HSNV104 - Thermo-plasticité et métallurgie en déformations planes avec restauration d'écrouissage

Résumé :

On traite la détermination de l'évolution mécanique d'un parallélépipède rectangle en déformations planes soumis à des évolutions thermique $T_{(t)}$ et métallurgique $Z_{(t)}$ connues et uniformes (la transformation métallurgique est de type bainitique).

Les éléments utilisés sont des éléments bidimensionnels en déformations planes et la relation de comportement est la plasticité de von Mises avec écrouissage isotrope linéaire. On tient compte de la restauration d'écrouissage, mais non de la plasticité de transformation.

Le coefficient de dilatation α dépend de la composition métallurgique.

La solution de référence est obtenue par la résolution analytique du problème.

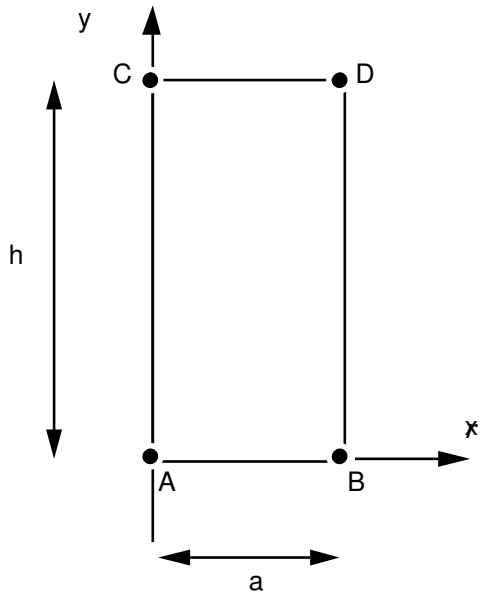
Les résultats fournis par *Code_Aster* sont très satisfaisants avec des erreurs inférieures à $0{,}8\%$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

Largeur : a = 0.05 m.
Hauteur : h = 0.2 m.



1.2 Propriétés des matériaux

La convention suivante est adoptée afin de distinguer les paramètres de la phase chaude (austénitique) des paramètres des phases froides (ferrito-perlitique, bainitique et martensitique) :

$*^{aust}$ = caractéristiques relatives à la phase austénitique
$*^{fbm}$ = caractéristiques relatives aux phases ferrito-perlitique, bainitique et martensitique

Paramètres métallurgiques :
TRC pour modéliser une évolution métallurgique de type bainitique, sur toute la structure, de la forme :

$$Z_{fbm}=\begin{cases}0. & si \quad t\leq\tau_1 \qquad \tau_1=60\,s\\ \dfrac{t-\tau_1}{\tau_2-\tau_1} & si \quad \tau_1\leq t<\tau_2 \quad \tau_2=112\,s\\ 1. & si \quad t\geq\tau_2\end{cases}$$

Paramètres thermiques :
Capacité calorifique : $\rho C_p=2.10^6\,J.m^{-3}.°C^{-1}$
Conductivité : $\lambda=9999.9\,W.m^{-1}.°C^{-1}$

Paramètres thermo-mécaniques :
- Paramètres thermo-élastiques :

Module d'Young $E=200000\,10^6\,Pa$
Coefficient de Poisson $\nu=0.3$
Coefficients de dilatation thermique $\alpha_{fbm}=\alpha_{aust}=20.10^{-6}°C^{-1}$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Température de définition du coefficient de dilatation : $T_{ref}=900\,°C$
État de déformation thermique de référence : $\Delta\varepsilon_{f\gamma}^{T_{ref}}=2.52\,10^{-3}$
Limite d'élasticité :

$$\sigma_y^{fbm}=1200.10^6\,Pa$$
$$\sigma_y^{aust}=400.10^6\,Pa$$

- Paramètres thermo-plastiques (loi avec écrouissage linéaire)
  Modules tangents : $E_T^{fbm}=E_T^{aust}=2000.10^6\,Pa$
  On a alors : $H^{fbm}=H^{aust}=\dfrac{EE_T}{(E-E_T)}=2{,}04.10^9\,Pa$

- Paramètres pour la restauration d'écrouissage (restauration complète) : $\theta_{\gamma,3}=0$
  $\theta_{\gamma,3}$ est le taux d'écrouissage transmis de l'austénite à la phase férritique 3 (bainite).

1.3 Conditions aux limites et chargements

- $u_Y=0$ sur le côté AB ; $u_X=0$ en A.
- $T=T^0+\mu t$, $\mu=-5\,°C.s^{-1}$ sur toute la structure.
- Le chargement sur la structure est dû aux phénomènes de dilatation thermique et métallurgique contraints dans la direction z par la condition de déformations planes.

1.4 Conditions initiales

$$T^0=900\,°C=T^{ref}$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Forme du champ solution

Le champ de contrainte solution $\sigma(t)$ est de la forme :

$$\sigma(t)=\sigma_o(t)\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}$$

On en déduit la forme suivante du tenseur des déformations élastiques :

$$\varepsilon^e(t)=\frac{\sigma_o(t)}{E}\begin{pmatrix}-\nu&0&0\\0&-\nu&0\\0&0&1\end{pmatrix}$$

De plus, étant donné que $\sigma(t)$ garde une direction constante, on a :

$$\varepsilon^p(t)=\varepsilon_o^p(t)\begin{pmatrix}\frac{-1}{2}&0&0\\0&\frac{-1}{2}&0\\0&0&1\end{pmatrix}$$

où ε^p est le tenseur des déformations plastiques.

2.2 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Notation : par la suite, on notera ε_α^{eff} (resp. ε_γ^{eff}) la variable d'écrouissage effective des phases froides (resp. de la phase chaude).

Avant transformation, solution thermo-élastique pour $t<t_1$.

$$\begin{cases}\varepsilon_{zz}(t)=\varepsilon_{zz}^e(t)+\varepsilon_{zz}^{th}(t)=0\\ \varepsilon_{zz}^{th}(t)=\alpha_{aust}(T-T^0)\\ \sigma_{zz}(t)=-E\,\varepsilon_{zz}^{th}(t)\end{cases}$$

La limite élastique est atteinte pour $t=t_1$ tel que :

$$\sigma_{zz}(t_1)=-E\,\varepsilon_{zz}^{th}(t_1)=\sigma_y^{aust} \quad\Leftrightarrow\quad T(t_1)-T^0=\frac{-\sigma_y^{aust}}{E\,\alpha_{aust}}=-100.\,°C$$

$$\Leftrightarrow\quad t_1=\frac{T(t_1)-T^0}{\dot{\mu}}=20\,s$$

Avant transformation, solution thermo-élasto-plastique, $t_1\le t\le\tau_1$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$$\begin{cases}\varepsilon_{zz}(t)=\varepsilon_{zz}^{e}(t)+\varepsilon_{zz}^{th}(t)+\varepsilon_{zz}^{p}(t)=0\\ \varepsilon_{zz}^{th}(t)=\alpha_{aust}(T-T^{0})\\ \varepsilon_{zz}^{p}(t)=\dfrac{-\sigma_{y}^{aust}-E\,\alpha_{aust}(T-T^{0})}{E+H^{aust}}\\ \sigma_{zz}(t)=-E\left(\varepsilon_{zz}^{p}(t)+\varepsilon_{zz}^{th}(t)\right)\\ \varepsilon_{\gamma}^{eff}(t)=p(t)=\varepsilon_{zz}^{p}(t)\\ \varepsilon_{\alpha}^{eff}(t)=0\end{cases}$$

Pendant la transformation, pour $\tau_1<t\leq\tau_2$, on est en régime élastique, on a donc une solution thermo-élastique avec changement de phase.

$$\begin{cases}\varepsilon_{zz}(t)=\varepsilon_{zz}^{e}(t)+\varepsilon_{zz}^{th}(t)+\varepsilon_{zz}^{p}(\tau_1)=0\\ \varepsilon_{zz}^{th}(t)=Z_{aust}\,\alpha_{aust}(T-T^{0})+Z_{fbm}\left(\alpha_{fbm}(T-T^{0})+\Delta\varepsilon_{f\gamma}^{T_{ref}}\right)\\ \sigma_{zz}(t)=-E\left(\varepsilon_{zz}^{p}(\tau_1)+\varepsilon_{zz}^{th}(t)\right)\\ \varepsilon_{\gamma}^{eff}(t)=\varepsilon_{zz}^{p}(\tau_1)\\ \varepsilon_{\alpha}^{eff}(t)=0\end{cases}$$

Après la transformation, solution thermo-élastique pour $\tau_2<t<t_2$.

$$\begin{cases}\varepsilon_{zz}(t)=\varepsilon_{zz}^{e}(t)+\varepsilon_{zz}^{th}(t)+\varepsilon_{zz}^{p}(\tau_1)=0\\ \varepsilon_{zz}^{th}(t)=\alpha_{fbm}(T-T^{0})+\Delta\varepsilon_{f\gamma}^{T_{ref}}\\ \sigma_{zz}(t)=-E\left(\varepsilon_{zz}^{th}(t)+\varepsilon_{zz}^{p}(\tau_1)\right)\\ \varepsilon_{\gamma}^{eff}(t)=\varepsilon_{zz}^{p}(\tau_1)\\ \varepsilon_{\alpha}^{eff}(t)=0\end{cases}$$

La limite élastique est atteinte pour $t=t_2$ tel que :

$$\sigma_{zz}(t_2)=R(T,Z,\varepsilon^{eff})+\sigma_{y}(T,Z)$$

A cause de la restauration d'écrouissage et du fait qu'on était en régime élastique pendant toute la transformation : $R=0$ avant replastification.

On a donc en t_2 :

$$\sigma_{zz}(t_2)=-E\left(\varepsilon_{zz}^{th}(t_2)+\varepsilon_{zz}^{p}(\tau_1)\right)=\sigma_{y}^{fbm}\quad\Leftrightarrow\quad T(t_2)-T^{0}=-\frac{\sigma_{y}^{fbm}+E\left(\Delta\varepsilon_{f\gamma}^{T_{ref}}+\varepsilon_{zz}^{p}(\tau_1)\right)}{E\,\alpha_{fbm}}\simeq-624\,°C$$

$$\Rightarrow\quad t_2=\frac{T(t_2)-T^{0}}{\mu}\simeq125\,s$$

Après la transformation, solution thermo-élasto-plastique pour $t\geq t_2$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$$\begin{cases}\varepsilon_{zz}(t)=\varepsilon_{zz}^{e}(t)+\varepsilon_{zz}^{th}(t)+\varepsilon_{zz}^{p}(t)=0\\ \varepsilon_{zz}^{th}(t)=\alpha_{fbm}(T-T^{0})+\Delta\varepsilon_{f\gamma}^{T_{ref}}\\ \varepsilon_{zz}^{p}(t)=\dfrac{-\sigma_{y}^{fbm}-E(\alpha_{fbm}(T-T^{0})+\Delta\varepsilon_{f\gamma}^{T_{ref}})+H^{fbm}\varepsilon^{p}(\tau_{1})}{E+H^{fbm}}\\ \sigma_{zz}(t)=-E(\varepsilon_{zz}^{p}(t)+\varepsilon_{zz}^{th}(t))\\ \varepsilon_{\gamma}^{eff}(t)=0\\ \varepsilon_{\alpha}^{eff}(t)=\varepsilon_{zz}^{p}(t)-\varepsilon_{zz}^{p}(\tau_{1})\end{cases}$$

2.3 Résultats de référence

À $t=60\,s$:	σ_{zz}	$\varepsilon_{\gamma}^{eff}$	$\varepsilon_{\alpha}^{eff}$	ε_{xx}^{th}	ε_{xx}^{meca}	ε_{xx}^{plas}
À $t=89\,s$:	σ_{zz}	$\varepsilon_{\gamma}^{eff}$	$\varepsilon_{\alpha}^{eff}$	ε_{xx}^{th}	ε_{xx}^{meca}	ε_{xx}^{plas}
À $t=112\,s$:	σ_{zz}	$\varepsilon_{\gamma}^{eff}$	$\varepsilon_{\alpha}^{eff}$	ε_{xx}^{th}	ε_{xx}^{meca}	ε_{xx}^{plas}
À $t=176\,s$:	σ_{zz}	$\varepsilon_{\gamma}^{eff}$	$\varepsilon_{\alpha}^{eff}$	ε_{xx}^{th}	ε_{xx}^{meca}	ε_{xx}^{plas}

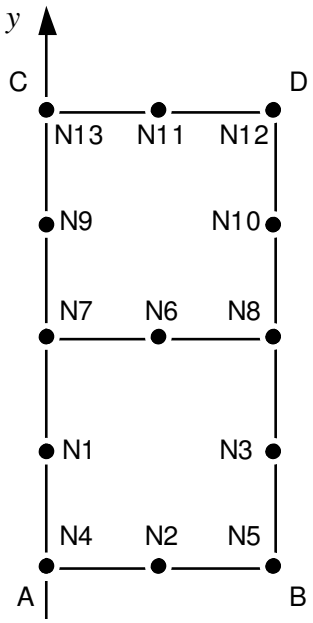
2.4 Références bibliographiques

1. DONORE A.M. - WAECKEL F. - Influence des transformations structurales dans les lois de comportement élasto-plastiques Note HI-74/93/024.
2. DONORE.A.M. - WAECKEL.F. - RAZAKANAIVO.A. - Doc. Aster [R4.04.02].

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation



$A = N4$, $B = N5$, $C = N13$, $D = N12$.

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 13.
Nombre de mailles et types : 2 mailles QUAD8, 6 mailles SEG3.

3.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de Référence	Référence	Tolérance (%)
σ_{zz} $t=60\text{s}$	ANALYTIQUE	4.0792E8	0.1
ε_{y}^{eff} $t=60\text{s}$	ANALYTIQUE	3.9604E-3	0.1
$\varepsilon_{\alpha}^{eff}$ $t=60\text{s}$	ANALYTIQUE	0.	0.1
ε_{xx}^{th} $t=60\,s$	ANALYTIQUE	-6.0E-3	0.1
ε_{xx}^{meca} $t=60\,s$	ANALYTIQUE	-2.59208E-3	0.1
ε_{xx}^{plas} $t=60\,s$	ANALYTIQUE	-1.9802E-3	0.1
σ_{zz} $t=89\text{s}$	ANALYTIQUE	7.0684E8	0.80
ε_{y}^{eff} $t=89\text{s}$	ANALYTIQUE	3.9604E-3	0.1
$\varepsilon_{\alpha}^{eff}$ $t=89\text{s}$	ANALYTIQUE	0.	0.1
ε_{xx}^{th} $t=89\,s$	ANALYTIQUE	-7.49460E-3	0.5
ε_{xx}^{meca} $t=89\,s$	ANALYTIQUE	-3.04046E-3	0.1
ε_{xx}^{plas} $t=89\,s$	ANALYTIQUE	-1.9802E-3	0.3
σ_{zz} $t=112\text{s}$	ANALYTIQUE	9.4392E8	0.1
ε_{y}^{eff} $t=112\text{s}$	ANALYTIQUE	0.	0.1

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$\varepsilon_{\alpha}^{eff}$	$t=112\text{s}$	ANALYTIQUE	0.	0.1
ε_{xx}^{th}	$t=112\,s$	ANALYTIQUE	-8.68E-3	0.1
ε_{xx}^{meca}	$t=112\,s$	ANALYTIQUE	-3.39608E-3	0.1
ε_{xx}^{plas}	$t=112\,s$	ANALYTIQUE	-1.9802E-3	0.1

σ_{zz}	$t=176\text{s}$	ANALYTIQUE	12.101E8	0.1
$\varepsilon_{\gamma}^{eff}$	$t=176\text{s}$	ANALYTIQUE	0.	0.1
$\varepsilon_{\alpha}^{eff}$	$t=176\text{s}$	ANALYTIQUE	5.068921E-3	0.1
ε_{xx}^{th}	$t=176\,s$	ANALYTIQUE	-1.508E-2	0.1
ε_{xx}^{meca}	$t=176\,s$	ANALYTIQUE	-6.3298E-3	0.1
ε_{xx}^{plas}	$t=176\,s$	ANALYTIQUE	-4.51465E-3	0.1

3.4 Remarques

Dans cette modélisation :

$$\varepsilon_{zz}^{pt}(T,Z)=0$$

L'erreur sur σ_{zz} à 89 secondes provient en fait de l'erreur commise sur la description numérique de la transformation métallurgique qui est, à cet instant, d'environ 56%.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Synthèse des résultats

Les résultats trouvés avec *Code_Aster* sont très satisfaisants, avec des pourcentages d'erreur inférieurs à 0.8%.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)