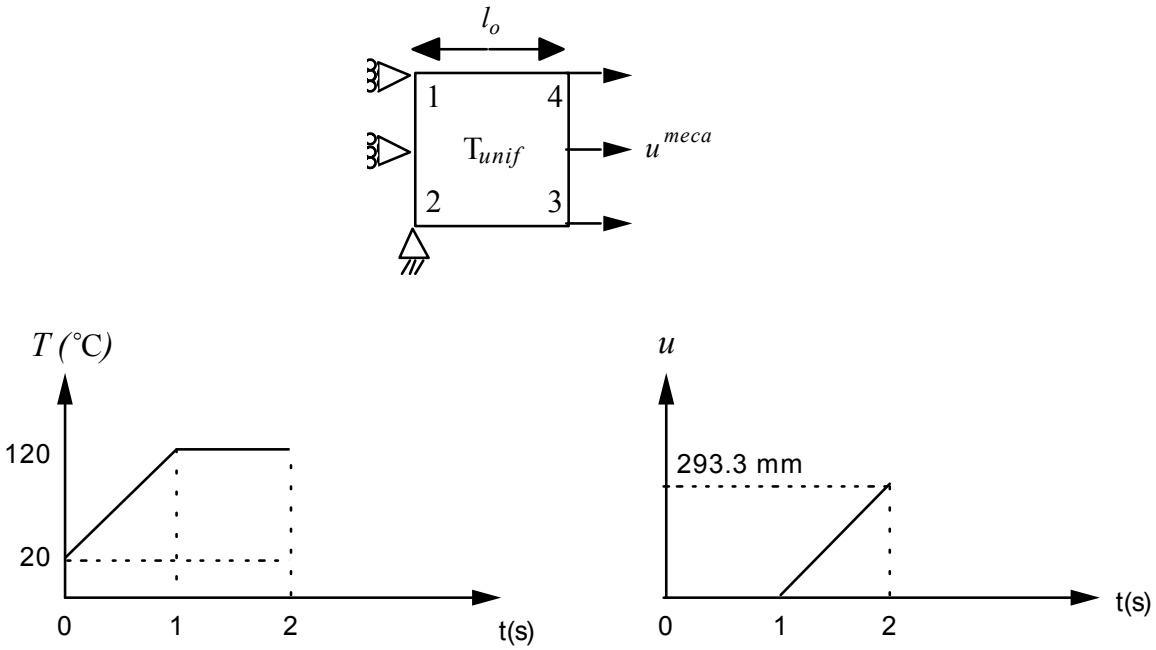
l_o et l sont, respectivement, la longueur initiale et la longueur actuelle de la partie utile de l'éprouvette.

S_o et S sont, respectivement, la surface initiale et actuelle. Entre les températures $20\,°C$ et $120\,°C$, les caractéristiques sont interpolées linéairement.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1.3 Conditions aux limites et chargements

Le barreau, de longueur initiale l_o, bloqué dans la direction $O\mathbf{x}$ sur la face [1,2] est soumis à une température uniforme T et à un déplacement mécanique de traction u^{meca} sur la face $[3,4]$. Les séquences de chargement sont les suivantes :



Température de référence : $T_{réf}$ = 20°C.

Remarque :

Le déplacement mécanique est mesuré à partir de la configuration déformée par le chargement thermique ($t=1\text{s}$). Pour avoir le déplacement total, il faut donc additionner le déplacement thermique obtenu au temps $t=1\text{s}$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Résultat de la solution de référence

Pour un essai de traction suivant la direction x, le tenseur de Kirchhoff τ est de la forme :

$$\boldsymbol{\tau} = \begin{bmatrix} \tau & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Les tenseurs gradients de la transformation $\mathbf{F}$ et $\overline{\mathbf{F}}$ et le tenseur isochore de déformations plastiques $\mathbf{G}^p$ sont de la forme :

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} F & 0 & 0 \\ 0 & F_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & F_{yy} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad J = \det \mathbf{F} = F F_{yy}^2 \quad \Rightarrow \quad F_{yy} = \sqrt{J / F}$$

$$\overline{\mathbf{F}} = J^{-1/3}\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \overline{F} & 0 & 0 \\ 0 & \overline{F}_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \overline{F}_{yy} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \det \overline{\mathbf{F}} = 1 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \overline{F} = J^{-1/3} F \\ \overline{F}_{yy} = \overline{F}^{-1/2} \end{cases}$$

$$\mathbf{G}^p = \begin{bmatrix} G^p & 0 & 0 \\ 0 & G_{yy}^p & 0 \\ 0 & 0 & G_{yy}^p \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \det \mathbf{G}^p = 1 \quad \Rightarrow \quad G_{yy}^p = (G^p)^{-1/2}$$

Par la loi de comportement, on obtient la relation suivante :

$$\tau = \frac{3K}{2}(J^2 - 1) - \frac{9K\alpha(T - T_{ref})}{2}(J + \frac{1}{J})$$

soit

$$J^3 - 3\alpha(T - T_{ref})J^2 - J(1 + \frac{2\tau}{3K}) - 3\alpha(T - T_{ref}) = 0$$

La contrainte de Cauchy s'écrit :

$$J\sigma = \tau$$

En charge plastique pour un écrouissage isotrope R linéaire, tel que :

$$R(p) = \frac{E E_T}{E - E_T} p$$

on a :

$$p = \frac{E - E_T}{E E_T}(\tau - \sigma_y)$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

L'intégration de la loi d'écoulement de la déformation plastique G^P donne (sachant que $G^P(p=0)=1$) :

$$G^P=e^{-2p}$$

La composante $\bar{F}$ du gradient de la transformation est donnée par la résolution de :

$$\bar{F}^3 - \frac{\tau}{\mu G^p}\bar{F} - \frac{1}{(G^p)^{3/2}}=0$$

Le champ de déplacement $\boldsymbol{u}$ (dans la configuration initiale) est de la forme $\boldsymbol{u}=u_x\boldsymbol{X}+u_y\boldsymbol{Y}+u_z\boldsymbol{Z}$. Les composantes sont données par :

$$u_x=\frac{\tilde{u}}{l_o}X \quad \text{avec } \tilde{u}=(F-1).l_o$$
$$u_y=\frac{\tilde{v}}{l_o}Y \quad \text{avec } \tilde{v}=\left(\sqrt{\frac{J}{F}-1}\right)l_o$$
$$u_z=\frac{\tilde{v}}{l_o}Z$$

2.2 Résultats de référence

On adoptera comme résultats de référence les déplacements, la contrainte de Cauchy σ et la déformation plastique cumulée p .

Au temps $t=2\ s$ ($\Delta T=100\,°C$, traction u)

On cherche le déplacement total (thermique + mécanique) tel que la contrainte τ soit égale à : $\tau=1500\,Mpa$ (à $T=120\,°C$)

- $3K=500\,000\,MPa$ $\mu=76923\,MPa$
- $J=1.03$
- $\sigma=1453\,MPa$
- $p=0{,}2475$
- $G^p=0{,}609$
- $\bar{F}=1{,}289$
- $F=1{,}303$
- $\tilde{u}=303\,mm$
- $\tilde{v}=-110\,mm$

Avec ces grandeurs, il est possible de déterminer l'énergie élastique du barreau. Attention, la présence de thermique engendre un jacobien élevé, nécessitant une correction spécifique telle que décrite en R5.03.21. Au final, on obtient au point matériel : $\Psi_{elas}=5{,}6\,MPa$

2.3 Incertitude sur la solution

La solution est analytique. Aux erreurs d'arrondis près, on peut la considérer exacte.

2.4 Références bibliographiques

On pourra se référer à :

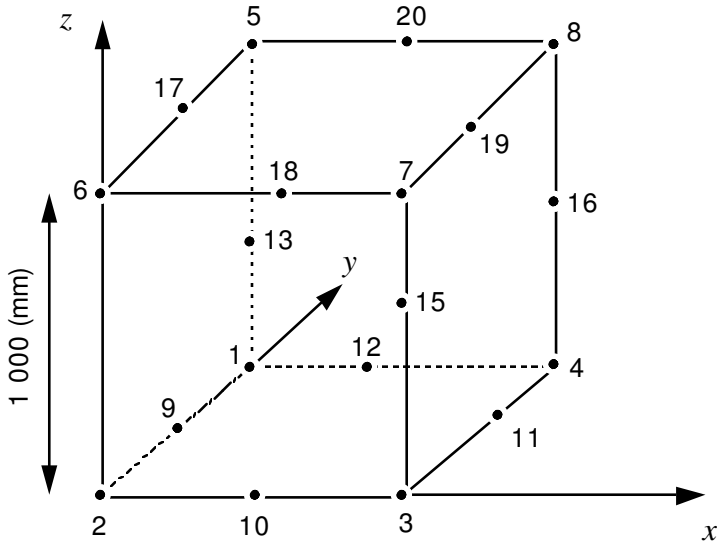
1) V. CANO, E. LORENTZ : Introduction dans le *Code_Aster* d'un modèle de comportement en grandes déformations élastoplastique avec écrouissage isotrope - Note interne EDF DER HI-74/98/006/0

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation volumique : 1 maille HEXA20
1 maille QUAD8



Conditions aux limites :

$N2$: $U_x = U_y = U_z = 0$ $\quad N9,\ N13,\ N14,\ N5,\ N17 : U_x = 0$

$N1$: $U_x = U_z = 0$

$N6$: $U_x = U_y = 0$

Charge : Traction sur la face $[3\ 4\ 8\ 7\ 11\ 16\ 19\ 15]$ + affectation de la même température sur tous les nœuds.
Le nombre total d'incréments est de 21 (1 incrément entre $t = 0\text{s}$ et 1s, 20 incréments entre $t = 1\text{s}$ et $2\,s$)
La convergence est réalisée si le résidu RESI_GLOB_RELA est inférieur ou égal à 10^{-6}.

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 20
Nombre de mailles : 2

1 HEXA20
1 QUAD8

3.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Référence	Tolérance
$t = 2$ Déplacement DX ($N8$)	303	1,00%
$t = 2$ Déplacement DY ($N8$)	–110	1,00%
$t = 2$ Déplacement DZ ($N8$)	–110	1,00%
$t = 2$ Contraintes $SIGXX$ ($PG1$)	1453	1,00%
$t = 2$ Variable P_VARI ($PG1$)	0.2475	1,50%
$t = 2$ Variable $INDIPLAS$ ($PG1$)	1.	0,10%
$t = 2$ ENER_ELAS, TOTALE	5,60E+009	5,00%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

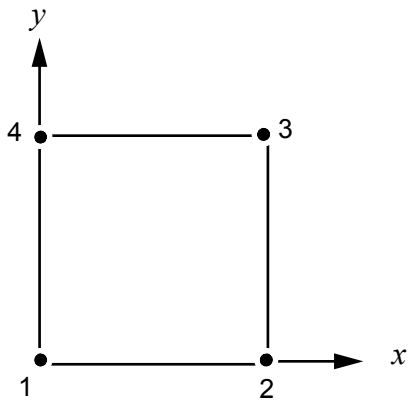
Avec $INDIPLAS$ l'indicateur de plasticité.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation $2D$ axisymétrique : 1 maille QUAD4
1 maille SEG2



Conditions aux limites :

$N1$: $U_y = 0$

$N2$: $U_y = 0$

Chargement :

Traction sur la face $[3\,4]$ (maille SEG2) + affectation de la même température sur tous les nœuds

Le nombre total d'incréments est de 21 (1 incrément entre $t = 0\text{s}$ et 1s, 20 incréments entre $t = 1\text{s}$ et 2s)

La convergence est réalisée si le résidu RESI_GLOB_RELA est inférieur ou égal à 10^{-6}.

4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 4
Nombre de mailles : 2

1 QUAD4
1 SEG2

4.3 Grandeurs testées et résultats

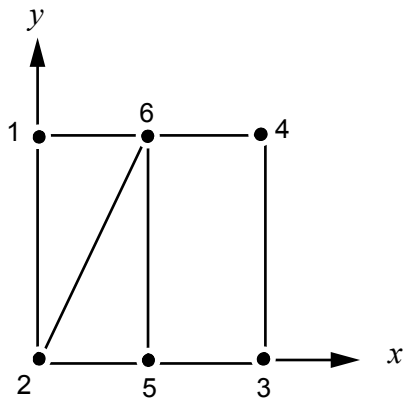
Identification	Référence	Tolérance
$t = 2$ Déplacement DX ($N3$)	–110	1,00%
$t = 2$ Déplacement DY ($N3$)	303	1,00%
$t = 2$ Contraintes $SIGYY$ ($PG1$)	1453	1,00%
$t = 2$ Variable p $VARI$ ($PG1$)	0.2475	1,00%
$t = 2$ ENER_ELAS, TOTALE	5,60E+009	5,00%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation plaques DKT d'épaisseur $1000\,mm$: 1 maille QUAD4, 2 mailles TRIA3
1 maille SEG2



Conditions aux limites :

$N2$: $U_x=0 \quad U_y=0 \quad U_z=0 \quad \theta_x=0 \quad \theta_y=0 \quad \theta_z=0$

$N1$: $U_x=0 \quad U_z=0$

Chargement :

Traction sur la face $[3\,4]$ (maille SEG2) + affectation de la même température sur tous les nœuds
Le nombre total d'incréments est de 21 (1 incrément entre $t=0\text{s}$ et 1s, 20 incréments entre $t=1\text{s}$ et 2s)

La convergence est réalisée si le résidu RESI_GLOB_RELA est inférieur ou égal à 10^{-6}.

5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 8
Nombre de mailles : 4

1 QUAD4
2 TRIA3
1 SEG2

5.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Référence	Tolérance
$t=2$ Déplacement DX ($N3$)	–110	1,50%
$t=2$ Déplacement DY ($N3$)	303	1,00%
$t=2$ Effort NXX ($PG1$)	1497	1,00%
$t=2$ Effort NYY ($PG1$)	0,79	1,00%
$t=2$ Effort NXY ($PG1$)	0,61	1,00%
$t=2$ Variable p $VARI$ ($PG1$)	0.2475	1,50%

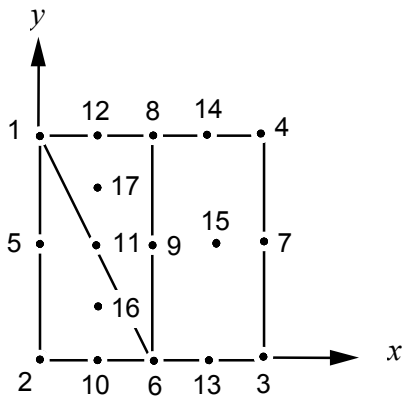
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Modélisation D

6.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation COQUE_3D d'épaisseur $1000\,mm$: 1 maille QUAD9, 2 mailles TRIA7
1 maille SEG3



Conditions aux limites :

$N2$: $U_x=0 \quad U_y=0 \quad U_z=0 \quad \theta_x=0 \quad \theta_y=0 \quad \theta_z=0$

$N5$: $U_x=0 \quad U_z=0$

$N1$: $U_x=0 \quad U_z=0$

Chargement :

Traction sur la face $[34]$ (maille SEG3) + affectation de la même température sur tous les nœuds

Le nombre total d'incréments est de 21 (1 incrément entre $t=0\,s$ et $1\,s$, 20 incréments entre $t=1\,s$ et $2\,s$)

La convergence est réalisée si le résidu RESI_GLOB_RELA est inférieur ou égal à 10^{-6}.

6.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 17
Nombre de mailles : 4

1 QUAD9
2 TRIA7
1 SEG3

6.3 Grandeurs testées et résultats

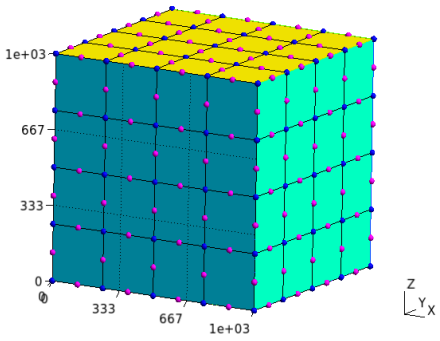
Identification	Référence	Tolérance
$t=2$ Déplacement DX ($N3$)	–110	1,50%
$t=2$ Déplacement DY ($N3$)	303	1,00%
$t=2$ Contrainte $SIXX$ ($PG1$)	1453	3,10%
$t=2$ Variable p $VARI$ ($PG1$)	0.2475	1,50%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7 Modélisation F

7.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation 3D de côté $1000\,mm$: 64 mailles HEXA20, 96 mailles QUAD8



Conditions aux limites :

Face BOTTOM : DZ=0
Face LEFT : DY=0
Face BACK : DX=0

Chargement :

Traction sur la face FRONT+ affectation de la même température sur tous les nœuds
Le nombre total d'incréments est de 21 (1 incrément entre $t=0\text{s}$ et 1s, 20 incréments entre $t=1\text{s}$ et 2s)

La convergence est réalisée si le résidu RESI_GLOB_RELA est inférieur ou égal à 10^{-6}.

7.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 425
Nombre de mailles : 160

64 maille s HEXA20
96 mailles QUAD8

7.3 Grandeurs testées et résultats

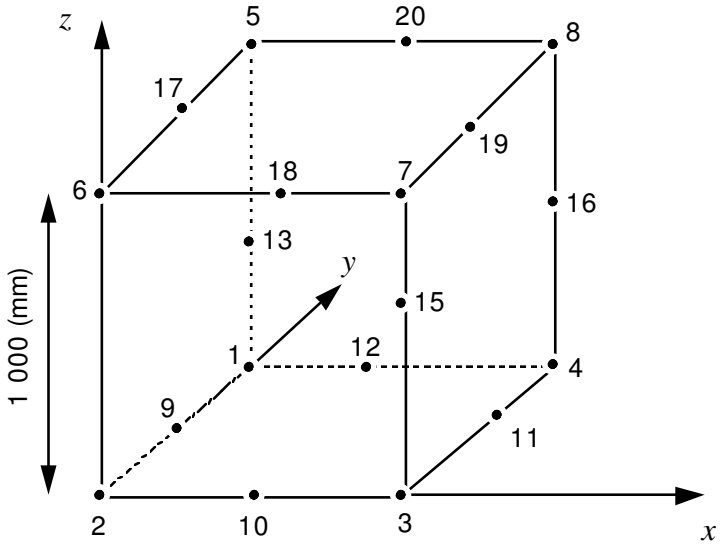
Identification	Référence	Tolérance
$t=2$ Déplacement DY ($N6$)	–110	1,00%
$t=2$ Déplacement DX ($N6$)	303	1,00%
$t=2$ Déplacement DZ ($N6$)	–110	1,00%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

8 Modélisation G

8.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation volumique : 1 maille HEXA20
1 maille QUAD8



La modélisation G se base sur la modélisation A. Mais on utilise dans ce calcul l'élément 3D_GRAD_INCO, avec une loi de comportement VMIS_ISOT_NL et une cinématique de formations GDEF_LOG.

8.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 20
Nombre de mailles : 2

1 HEXA20
1 QUAD8

8.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Référence	Tolérance
$t=2$ Déplacement DX ($N8$)	303	1,00%
$t=2$ Déplacement DY ($N8$)	–110	2,00%
$t=2$ Déplacement DZ ($N8$)	–110	1,00%

9 Synthèse des résultats

Les résultats trouvés avec *Code_Aster* et DEFORMATION: 'SIMO_MIEHE' sont très satisfaisants avec des pourcentages d'erreur inférieurs à 0.4% sur la contrainte et à 1.2% sur la variable d'écrouissage. Pour des éléments de plaque et de coque l'utilisation de DEFORMATION: 'PETIT_REAC' donne des résultats satisfaisants avec des pourcentages d'erreur de 3% sur l'effort ou la contrainte et inférieurs à 0.7% sur la variable d'écrouissage.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)