HSNV102 - Thermo-métallo-plasticité couplée en traction simple

Résumé :

On traite la détermination de l'évolution mécanique d'un barreau cylindrique soumis à des évolutions thermique $T(t)$ et métallurgique $Z(t)$ connues et uniformes (la transformation métallurgique est de type martensitique).

Les éléments utilisés sont des éléments axisymétriques.
Pour les modélisations A et B, la relation de comportement est de la plasticité de Von Mises avec écrouissage isotrope. Pour la modélisation B, on tient également compte de la plasticité de transformation.
Dans la modélisation C, un comportement viscoplastique avec écrouissage isotrope linéaire est considéré et la plasticité de transformation n'est pas prise en compte.

La limite élastique et la pente de la courbe de traction dépendent de la température et de la composition métallurgique.

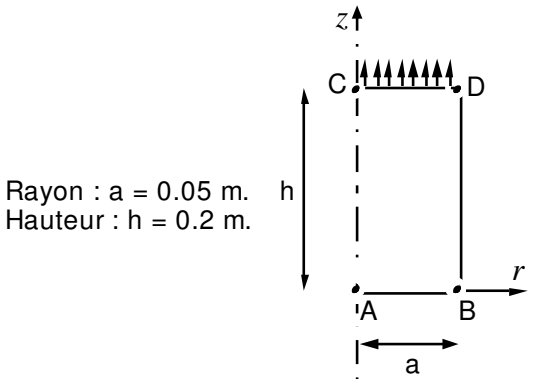
Le coefficient de dilatation α dépend de la composition métallurgique.

Les transformations métallurgiques ont lieu à $\dot{\varepsilon}^p \neq 0$ (c'est en ce sens que le test **couple** la plasticité de transformation de la plasticité classique).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



1.2 Propriétés des matériaux

La convention suivante est adoptée afin de distinguer les paramètres de la phase chaude (austénitique) des paramètres des phases froides (ferrito-perlitique, bainitique et martensitique) :

$*^{aust}$ = caractéristiques relatives à la phase austénitique
$*^{fbm}$ = caractéristiques relatives aux phases ferrito-perlitique, bainitique et martensitique

Paramètres métallurgiques :
TRC pour modéliser une évolution métallurgique de type martensitique de la forme :

$$Z_{fbm}=\begin{cases}0. & si\ \ t\leq\tau_1 \qquad \tau_1=25\,s\\ 1-e^{\varphi\lambda(t-\tau_1)} & si\ \ \tau_1\leq t<\tau_2 \qquad \tau_2=40\,s\\ 1. & si\ \ t\geq\tau_2\end{cases}$$

avec $\varphi=0.03$ et $\lambda=-10\,°C.s^{-1}$

Paramètres thermiques :
Capacité calorifique : $\rho C_p=2.10^6\,J.m^{-3}.°C^{-1}$
Conductivité : $\lambda=9999.9\,W.m^{-1}.°C^{-1}$

Paramètres thermo-mécaniques :

- Paramètres thermo-élastiques :

Module d'Young $E=200000\,10^6\,Pa$
Coefficient de Poisson $\nu=0.3$
Coefficients de dilatation thermique
$\alpha_{fbm}=15.10^{-6}\,°C^{-1}$
$\alpha_{aust}=23.5\,10^{-6}\,°C^{-1}$
Température de définition du coefficient de dilatation : $T_{ref}=900\,°C$
État de déformation thermique de référence : $\Delta\varepsilon_{fy}^{T_{ref}}=2.52\,10^{-3}$
Limite d'élasticité :
$\sigma_y^{fbm}=\sigma_0^{fbm}+s^{fbm}\left(T-T^0\right)$ avec $\sigma_0^{fbm}=50.10^6\,Pa$ et $s^{fbm}=1.10^6\,Pa.°C^{-1}$
$\sigma_y^{aust}=\sigma_0^{aust}+s^{aust}\left(T-T^0\right)$ avec $\sigma_0^{aust}=50.10^6\,Pa$ et $s^{aust}=1.3\,10^6\,Pa.°C^{-1}$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

- Paramètres thermo-plastiques (loi avec écrouissage linéaire)
  Modules tangents : E_T^{fbm} et E_T^{aust} sont choisis tel que :
  $H^{fbm}=H_0^{fbm}+\lambda^{fbm}\left(T-T^0\right)$ avec $H_0^{fbm}=0.Pa$ et $\lambda^{fbm}=-6.10^6\,Pa.°C^{-1}$
  $H^{aust}=H_0^{aust}+\lambda^{aust}\left(T-T^0\right)$ avec $H_0^{aust}=0.Pa$ et $\lambda^{aust}=-1.10^6\,Pa.°C^{-1}$
  On rappelle que $H=\dfrac{EE_T}{E-E_T}$

- Paramètres pour la plasticité de transformation :

  Rappel :

  > Dans le cas d'une évolution métallurgique de type martensitique, le modèle de la plasticité de transformation est le suivant :
  > $$\dot{\varepsilon}^{pt}=\frac{3}{2}\tilde{\sigma}\,k^{fbm}F'\left(Z_{fbm}\right)\dot{Z}_{fbm}$$

  Paramètres du modèle : $k^{fbm}=1.10^{-10}Pa^{-1}$ et $F'\left(Z_{fbm}\right)=2\left(1-Z_{fbm}\right)$

Paramètres visqueux complémentaires de la modélisation C :
Les deux paramètres η et C sont pris nuls de telle sorte que le modèle viscoplastique tende vers un modèle plastique indépendant du temps.

1.3 Conditions aux limites et chargements

- $u_Z=0$ sur le côté AB (condition de symétrie).
- traction imposée sur le côté CD, $p(t)=p_0 t$, $p_0=15.10^6\ Pa$.
- $T(t)=T^0+\mu t$, $\mu=-10\,°C.s^{-1}$ sur toute la structure.

1.4 Conditions initiales

$T^0=900\,°C$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Avant transformation, solution thermo-élastique pour $t<\tau_1$ (pas de transformation métallurgique $\dot{Z}=0$).

$$\begin{cases}\varepsilon_{zz}(t)=\varepsilon_{zz}^{e}(t)+\varepsilon_{zz}^{th}(t)\\ \sigma_{zz}(t)=p_0 t\\ \varepsilon_{zz}^{e}(t)=\dfrac{\sigma_{zz}(t)}{E}\\ \varepsilon_{zz}^{th}(t)=\alpha_{aust}(T-T^0)\end{cases}$$

La limite élastique est atteinte pour :

$$\tau_1=\frac{\sigma_0^{aust}}{p_0-s^{aust}\mu}$$

Pendant la transformation, solution thermo-métallo-élasto-plastique, pour $\tau_1\leq t\leq\tau_2$, $\tau_2=40\ s$.

$$\begin{cases}\varepsilon_{zz}(t)=\varepsilon_{zz}^{e}(t)+\varepsilon_{zz}^{th}(t)+\varepsilon_{zz}^{p}(t)+\varepsilon_{zz}^{pt}(t)\\ \sigma_{zz}(t)=p_0 t\\ \varepsilon_{zz}^{e}(t)=\dfrac{\sigma_{zz}(t)}{E}\\ \varepsilon_{zz}^{th}(t)=Z_{aust}\alpha_{aust}(T-T^0)+Z_{fbm}\left(\alpha_{fbm}(T-T^0)+\Delta\varepsilon_{f\gamma}^{T_{ref}}\right)\\ \varepsilon_{zz}^{p}=\dfrac{\sigma_{zz}(t)-\left(Z_{aust}\sigma_y^{aust}(T)+Z_{fbm}\sigma_y^{fbm}(T)\right)}{Z_{aust}H^{aust}(T)+Z_{fbm}H^{fbm}(T)}\\ \varepsilon_{zz}^{pt}(t)=k^{fbm}\left(\sigma_{zz}(\tau_1)-\dfrac{p_0}{2\lambda\varphi}\right)-k^{fbm}\left(\sigma_{zz}(t)-\dfrac{p_0}{2\lambda\varphi}\right)(1-Z_{fbm})^2\end{cases}$$

Après transformation, solution thermo-élasto-plastique, pour $t\geq\tau_2$

$$\begin{cases}\varepsilon_{zz}(t)=\varepsilon_{zz}^{e}(t)+\varepsilon_{zz}^{th}(t)+\varepsilon_{zz}^{p}(t)+\varepsilon_{zz}^{pt}(\tau_2)\\ \sigma_{zz}(t)=p_0 t\\ \varepsilon_{zz}^{e}(t)=\dfrac{\sigma_{zz}(t)}{E}\\ \varepsilon_{zz}^{th}(t)=\alpha_{fbm}(T-T^0)+\Delta\varepsilon_{f\gamma}^{T_{ref}}\\ \varepsilon_{zz}^{p}(t)=\dfrac{\sigma_{zz}(t)-(\sigma_0^{fbm}+s^{fbm}\mu t)}{H_0^{fbm}+\lambda^{fbm}\mu t}\end{cases}$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

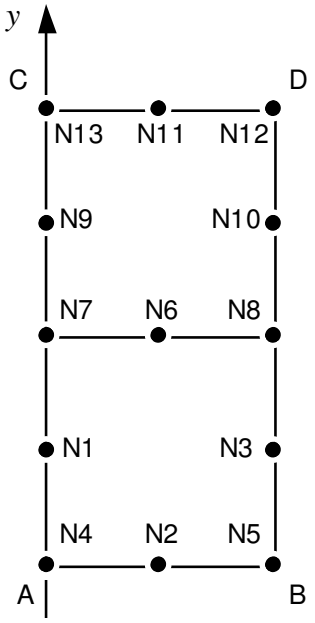
2.2 Résultats de référence

σ_{zz} , ε_{zz} , ε_{zz}^{p} , ε_{zz}^{th} , ε_{zz}^{meca} , ε_{zz}^{plas} et χ à $24\ s$, $26\ s$, $40\ s$ et $90\ s$.
avec :
ε^{meca} : déformations mécaniques
ε^{plas} : déformations plastiques (incluant la plasticité de transformation)

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation



$A = N4$, $B = N5$, $C = N13$, $D = N12$.

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 13

Nombre de mailles et types : 2 mailles QUAD8, 6 mailles SEG3

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Résultats de la modélisation A

4.1 Valeurs testées

On teste les paramètres de la structure de données résultats :

Identification	Référence
INST pour NUME_ORDRE= 27	90
ITER_GLOB pour NUME_ORDRE=27	2

Identification	Référence	Test	Tolérance
ε_{zz}^{p} $t=24\,s$	0	ANALYTIQUE	1.0E-6 (absolu)
χ $t=24\,s$	0	ANALYTIQUE	1.0E-6 (absolu)
σ_{zz} $t=24\,s$	360. 10^6	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz} $t=24\,s$	-0.00384	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{th} $t=24\,s$	-0.005640	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{meca} $t=24\,s$	0.018	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{plas} $t=24\,s$	0	ANALYTIQUE	1.0E-6 (absolu)
ε_{zz}^{p} $t=26\,s$	0.0372	ANALYTIQUE	0.4 %
χ $t=26\,s$	1	ANALYTIQUE	0.1 %
σ_{zz} $t=26\,s$	390. 10^6	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz} $t=26\,s$	0.03428	ANALYTIQUE	0.4 %
ε_{zz}^{th} $t=26\,s$	-0.004884	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{meca} $t=26\,s$	0.039164	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{plas} $t=26\,s$	0.0372	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{p} $t=40\,s$	0.0625	ANALYTIQUE	0.04 %
χ $t=40\,s$	1	ANALYTIQUE	0.1 %
σ_{zz} $t=40\,s$	600. 10^6	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz} $t=40\,s$	0.06198	ANALYTIQUE	0.07 %
ε_{zz}^{th} $t=40\,s$	-0.003546	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{meca} $t=40\,s$	0.065526	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{plas} $t=40\,s$	0.0625	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{p} $t=90\,s$	0.0741	ANALYTIQUE	0.08 %
χ $t=90\,s$	1	ANALYTIQUE	0.1 %
σ_{zz} $t=90\,s$	1350. 10^6	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz} $t=90\,s$	0.069844	ANALYTIQUE	0.03 %
ε_{zz}^{th} $t=90\,s$	-0.011	ANALYTIQUE	0.4 %
ε_{zz}^{meca} $t=90\,s$	0.08085	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{plas} $t=90\,s$	0.0741	ANALYTIQUE	0.1 %

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4.2 Remarques

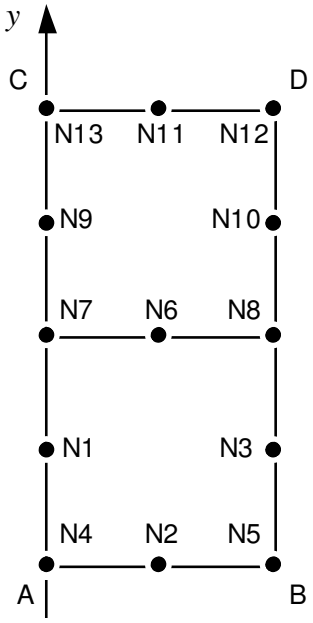
Dans cette modélisation :

$$\varepsilon^{pt}(T,Z)=0$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation B

5.1 Caractéristiques de la modélisation



$A=N4$, $B=N5$, $C=N13$, $D=N12$.

5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 13

Nombre de mailles et types : 2 mailles QUAD8, 6 mailles SEG3

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Résultats de la modélisation B

6.1 Valeurs testées

Identification	Référence	Test	Tolérance
ε_{zz}^{p} $t=24\,s$	0	ANALYTIQUE	1.0E-6 (absolu)
χ $t=24\,s$	0	ANALYTIQUE	1.0E-6 (absolu)
σ_{zz} $t=24\,s$	360. 10^6	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz} $t=24\,s$	–3.84 10^{-3}	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{th} $t=24\,s$	-0.005640	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{meca} $t=24\,s$	0.018	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{plas} $t=24\,s$	0	ANALYTIQUE	1.0E-6 (absolu)
ε_{zz}^{p} $t=26\,s$	0.037217	ANALYTIQUE	0.1 %
χ $t=26\,s$	1	ANALYTIQUE	0.1 %
σ_{zz} $t=26\,s$	390. 10^6	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz} $t=26\,s$	0.051507	ANALYTIQUE	1.1 %
ε_{zz}^{th} $t=26\,s$	-0.004884	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{meca} $t=26\,s$	0.05639	ANALYTIQUE	1.0 %
ε_{zz}^{plas} $t=26\,s$	0.05444	ANALYTIQUE	1.0 %
ε_{zz}^{p} $t=40\,s$	0.062523	ANALYTIQUE	0.1 %
χ $t=40\,s$	1	ANALYTIQUE	0.1 %
σ_{zz} $t=40\,s$	600. 10^6	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz} $t=40\,s$	0.10197	ANALYTIQUE	1.1 %
ε_{zz}^{th} $t=40\,s$	-0.003546	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{meca} $t=40\,s$	0.01055	ANALYTIQUE	1.1 %
ε_{zz}^{plas} $t=40\,s$	0.01025	ANALYTIQUE	1.1 %
ε_{zz}^{p} $t=90\,s$	0.0741	ANALYTIQUE	0.1 %
χ $t=90\,s$	1	ANALYTIQUE	0.1 %
σ_{zz} $t=90\,s$	1350. 10^6	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz} $t=90\,s$	0.10984	ANALYTIQUE	1.0 %
ε_{zz}^{th} $t=90\,s$	-0.01098	ANALYTIQUE	0.6 %
ε_{zz}^{meca} $t=90\,s$	0.012082	ANALYTIQUE	1.1 %
ε_{zz}^{plas} $t=90\,s$	0.011407	ANALYTIQUE	1.1 %

6.2 Remarques

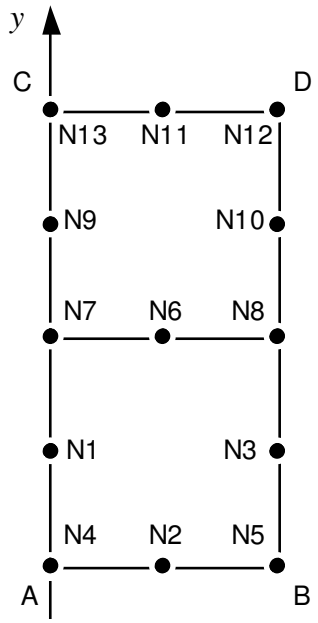
Dans cette modélisation, on prend en compte le terme dû à la plasticité de transformation :

$$\dot{\varepsilon}^{pt}(T,Z)\neq 0 \text{ lorsque } \dot{Z}\neq 0$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7 Modélisation C

7.1 Caractéristiques de la modélisation



$A=N4$, $B=N5$, $C=N13$, $D=N12$.

7.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 13

Nombre de mailles et types : 2 mailles QUAD8, 6 mailles SEG3

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

8 Résultats de la modélisation C

8.1 Valeurs testées

On teste les paramètres de la structure de données résultats :

Identification	Référence
INST pour NUME_ORDRE= 27	90
ITER_GLOB pour NUME_ORDRE=27	2

Identification	Référence	Test	Tolérance
ε_{zz}^{p} $t=24\,s$	0	ANALYTIQUE	1.0E-6 (absolu)
χ $t=24\,s$	0	ANALYTIQUE	1.0E-6 (absolu)
σ_{zz} $t=24\,s$	360. 10^6	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz} $t=24\,s$	-0.00384	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{th} $t=24\,s$	-0.005640	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{meca} $t=24\,s$	0.018	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{plas} $t=24\,s$	0	ANALYTIQUE	1.0E-6 (absolu)
ε_{zz}^{p} $t=26\,s$	0.0372	ANALYTIQUE	0.1 %
χ $t=26\,s$	1	ANALYTIQUE	0.1 %
σ_{zz} $t=26\,s$	390. 10^6	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz} $t=26\,s$	0.03428	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{th} $t=26\,s$	-0.004884	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{meca} $t=26\,s$	0.039164	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{plas} $t=26\,s$	0.0372	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{p} $t=40\,s$	0.0625	ANALYTIQUE	0.1 %
χ $t=40\,s$	1	ANALYTIQUE	0.1 %
σ_{zz} $t=40\,s$	600. 10^6	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz} $t=40\,s$	0.06198	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{th} $t=40\,s$	-0.003546	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{meca} $t=40\,s$	0.065526	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{plas} $t=40\,s$	0.0625	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{p} $t=90\,s$	0.0741	ANALYTIQUE	0.1 %
χ $t=90\,s$	1	ANALYTIQUE	0.1 %
σ_{zz} $t=90\,s$	1350. 10^6	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz} $t=90\,s$	0.069844	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{th} $t=90\,s$	-0.011	ANALYTIQUE	0.4 %
ε_{zz}^{meca} $t=90\,s$	0.08085	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{plas} $t=90\,s$	0.0741	ANALYTIQUE	0.1 %

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

9 Synthèse des résultats

Les trois modélisations donnent de très bonnes approximations de la solution de référence.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)