HSNV100 - Thermoplasticité en traction simple

Résumé :

Ce test traite la thermo-plasticité de Von Mises avec écrouissage isotrope sur un problème tridimensionnel (modélisation A en axisymétrique) et bidimensionnel (modélisation B en contraintes planes). L'intérêt du test tient à la dépendance de la limite d'élasticité avec la température. Il permet également de tester l'orthotropie en thermo-élasticité car il s'applique à un matériau isotrope puis à un matériau isotrope déclaré orthotrope.
On y teste aussi le calcul de l'énergie de déformation.

Deux modélisations (C avec élément TUYAU, D avec élément TUYAU_6M) sont ajoutées pour tester la thermoplasticité dans ces éléments.

La modélisation E permet de tester la bonne prise en compte de la variation des coefficients du comportement VMIS_CINE_LINE avec la température (axisymétrique).

La modélisation F permet de tester le calcul de l'énergie de déformation thermoélastique dans les poutres (modélisation POU_D_T).

La modélisation G permet de tester les mêmes fonctionnalités que les modélisations A et B, mais avec une modélisation 3D.

Les modélisations H et I permettent de tester, en modélisation 3D et en contraintes planes, un chargement initial en champ de déformations anélastiques. Celui-ci est équivalent à une déformation thermique.

La modélisation J est issue de la modélisation G, et permet de valider les fonctionnalités de SIMU_POINT_MAT en thermo-plasticité.

La modélisation K est issue de la modélisation A, et permet de valider l'option AFFE_CHAR_TEMP_R de la modélisation AXIS_INCO_UPG avec DEFORMATION='PETIT'. Même chose pour les modélisations L et M mais pour 3D_INCO_UPG avec DEFORMATION='PETIT'.

La modélisation N est issue de la modélisation A, et permet de valider l'option AFFE_CHAR_TEMP_R de la modélisation AXIS_INCO_UP. Même chose pour les modélisations O et P mais pour 3D_INCO_UP.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

La modélisation Q est issue de la modélisation A , et permet de valider l'option AFFE_CHAR_TEMP_R de la modélisation AXIS_INCO_UPG avec DEFORMATION='SIMO_MIEHE'. Même chose pour les modélisations R et S mais pour 3D_INCO_UPG avec DEFORMATION='SIMO_MIEHE'.

La modélisation T est issue de la modélisation A , et permet de valider l'option AFFE_CHAR_TEMP_R de la modélisation AXIS_INCO_UPG avec DEFORMATION='GDEF_LOG' . Même chose pour les modélisations U et V mais pour 3D_INCO_UPG avec DEFORMATION='GDEF_LOG'.

La modélisation W est issue de la modélisation A , et permet de valider l'option AFFE_CHAR_TEMP_R de la modélisation AXIS_INCO_UP. Même chose pour les modélisations X et Y mais pour 3D_INCO_UP .

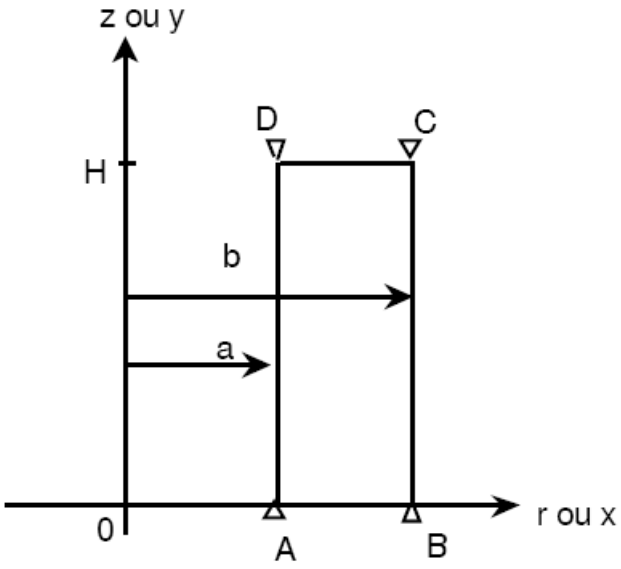
La solution est analytique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

Cylindre axisymétrique (modélisations A et E) ou plaque rectangulaire (modélisation B) ou tuyau droit (modélisations C et D), ou poutre (modélisation F), ou parallélépipède $3\mathrm{D}$ (modélisations G , H et J).



Géométrie du cylindre (mm) :

- $a=1$
- $b=2$
- $H=4$

1.2 Propriété des matériaux

Pour toutes les modélisations :

Module d'Young : $E=200000\,MPa$
Module tangent : $E_t=50000\,MPa$
Coefficient de Poisson : $\nu=0.3$
$\sigma_0=400\,MPa$
$s=1.0\,E^{-2}\circ C^{-1}$
Coefficient de dilatation thermique : $\alpha=1.0\,E^{-5}\circ C^{-1}$
Chaleur volumique : $C^p=0\,J.mm^{-3}.\circ C^{-1}$
Conductivité thermique : $\lambda=1.0\,E^{-3}\,W.mm^{-1}.\circ C^{-1}$

Pour le matériau isotrope déclaré orthotrope, il vient :

E_L = E_T = E_N = E

Nu_LT = Nu_LN = Nu_TN = ν

G_LT = G_LN = G_TN = $75000\,MPa$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

ALPHA_L = ALPHA_T = ALPHA_N = α

Pour les modélisations de A à G :

$$\sigma_y(T)=\sigma_0(1-s.(T-T_0))$$

Pour les modélisation H et I :

$$\sigma_y(T)=\sigma_0 \quad (s=0)$$

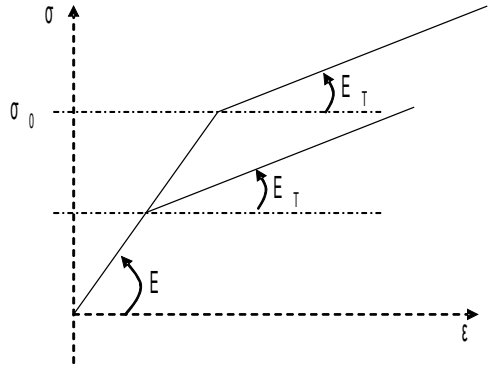


Figure : Courbe de traction du matériau

1.3 Conditions aux limites et chargements

- Modélisations A , E et K : $uz=0$ sur les côtés AB et CD (Axe Oz fixe)
- Modélisations B et I : $uy=0$ sur les côtés AB et CD , $ux=0$ en A
- Modélisations C , D et F : encastrement en A , $Uy=0$ en C
- Modélisations G , H , L et M : $uy=0$ sur les côtés AB et CD , $ux=uz=0$ (nœud $N3$), $uz=0$ (nœud $N4$)
- $T(t)=\gamma t+T0$ avec : $\gamma=1\,°C/s$ et $T0=0\,°C$.
- Modélisations H et I : Champs de déformations initiales : $\varepsilon=\alpha(T-T_0)Id$
- Modélisation J : Champ de déformations imposées : $\varepsilon_{yy}=0$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Solution analytique a été déterminée par F. Voldoire (EDF R&D / AMA) :

Cas axisymétrique ($2\mathrm{D}$)

Champs de déplacement $u=U_r(r)e_r$ (blocage en z)

Champs de déformation : $\varepsilon(u)=\begin{pmatrix} u_r' & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{u_r}{r} \end{pmatrix}$ selon $\begin{pmatrix} r \\ z \\ \theta \end{pmatrix}$

Champs de contraintes : $\sigma(u)=\sigma_l\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}(cf.\,conditions\ aux\ limites)$ selon $\begin{pmatrix} r \\ z \\ \theta \end{pmatrix}$

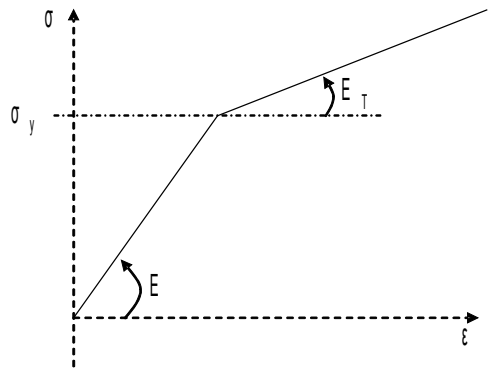
Cas parallélépipédique

Champs de déplacement $u=U_x(x)e_x+U_y(y)e_y$ (blocage en z)

Champs de déformation : $\varepsilon(u)=\begin{pmatrix} u_x' & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & u_y' \end{pmatrix}$ selon $\begin{pmatrix} x \\ z \\ y \end{pmatrix}$

Champs de contraintes : $\sigma(u)=\sigma\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}(cf.\,conditions\,aux\,limites)$ selon $\begin{pmatrix} x \\ z \\ y \end{pmatrix}$

Le cas pourra être étudié en contraintes planes et en $3\mathrm{D}$.



$$2\nu=\frac{E}{(1+\nu)} \quad K=\frac{E}{(1-2\nu)}$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

La loi de comportement s'écrit (variable interne scalaire p) :

$$\varepsilon=\frac{1}{9K}tr\,\sigma\,Id+\frac{1}{2\mu}\sigma^D+\varepsilon^P+\alpha(T-T^0)\,Id$$

avec : $\sigma^D=\sigma-\frac{1}{3}tr(\sigma)\,Id$ (déviateur des contraintes)

$$\dot{\sigma}^P=\frac{3}{2}\dot{p}\frac{\sigma^D}{\left\|\sigma_{éq}\right\|}\text{ et }\left\|\sigma_{éq}\right\|=\sqrt{\frac{3}{2}\sigma^D.\sigma^D}$$

$$\dot{p}=0 \text{ si } f(\sigma,p)=\left\|\sigma_{éq}\right\|-R(p)<0$$

$$\dot{p}\geqslant 0 \text{ si } f(\sigma,p)=0$$

$R(p)$ désigne la fonction d'écrouissage : $R(p)=\sigma_y+\frac{EE_T}{E-E_T}p$

Le taux $\dot{p}$ peut être exprimé, lorsque $f(\sigma,p)=0$. En effet, de $\dot{p}f$ identiquement nul, on tire : $\dot{p}\dot{f}+\ddot{p}f=0$

Ainsi, quand on est sur le critère , nécessairement $\dot{f}=0$. C'est-à-dire :

$$\frac{3}{2}\frac{\sigma^D.\dot{\sigma}^D}{\left\|\sigma_{éq}\right\|}-\frac{\partial R}{\partial T}.\dot{T}-\frac{\partial R}{\partial p}\dot{p}=0$$

$$\frac{3}{2}\frac{\sigma^D.\dot{\sigma}^D}{\left\|\sigma_{éq}\right\|}+\sigma_y^o s\,\dot{T}-\frac{EE_T}{E-E_T}\dot{p}=0$$

D'où :

$$\dot{p}=\frac{E-E_T}{EE_T}\left(\frac{3}{2}\frac{\sigma^D\dot{\sigma}^D}{\left\|\sigma_{éq}\right\|}+\sigma_y^o.s.\dot{T}\right) \text{ si } \dot{p}\geq 0 \text{ , pour } \left\|\sigma_{éq}\right\|=R(p)$$

Le champ de contraintes étant uniaxial, on a :

$$\sigma^D=\frac{\sigma_L}{3}\begin{pmatrix}-1&0&0\\0&2&0\\0&0&-1\end{pmatrix}$$

Ainsi :

$$\left\|\sigma_{éq}\right\|=\left|\sigma_L\right|$$

et :

$$\dot{\varepsilon}^P=\frac{\dot{p}}{2}.sgn(\sigma_L).\begin{pmatrix}-1&0&0\\0&2&0\\0&0&-1\end{pmatrix}$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

La relation de comportement conduit à :

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}_{rr}=\dot{\varepsilon}_{\theta\theta}=\dfrac{-\nu}{E}\dot{\sigma}_L-\dfrac{\dot{p}}{2}sgn(\sigma_L)+\alpha\dot{T} \quad (=\dot{\varepsilon}_{xx}=\dot{\varepsilon}_{yy} \text{ pour le cas du parallélépipède}) \\ \dot{\varepsilon}_{rr}=\dot{\varepsilon}_{\theta\theta}=\dfrac{-\nu}{E}\dot{\sigma}_L-\dfrac{\dot{p}}{2}sgn(\sigma_L)+\alpha\dot{T} \end{cases}$$

D'où :

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}_{rr}=\dot{\varepsilon}_{\theta\theta}=\dfrac{-3}{2}\alpha\dot{T}+\dfrac{1-2\nu}{2E}\dot{\sigma}_L \\ \dot{p}=sgn(\sigma_L)(-\alpha\dot{T}-\dfrac{\dot{\sigma}_L}{E})=0 \quad \text{si} \quad |\sigma_L|<R(p) \\ \dot{p}=Max[0,\dfrac{E-E_T}{EE_T}(\dfrac{3}{2}\dfrac{\sigma^D\dot{\sigma}^D}{\|\sigma_{éq}\|}+\sigma_y^o.s.\dot{T})] \quad \text{sinon} \end{cases}$$

C'est-à-dire, dans le cas $|\sigma_L|=R(p)$ (critère atteint) :

$$\dot{p}=max\left[0,\frac{E-E_T}{EE_T}\left(\frac{3}{2}\frac{\sigma^D.\dot{\sigma}^D}{\|\sigma_{éq}\|}+\sigma_y^o.s.\dot{T}\right)\right]$$

2.1.1 Phase élastique

Au début du chargement thermique, $|\sigma_L|$ étant inférieur à σ_y, $\dot{p}$ est nul.

D'où : $\dot{\sigma}_L=-E\alpha\dot{T}\ ;\dot{\varepsilon}_{rr}=\dot{\varepsilon}_{\theta\theta}=\alpha\dot{T}(1+\nu)$

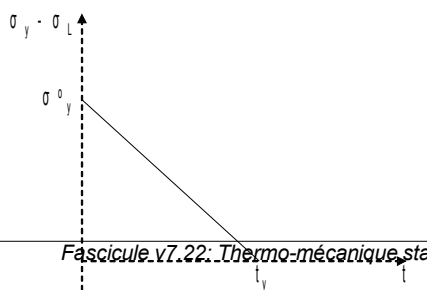
Ainsi : $\begin{cases} \sigma_L=-E\alpha\theta t \\ \varepsilon_{rr}=\varepsilon_{\theta\theta}=\alpha\theta(1+\nu)t \end{cases}$ (compression $\sigma_L<0$)

Ceci correspond à la solution de référence pour le test de l'élasticité orthotrope

Validité de la solution élastique

Le critère est : $|\sigma_L(t)|-\sigma_y(t)=E=\theta t-\sigma_y^o(1-s\theta t)\le 0$

Le critère n'est pas franchi pour $t=[0,t_y]$, avec : $t_y=\dfrac{\sigma_y^o}{\theta(E\alpha+\sigma_y^o s)}$



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

A l'instant t_y : $\sigma_L(t_y)=\dfrac{-E\,\alpha\,\sigma_y^o}{E\,\alpha+\sigma_y^o s}$

La densité d'énergie de déformation vaut : $w(t_y)=\dfrac{-1}{2}E(\alpha\theta)^2$

Dans le cas parallélépipédique on a : $w(t_y)=\dfrac{-1}{2}E(\alpha\theta)^2.(x_B-x_A)H$

Dans le cas axisymétrique on a: $w(t_y)=\dfrac{-1}{2}E(\alpha\theta)^2.\dfrac{(r_B^2-r_A^2)}{2}H$ (pour 1 radian)

2.1.2 Phase élastoplastique

$t\geq t_y$. On est sur le critère. Alors :

$$\dot{p}=max\left[0,\frac{E-E_T}{EE_T}\left(\dot{\sigma_L}sgn(\sigma_L)+\sigma_y^o.s.\dot{T}\right)\right]$$

En admettant que l'on soit "en charge" $\dot{p}\geq 0$, alors on élimine $\dot{p}$ pour avoir :

$$\dot{\sigma_L}=-E_T.\dot{T}(\alpha+sgn(\sigma_L).\frac{E-E_T}{EE_T}\sigma_y^o.s)$$

puis :

$$\dot{p}=\frac{E-E_T}{E}\dot{T}(-\alpha\,sgn(\sigma_L)+\frac{\sigma_y^o.s}{E})$$

$t=t_y$, $\sigma_L=-E\,\alpha\theta\,t_y<0$; on intègre alors ces expressions pour $t\geq t_y(\dot{T}=\theta)$:

$$\begin{cases}\sigma_L(t)=-E_T.\theta(t-t_y)[\alpha-\dfrac{E-E_T}{EE_T}s\,\sigma_y^o]-\sigma_L(t-y)\\ p(t)=\dfrac{\sigma_y^o(E-E_T)}{E^2}(\dfrac{t}{t_y}-1)\end{cases}$$

Soit, après réarrangement, $t\geq t_y$:

$$\begin{cases}\sigma_L(t)=\sigma_y^o(s\,\theta t-1+\dfrac{E_T}{E}(1-\dfrac{t}{t_y}))\\ p(t)=\dfrac{\sigma_y^o(E-E_T)}{E^2}(\dfrac{t}{t_y}-1)\end{cases}$$

Validité de cette solution élastoplastique

Il faut s'assurer que $\sigma_L(t)$ reste négatif. Sachant que $s\,\theta\,t<1$, et que $t>t_y$, le résultat précédent confirme que $\sigma_L(t)<0$. Enfin, on remarque que :

$$sgn(\sigma_L)\frac{1-2\nu}{2}\dot{p}+\dot{\varepsilon_{rr}}=\alpha(1+\nu)\dot{T}$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

d'où, puisque $\sigma_L(t)<0$:

$$\varepsilon_{rr}(t)=\varepsilon_{\theta\theta}(t)=\alpha\theta(1+\nu)t+\frac{1-2\nu}{2}p(t),\forall\ t\in\left[t_y,t_{fin}\right]$$

2.1.3 Cas particulier des modélisations H et I

La déformation thermique est remplacée par une déformation anélastique donnée. Comme $s=0$,

$$\sigma_L=-E\alpha\theta \qquad \varepsilon_{xx}=\varepsilon_{zz}=\alpha\theta(1+\nu)t$$

La solution reste élastique tant que $t<t_y=\frac{\sigma_0}{\theta E\alpha}=200\,s$

2.2 Résultats de référence

ε_{rr} Ou ε_{xx} , σ_{zz} et p en t_y et au-delà :

Phase élastique : pour $t<t_y$:

$\sigma_L=-E\alpha\theta t$ $\varepsilon_{rr}=\varepsilon_{\theta\theta}=\alpha\theta(1+\nu)t$ en axisymétrique
$\varepsilon_{xx}=\alpha\theta(1+\nu)t$ en contraintes planes

La limite élastique est atteinte en $t_y=\frac{\sigma_0}{\theta(E\alpha+\sigma_0 s)}=66.666\,s$ d'où $\sigma_L(t_y)=\frac{\sigma}{(1+\sigma_0\frac{s}{E\alpha})}$

Phase élastoplastique : pour $t\geq t_y$

$$\sigma_L(t)=\sigma_0\left(s\theta t-1+\frac{E_t}{E}\left(1-\frac{t}{t_y}\right)\right)$$
$$p(t)=\frac{\sigma_0(E-E_T)}{E^2}\left(\frac{t}{t_y}-1\right)$$
$$\varepsilon_{rr}=\varepsilon_{\theta\theta}=\alpha\theta(1+\nu)t+\frac{1-2\nu}{2}p(t)$$ en axisymétrique

ou $\varepsilon_{xx}=\varepsilon_{\theta\theta}=\alpha\theta(1+\nu)t+\frac{1-2\nu}{2}p(t)$ en contraintes planes

D'où :

phase élastique

$$\left.\begin{array}{l}t_y=66.666\,s\\ \sigma_L(t_y)=-133.333\,MPa\\ \varepsilon_{rr}(t_y)=\varepsilon_{\theta\theta}(t_y)=0.86666\,E^{-3}\end{array}\right\}\text{phase élastique}$$

$W=4.444\,10-3\,MPa$
$W=0.17778\,MPa.mm^2$ (PLAN ou 3D)
$W=0.26666\,Mpa.mm^3.rad-1$ (axi)

Puis phase élastoplastique :

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$à\ t=80\,s$: $\sigma(80)=-100.0\text{MPa}$
$p(80)=0.300\,E^{-3}$
$\varepsilon_{rr}(80)=\varepsilon_{\theta\theta}(80)=1.1\,E^{-3}$
à $t=90\,s$: $\sigma(90)=-75.0\text{MPa}$
$p(90)=0.525E^{-3}$
$\varepsilon_{rr}(90)=\varepsilon_{\theta\theta}(90)=1.275\,E^{-3}$

2.2.1 Cas particulier des modélisations H et I

À $t=66.67\,s$ $\sigma_L(66.67)=-133.33\,MPa$
$\varepsilon_{xx}(66.67)=\varepsilon_{zz}(66.67)=8.667\,E^{-4}$
À $t=80\,s$ $\sigma_L(80)=-160\,MPa$
$\varepsilon_{xx}(80)=\varepsilon_{zz}(80)=8.667\,E^{-4}$
À $t=90\,s$ $\sigma_L(90)=-180\,MPa$
$\varepsilon_{xx}(90)=\varepsilon_{zz}(90)=8.667\,E^{-4}$

2.3 Incertitude sur la solution

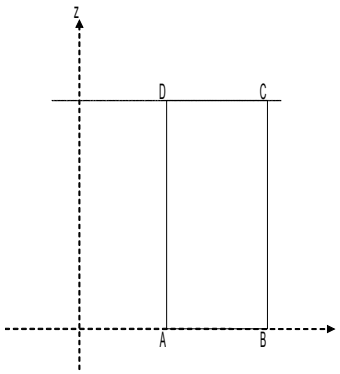
Solution analytique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

QUAD4 - Axisymétrique



3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 4
Nombre de mailles et types : 1 QUAD4, 4 SEG2

3.3 Grandeurs testées et résultats

Variables	Instants (s)	Référence
$\varepsilon_{rr}=\varepsilon_{\theta\theta}$	$t=66.666$	8.6666 10–4
	$t=80$	1.1000 10–3
	$t=90$	1.2750 10–3
p	$t=66.666$	0
	$t=80$	3.0000 10–4
	$t=90$	5.2500 10–4
$\sigma_{zz}\ (MPa)$	$t=66.666$	–133.333
	$t=80$	–100.000
	$t=90$	–75.000
ENEL_ELGA (J)	$t=66.666$	4.444. 10^{-2}
ENER_TOTALE (J)	$t=66.666$	0.2666
ENER_POT (J)	$t=66.666$	0.2666

Orthotropie (COMPORTEMENT)

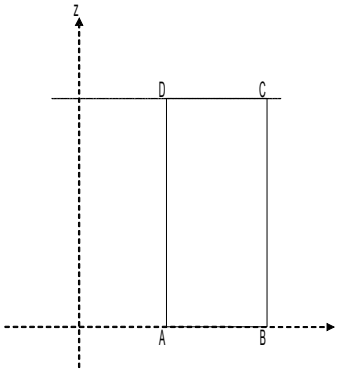
Variables	Instants (s)	Référence
$\varepsilon_{rr}=\varepsilon_{\theta\theta}$	$t=66.666$	8.6666 10–4
	$t=80$	1.04 10–3
	$t=90$	1.17 10–3
$\sigma_{zz}\ (MPa)$	$t=66.666$	–133.333
	$t=80$	–160.000
	$t=90$	–180.000

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

QUAD4 - Contraintes planes



4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 4
Nombre de mailles et types : 1 QUAD4, 4 SEG2

4.3 Grandeurs testées et résultats

Variables	Instants (s)	Référence
$EPXX$	$t=66.666$	8.6666 10^{-4}
	$t=80$	1.1000 10^{-3}
	$t=90$	1.2750 10^{-3}
p	$t=66.666$	0
	$t=80$	3.0000 10^{-4}
	$t=90$	5.2500 10^{-4}
$SIYY \ (MPa)$	$t=66.666$	–133.333
	$t=80$	–100.
	$t=90$	–75.000
ENEL_ELGA (J)	$t=66.666$	4.444. 10^{-2}
ENER_TOTALE (J)	$t=66.666$	0.17777
ENER_POT (J)	$t=66.666$	0.17777

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation



1 élément TUYAU

5.2 Caractéristiques du maillage

1 élément TUYAU

5.3 Grandeurs testées et résultats

Variables	Instants (s)	Référence
p	$t=66.666$	0
	$t=80$	3. 10^{-4}
	$t=90$	5.25 10^{-4}
$\sigma_{yy}\ (MPa)$	$t=66.666$	–1.333
	$t=80$	–100
	$t=90$	–75

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Modélisation D

6.1 Caractéristiques de la modélisation



1 élément TUYAU 6M

6.2 Caractéristiques du maillage

1 élément TUYAU

6.3 Grandeurs testées et résultats

Variables	Instants (s)	Référence
p	$t=66.666$	0
	$t=80$	$3.\ 10^{-4}$
	$t=90$	$5.25\ 10^{-4}$
$\sigma_{yy}\ (MPa)$	$t=66.666$	–1.333
	$t=80$	–100
	$t=90$	–75

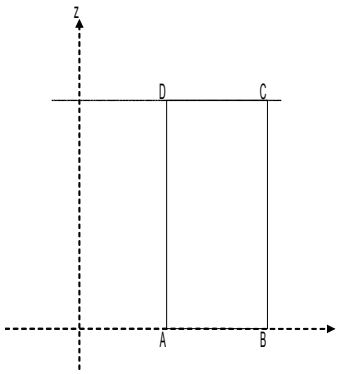
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7 Modélisation E

7.1 Caractéristiques de la modélisation

QUAD4 - Axisymétrique.

Test de la variation des coefficients de VMIS_CINE_LINE en fonction de la température, dans ce cas E_T (donné par D_SIGM_EPSI) varie comme : $E_T = 10^5(1-10^{-2}(T-T_0))$. La constante de Prager vaut : $C = \frac{2}{3}\frac{E\,E_T}{E-E_T}$



7.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 4
Nombre de mailles et types : 1 QUAD4, 4 SEG2

7.3 Remarque

On teste la variation de E_T (D_SIGM_EPSI) avec la température par comparaison avec le comportement VMIS_ECMI_TRAC où C (constante de Prager) varie avec la température de façon similaire (pas de solution analytique).

7.4 Grandeurs testées et résultats

Variables	Instants (s)	Référence (*Aster*) (VMIS_ECMI_TRAC)
$\varepsilon_{rr}=\varepsilon_{\theta\theta}$	$t=66.666$	8.6666 10^{-4}
	$t=80$	1.112 10^{-3}
	$t=90$	1.303 10^{-3}
σ_{zz} (MPa)	$t=66.666$	–133.333
	$t=80$	–88
	$t=90$	–47

7.5 Remarque

On obtient bien les mêmes résultats avec le comportement VMIS_CINE_LINE qu'avec le comportement VMIS_ECMI_TRAC ce qui valide la prise en compte de la température dans ce modèle.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

8 Modélisation F

8.1 Caractéristiques de la modélisation



1 élément POU_D_T

8.2 Caractéristiques du maillage

1 maille SEG2

8.3 Grandeurs testées et résultats

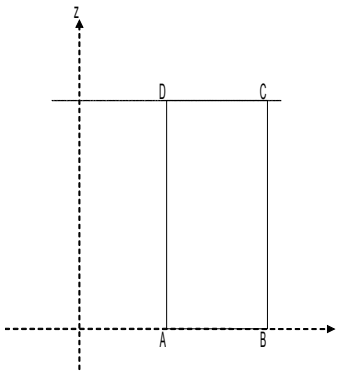
Variables	Instants (s)	Référence
σ_{yy}	$t=66.666$	–1.333
ENER_POT (J)	$t=66.666$	0.3555

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

9 Modélisation G

9.1 Caractéristiques de la modélisation

$3\mathrm{D}, H=1$



9.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 8
Nombre de mailles et types : 1 HEXA8

9.3 Grandeurs testées et résultats

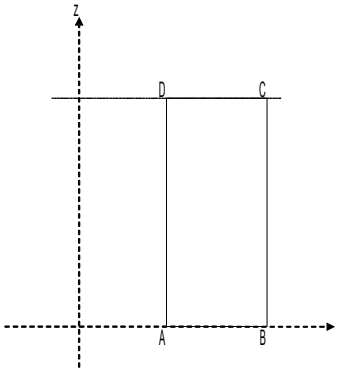
Variables	Instants (s)	Référence
ε_{xx}	$t=66.666$	8.6666 10^{-4}
	$t=80$	1.1000 10^{-3}
	$t=90$	1.2750 10^{-3}
p	$t=66.666$	0
	$t=80$	3.0000 10^{-4}
	$t=90$	5.2500 10^{-4}
σ_{yy} (MPa)	$t=66.666$	–133.333
	$t=80$	–100.
	$t=90$	–75.000
ENEL_ELGA	$t=66.666$	4.444. 10^{-2}
ENER_TOTALE	$t=66.666$	4.444. 10^{-2}
ENER_POT	$t=66.666$	4.444. 10^{-2}

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

10 Modélisation H

10.1 Caractéristiques de la modélisation

3D , $H=1$



10.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 8
Nombre de mailles et types : 1 HEXA8

10.3 Grandeurs testées et résultats

Variables	Instants (s)	Référence
ε_{xx}	$t=66.666$	8.9930 10–4
	$t=80$	1.0980 10–3
	$t=90$	1.2480 10–3
p	$t=66.666$	0
	$t=80$	2.9400 10–4
	$t=90$	3.9200 10–4
σ_{yy} (MPa)	$t=66.666$	–100.666
	$t=80$	–101.2
	$t=90$	–101.6
ENEL_ELGA	$t=66.666$	2.53344 10^{-2}
EPSP_ELGA		
ε_{xx}	$t=90$	1.960 10–4
ξ_{yy}	$t=90$	-3.920 10 –4
EPSP_ELNO		
ε_{xx}	$t=90$	1.960 10–4
ξ_{yy}	$t=90$	-3.920 10–4
EPME_ELGA		
ε_{xx}	$t=90$	3.484 10–4
ξ_{yy}	$t=90$	-9.000 10–4
EPME_ELNO		
ε_{xx}	$t=90$	3.484 10–4
ξ_{yy}	$t=90$	-9.000 10–4
EPMG_ELGA		

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

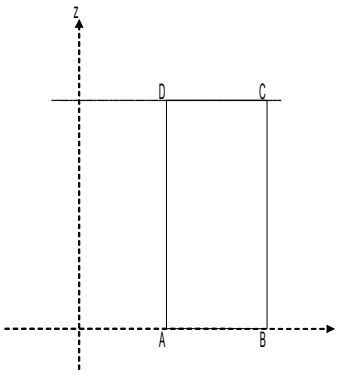
ε_{xx}	$t=90$	3.491 10–4
ξ_{yy}	$t=90$	-9.000 10–4
EPMG_ELNO		
ε_{xx}	$t=90$	3.491 10–4
ξ_{yy}	$t=90$	-9.000 10–4
ENER_TOTALE	$t=66.666$	4.17215. 10^{-2}

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

11 Modélisation I

11.1 Caractéristiques de la modélisation

QUAD4 - Contraintes planes



Nombre de nœuds : 4
Nombre de mailles et types : 1 QUAD4, 4 SEG2

11.2 Grandeurs testées et résultats

Variables	Instants (s)	Référence
p	$t=66.666$	0
	$t=80$	2.940 10–4
	$t=90$	3.9200 10–4
$\sigma_{yy}\ (MPa)$	$t=66.666$	–100.666
	$t=80$	–101.2
	$t=90$	–101.6
ENEL_ELGA	$t=66.666$	2.53344 10^{-2}
EPSP_ELGA		
ε_{xx}	$t=90$	1.960 10–4
ξ_{yy}	$t=90$	-3.920 10 –4
EPSP_ELNO		
ε_{xx}	$t=90$	1.959 10–4
ξ_{yy}	$t=90$	-3.9199 10–4
INDIC_ENER	$t=90$	0.00
INDIC_SEUIL	$t=90$	0.00

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

12 Modélisation J

12.1 Caractéristiques de la modélisation

Pas de maillage : point matériel (SIMU_POINT_MAT)

12.2 Grandeurs testées et résultats

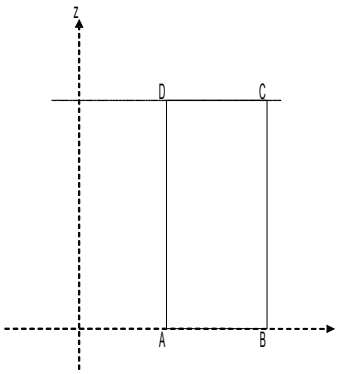
Variables	Instants (s)	Référence
ε_{xx}	$t=66.666$	8.6666 10–4
	$t=80$	1.1000 10–3
	$t=90$	1.2750 10–3
p	$t=66.666$	0
	$t=80$	3.0000 10–4
	$t=90$	5.2500 10–4
σ_{yy} (MPa)	$t=66.666$	–133.333
	$t=80$	–100.
	$t=90$	–75.000

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

13 Modélisation K

13.1 Caractéristiques de la modélisation

QUAD8 - Axisymétrique



13.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 8
Nombre de mailles et types : 1 QUAD8, 4 SEG3

13.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
$\varepsilon_{rr}=\varepsilon_{\theta\theta}(t=66{,}666\,s)$	'ANALYTIQUE'	8.6666 10^{-4}	0.1%
$\varepsilon_{rr}=\varepsilon_{\theta\theta}(t=80\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	1.1 10^{-3}	0.1%
$\varepsilon_{rr}=\varepsilon_{\theta\theta}(t=90\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	1.275 10^{-3}	0.1%
$p(t=66{,}666\,s)$	'ANALYTIQUE'	0	0.1%
$p(t=80\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	3 10^{-4}	0.1%
$p(t=90\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	5.25 10^{-4}	0.1%
$\sigma_{zz}(t=66{,}666\,s)$	'ANALYTIQUE'	-133.333 MPa	0.1%
$\sigma_{zz}(t=80\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	-100 MPa	0.3%
$\sigma_{zz}(t=90\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	-75 MPa	0.1%

13.4 Remarque

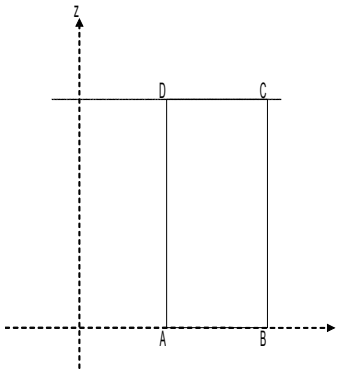
On obtient bien les mêmes résultats avec la formulation AXIS_INCO_UPG qu'avec la formulation AXIS classique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

14 Modélisation L

14.1 Caractéristiques de la modélisation

3D , $H=1$



14.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 20
Nombre de mailles et types : 1 HEXA20

14.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
$\varepsilon_{xx}(t=66{,}666\,s)$	'ANALYTIQUE'	8.6666 10^{-4}	0.1%
$\varepsilon_{xx}(t=80\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	1.1 10^{-3}	0.1%
$\varepsilon_{xx}(t=90\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	1.275 10^{-3}	0.1%
$p(t=66{,}666\,s)$	'ANALYTIQUE'	0	0.1%
$p(t=80\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	3 10^{-4}	0.1%
$p(t=90\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	5.25 10^{-4}	0.1%
$\sigma_{yy}(t=66{,}666\,s)$	'ANALYTIQUE'	-133.333 MPa	0.1%
$\sigma_{yy}(t=80\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	-100 MPa	0.1%
$\sigma_{yy}(t=90\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	-75 MPa	0.1%

14.4 Remarque

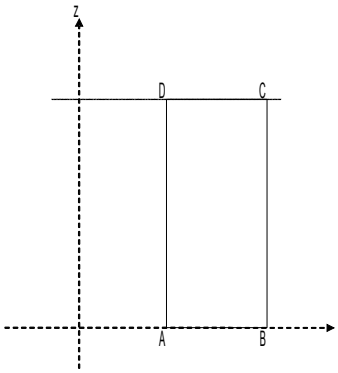
On obtient bien les mêmes résultats avec la formulation 3D_INCO_UPG qu'avec la formulation 3D classique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

15 Modélisation M

15.1 Caractéristiques de la modélisation

3D , $H=1$



15.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 35
Nombre de mailles et types : 12 TETRA10

15.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
$\varepsilon_{xx}(t=66{,}666\,s)$	'ANALYTIQUE'	8.6666 10^{-4}	0.1%
$\varepsilon_{xx}(t=80\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	1.1 10^{-3}	0.1%
$\varepsilon_{xx}(t=90\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	1.275 10^{-3}	0.1%
$p(t=66{,}666\,s)$	'ANALYTIQUE'	0	0.1%
$p(t=80\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	3 10^{-4}	0.1%
$p(t=90\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	5.25 10^{-4}	0.1%
$\sigma_{yy}(t=66{,}666\,s)$	'ANALYTIQUE'	-133.333 MPa	0.1%
$\sigma_{yy}(t=80\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	-100 MPa	0.1%
$\sigma_{yy}(t=90\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	-75 MPa	0.1%

15.4 Remarque

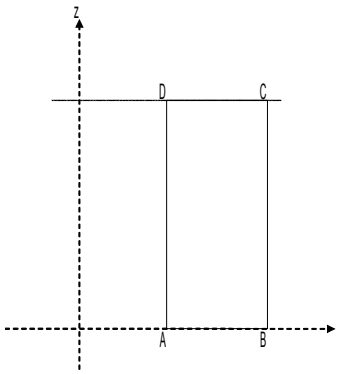
On obtient bien les mêmes résultats avec la formulation 3D_INCO_UPG qu'avec la formulation 3D classique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

16 Modélisation N

16.1 Caractéristiques de la modélisation

QUAD8 - Axisymétrique



16.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 8
Nombre de mailles et types : 1 QUAD8, 4 SEG3

16.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
$\varepsilon_{rr}=\varepsilon_{\theta\theta}(t=66{,}666\,s)$	'ANALYTIQUE'	8.6666 10^{-4}	0.1%
$\varepsilon_{rr}=\varepsilon_{\theta\theta}(t=80\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	1.1 10^{-3}	0.1%
$\varepsilon_{rr}=\varepsilon_{\theta\theta}(t=90\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	1.275 10^{-3}	0.1%
$p(t=66{,}666\,s)$	'ANALYTIQUE'	0	0.1%
$p(t=80\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	3 10^{-4}	0.1%
$p(t=90\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	5.25 10^{-4}	0.3%
$\sigma_{zz}(t=66{,}666\,s)$	'ANALYTIQUE'	-133.333 MPa	0.1%
$\sigma_{zz}(t=80\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	-100 MPa	0.1%
$\sigma_{zz}(t=90\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	-75 MPa	0.1%

16.4 Remarque

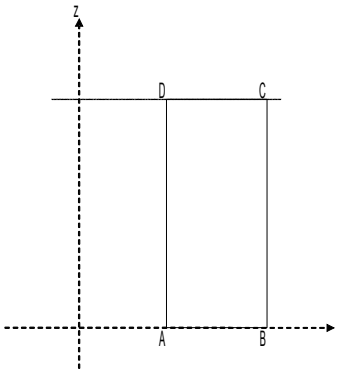
On obtient bien les mêmes résultats avec la formulation AXIS_INCO_UP qu'avec la formulation AXIS classique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

17 Modélisation O

17.1 Caractéristiques de la modélisation

3D , $H=1$



17.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 20
Nombre de mailles et types : 1 HEXA20

17.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
$\varepsilon_{xx}(t=66{,}666\,s)$	'ANALYTIQUE'	8.6666 10^{-4}	0.1%
$\varepsilon_{xx}(t=80\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	1.1 10^{-3}	0.1%
$\varepsilon_{xx}(t=90\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	1.275 10^{-3}	0.1%
$p(t=66{,}666\,s)$	'ANALYTIQUE'	0	0.1%
$p(t=80\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	3 10^{-4}	0.1%
$p(t=90\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	5.25 10^{-4}	0.1%
$\sigma_{yy}(t=66{,}666\,s)$	'ANALYTIQUE'	-133.333 MPa	0.1%
$\sigma_{yy}(t=80\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	-100 MPa	0.1%
$\sigma_{yy}(t=90\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	-75 MPa	0.1%

17.4 Remarque

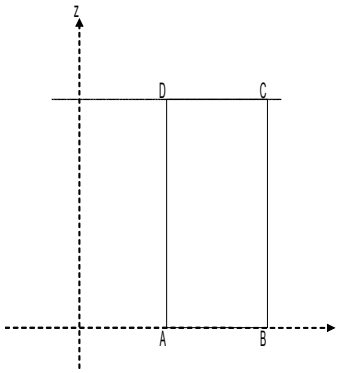
On obtient bien les mêmes résultats avec la formulation 3D_INCO_UP qu'avec la formulation 3D classique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

18 Modélisation P

18.1 Caractéristiques de la modélisation

3D , $H=1$



18.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 35
Nombre de mailles et types : 12 TETRA10

18.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
$\varepsilon_{xx}(t=66{,}666\,s)$	'ANALYTIQUE'	8.6666 10^{-4}	0.1%
$\varepsilon_{xx}(t=80\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	1.1 10^{-3}	0.1%
$\varepsilon_{xx}(t=90\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	1.275 10^{-3}	0.1%
$p(t=66{,}666\,s)$	'ANALYTIQUE'	0	0.1%
$p(t=80\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	3 10^{-4}	0.1%
$p(t=90\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	5.25 10^{-4}	0.1%
$\sigma_{yy}(t=66{,}666\,s)$	'ANALYTIQUE'	-133.333 MPa	0.1%
$\sigma_{yy}(t=80\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	-100 MPa	0.1%
$\sigma_{yy}(t=90\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	-75 MPa	0.1%

18.4 Remarque

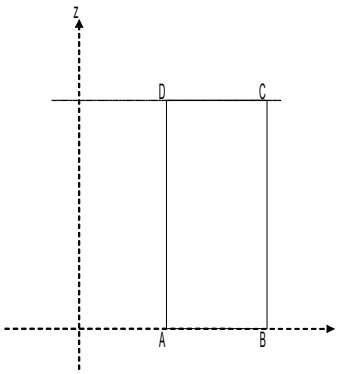
On obtient bien les mêmes résultats avec la formulation 3D_INCO_UP qu'avec la formulation 3D classique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

19 Modélisation Q

19.1 Caractéristiques de la modélisation

QUAD8 - Axisymétrique



19.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 8
Nombre de mailles et types : 1 QUAD8, 4 SEG3

19.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
$\varepsilon_{rr}=\varepsilon_{\theta\theta}(t=66{,}666\,s)$	'ANALYTIQUE'	8.6666 10^{-4}	0.1%
$\varepsilon_{rr}=\varepsilon_{\theta\theta}(t=80\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	1.1 10^{-3}	0.15%
$\varepsilon_{rr}=\varepsilon_{\theta\theta}(t=90\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	1.275 10^{-3}	0.4%
$p(t=66{,}666\,s)$	'ANALYTIQUE'	0	0.2%
$p(t=80\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	3 10^{-4}	0.5%
$p(t=90\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	5.25 10^{-4}	0.4%
$\sigma_{zz}(t=66{,}666\,s)$	'ANALYTIQUE'	-133.333 MPa	0.2%
$\sigma_{zz}(t=80\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	-100 MPa	0.525%
$\sigma_{zz}(t=90\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	-75 MPa	0.5%

19.4 Remarque

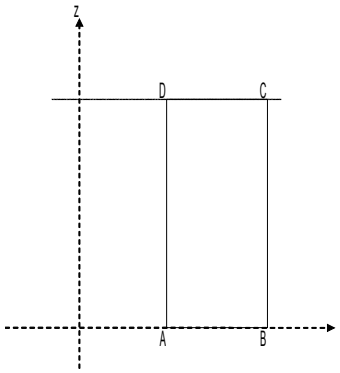
On obtient bien les mêmes résultats avec la formulation AXIS_INCO_UPG qu'avec la formulation AXIS classique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

20 Modélisation R

20.1 Caractéristiques de la modélisation

3D , $H=1$



20.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 20
Nombre de mailles et types : 1 HEXA20

20.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
$\varepsilon_{xx}(t=66{,}666\,s)$	'ANALYTIQUE'	8.6666 10^{-4}	0.1%
$\varepsilon_{xx}(t=80\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	1.1 10^{-3}	0.15%
$\varepsilon_{xx}(t=90\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	1.275 10^{-3}	0.4%
$p(t=66{,}666\,s)$	'ANALYTIQUE'	0	0.11%
$p(t=80\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	3 10^{-4}	0.3%
$p(t=90\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	5.25 10^{-4}	0.4%
$\sigma_{yy}(t=66{,}666\,s)$	'ANALYTIQUE'	-133.333 MPa	0.1275%
$\sigma_{yy}(t=80\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	-100 MPa	0.525%
$\sigma_{yy}(t=90\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	-75 MPa	0.5%

20.4 Remarque

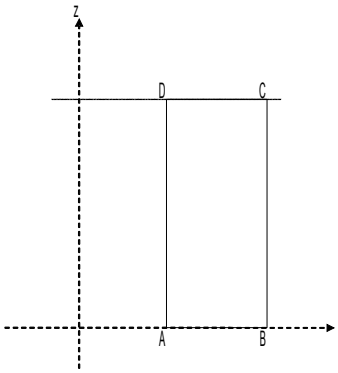
On obtient bien les mêmes résultats avec la formulation 3D_INCO_UPG qu'avec la formulation 3D classique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

21 Modélisation S

21.1 Caractéristiques de la modélisation

3D, $H=1$



21.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 35
Nombre de mailles et types : 12 TETRA10

21.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
$\varepsilon_{xx}(t=66{,}666\,s)$	'ANALYTIQUE'	8.6666 10^{-4}	0.1%
$\varepsilon_{xx}(t=80\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	1.1 10^{-3}	0.15%
$\varepsilon_{xx}(t=90\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	1.275 10^{-3}	0.4%
$p(t=66{,}666\,s)$	'ANALYTIQUE'	0	0.2%
$p(t=80\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	3 10^{-4}	0.5%
$p(t=90\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	5.25 10^{-4}	0.35%
$\sigma_{yy}(t=66{,}666\,s)$	'ANALYTIQUE'	-133.333 MPa	0.2%
$\sigma_{yy}(t=80\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	-100 MPa	0.525%
$\sigma_{yy}(t=90\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	-75 MPa	0.5%

21.4 Remarque

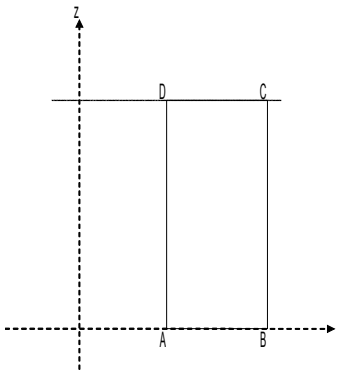
On obtient bien les mêmes résultats avec la formulation 3D_INCO_UPG qu'avec la formulation 3D classique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

22 Modélisation T

22.1 Caractéristiques de la modélisation

QUAD8 - Axisymétrique



22.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 8
Nombre de mailles et types : 1 QUAD8, 4 SEG3

22.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
$\varepsilon_{rr}=\varepsilon_{\theta\theta}(t=66{,}666\,s)$	'ANALYTIQUE'	8.6666 10^{-4}	0.05%
$\varepsilon_{rr}=\varepsilon_{\theta\theta}(t=80\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	1.1 10^{-3}	0.1%
$\varepsilon_{rr}=\varepsilon_{\theta\theta}(t=90\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	1.275 10^{-3}	0.1%
$p(t=66{,}666\,s)$	'ANALYTIQUE'	0	0.2%
$p(t=80\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	3 10^{-4}	3 10^{-4}%
$p(t=90\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	5.25 10^{-4}	1 10^{-4}%
$\sigma_{zz}(t=66{,}666\,s)$	'ANALYTIQUE'	-133.333 MPa	0.2%
$\sigma_{zz}(t=80\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	-100 MPa	0.25%
$\sigma_{zz}(t=90\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	-75 MPa	0.3%

22.4 Remarque

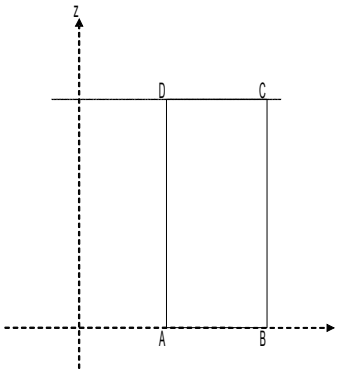
On obtient bien les mêmes résultats avec la formulation AXIS_INCO_UPG qu'avec la formulation AXIS classique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

23 Modélisation U

23.1 Caractéristiques de la modélisation

3D , $H=1$



23.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 20
Nombre de mailles et types : 1 HEXA20

23.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
$\varepsilon_{xx}(t=66{,}666\,s)$	'ANALYTIQUE'	8.6666 10^{-4}	0.05%
$\varepsilon_{xx}(t=80\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	1.1 10^{-3}	0.06%
$\varepsilon_{xx}(t=90\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	1.275 10^{-3}	0.1%
$p(t=66{,}666\,s)$	'ANALYTIQUE'	0	0.11%
$p(t=80\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	3 10^{-4}	0.05%
$p(t=90\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	5.25 10^{-4}	0.01%
$\sigma_{yy}(t=66{,}666\,s)$	'ANALYTIQUE'	-133.333 MPa	0.2%
$\sigma_{yy}(t=80\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	-100 MPa	0.25%
$\sigma_{yy}(t=90\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	-75 MPa	0.3%

23.4 Remarque

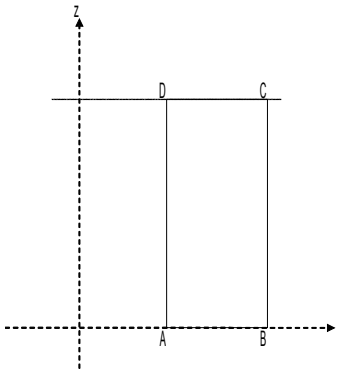
On obtient bien les mêmes résultats avec la formulation 3D_INCO_UPG qu'avec la formulation 3D classique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

24 Modélisation V

24.1 Caractéristiques de la modélisation

3D , $H=1$



24.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 35
Nombre de mailles et types : 12 TETRA10

24.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
$\varepsilon_{xx}(t=66{,}666\,s)$	'ANALYTIQUE'	8.6666 10^{-4}	0.05%
$\varepsilon_{xx}(t=80\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	1.1 10^{-3}	0.06%
$\varepsilon_{xx}(t=90\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	1.275 10^{-3}	0.1%
$p(t=66{,}666\,s)$	'ANALYTIQUE'	0	0.2%
$p(t=80\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	3 10^{-4}	0.005%
$p(t=90\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	5.25 10^{-4}	0.001%
$\sigma_{yy}(t=66{,}666\,s)$	'ANALYTIQUE'	-133.333 MPa	0.2%
$\sigma_{yy}(t=80\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	-100 MPa	0.25%
$\sigma_{yy}(t=90\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	-75 MPa	0.3%

24.4 Remarque

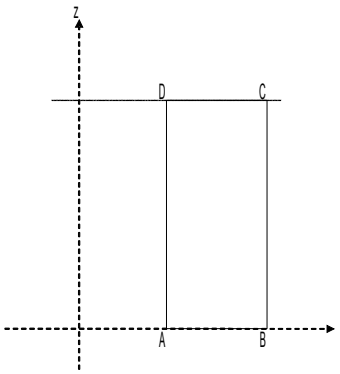
On obtient bien les mêmes résultats avec la formulation 3D_INCO_UPG qu'avec la formulation 3D classique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

25 Modélisation W

25.1 Caractéristiques de la modélisation

QUAD8 - Axisymétrique



25.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 8
Nombre de mailles et types : 1 QUAD8, 4 SEG3

25.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
$\varepsilon_{rr}=\varepsilon_{\theta\theta}(t=66{,}666\,s)$	'ANALYTIQUE'	8.6666 10^{-4}	0.05%
$\varepsilon_{rr}=\varepsilon_{\theta\theta}(t=80\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	1.1 10^{-3}	0.1%
$\varepsilon_{rr}=\varepsilon_{\theta\theta}(t=90\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	1.275 10^{-3}	0.1%
$p(t=66{,}666\,s)$	'ANALYTIQUE'	0	0.2%
$p(t=80\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	3 10^{-4}	3 10^{-4}%
$p(t=90\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	5.25 10^{-4}	1 10^{-4}%
$\sigma_{zz}(t=66{,}666\,s)$	'ANALYTIQUE'	-133.333 MPa	0.2%
$\sigma_{zz}(t=80\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	-100 MPa	0.25%
$\sigma_{zz}(t=90\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	-75 MPa	0.3%

25.4 Remarque

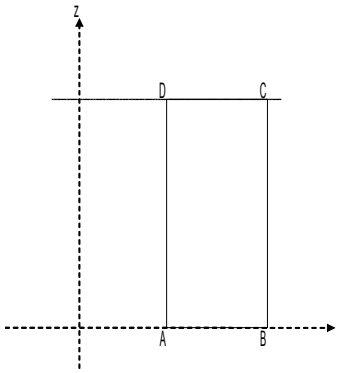
On obtient bien les mêmes résultats avec la formulation AXIS_INCO_UP qu'avec la formulation AXIS classique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

26 Modélisation X

26.1 Caractéristiques de la modélisation

3D , $H=1$



26.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 20
Nombre de mailles et types : 1 HEXA20

26.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
$\varepsilon_{xx}(t=66{,}666\,s)$	'ANALYTIQUE'	8.6666 10^{-4}	0.05%
$\varepsilon_{xx}(t=80\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	1.1 10^{-3}	0.06%
$\varepsilon_{xx}(t=90\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	1.275 10^{-3}	0.1%
$p(t=66{,}666\,s)$	'ANALYTIQUE'	0	0.11%
$p(t=80\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	3 10^{-4}	0.05%
$p(t=90\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	5.25 10^{-4}	0.01%
$\sigma_{yy}(t=66{,}666\,s)$	'ANALYTIQUE'	-133.333 MPa	0.2%
$\sigma_{yy}(t=80\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	-100 MPa	0.25%
$\sigma_{yy}(t=90\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	-75 MPa	0.3%

26.4 Remarque

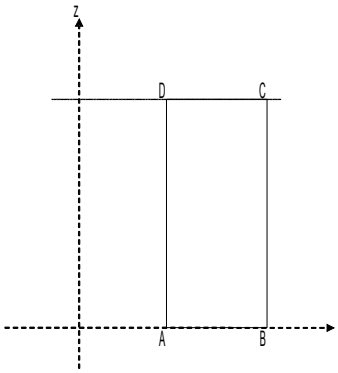
On obtient bien les mêmes résultats avec la formulation 3D_INCO_UP qu'avec la formulation 3D classique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

27 Modélisation Y

27.1 Caractéristiques de la modélisation

3D , $H=1$



27.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 35
Nombre de mailles et types : 12 TETRA10

27.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
$\varepsilon_{xx}(t=66{,}666\,s)$	'ANALYTIQUE'	8.6666 10^{-4}	0.05%
$\varepsilon_{xx}(t=80\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	1.1 10^{-3}	0.06%
$\varepsilon_{xx}(t=90\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	1.275 10^{-3}	0.1%
$p(t=66{,}666\,s)$	'ANALYTIQUE'	0	0.2%
$p(t=80\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	3 10^{-4}	0.005%
$p(t=90\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	5.25 10^{-4}	0.001%
$\sigma_{yy}(t=66{,}666\,s)$	'ANALYTIQUE'	-133.333 MPa	0.2%
$\sigma_{yy}(t=80\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	-100 MPa	0.25%
$\sigma_{yy}(t=90\mathrm{s})$	'ANALYTIQUE'	-75 MPa	0.3%

27.4 Remarque

On obtient bien les mêmes résultats avec la formulation 3D_INCO_UP qu'avec la formulation 3D classique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

28 Synthèse des résultats

Les résultats sont satisfaisants et valident les comportements thermoélastique et thermoplastique de Von Mises avec écrouissage isotrope et cinématique linéaire. Les éléments finis utilisés sont les éléments 2D (quadrilatères en contraintes planes ou axisymétrique), 3D, les éléments incompressibles (3D_INCO_UPG, 3D_INCO_UP, AXIS_INCO_UPG et AXIS_INCO_UP) et les éléments TUYAU.

On constate en particulier une bonne modélisation de la variation de la limite d'élasticité et de la constante de Prager avec la température.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

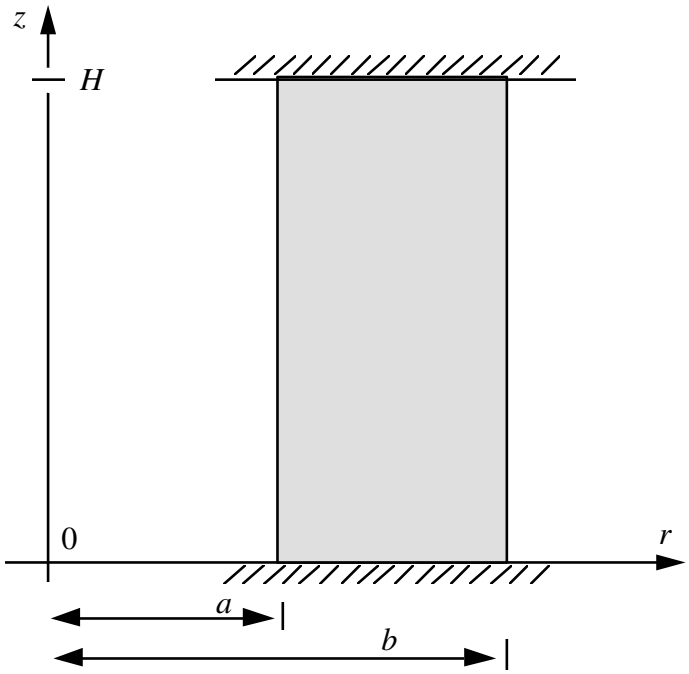
29 Annexe

29.1 Présentation

Le problème étudié est tel que la solution soit uniforme en espace, sans aucun effort extérieur donné, de manière à ne tester que le traitement de la relation de comportement.

On considère ainsi le solide suivant :

- hauteur H,
- axisymétrique (de rayons a et b),
- ou parallélépipédique (épaisseur $b-a$).



Il est placé entre deux plateaux rigides lubrifiés.

Le matériau est thermoélastoplastique homogène (voir ci-après) à écrouissage isotrope et critère de Von Mises.

On suppose la température uniforme en espace, et croissante.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

29.2 Cinématique, équilibre

29.2.1 Cas axisymétrique (2D)

Champs de déplacement : $u = u_r(r)\, e_r$ (blocage en z)

champs de déformation : $\varepsilon(u) = \begin{pmatrix} u_r' & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{u_r}{r} \end{pmatrix}$ (selon $\begin{pmatrix} r \\ z \\ \theta \end{pmatrix}$)

champs de déformation : $\sigma(u) = \sigma_L \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ (cf. conditions aux limites) (selon $\begin{pmatrix} r \\ z \\ \theta \end{pmatrix}$)

29.2.2 Cas parallélépipédique

Champs de déplacement : $u = u_x(x)\, e_x + u_y(y)\, e_y$ (blocage en z)

champs de déformation : $\varepsilon(u) = \begin{pmatrix} u_x' & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & u_y' \end{pmatrix}$ (selon $\begin{pmatrix} x \\ z \\ y \end{pmatrix}$)

champs de déformation : $\sigma(u) = \sigma_L \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ (cf. conditions aux limites) (selon $\begin{pmatrix} x \\ z \\ y \end{pmatrix}$)

Le cas pourra être étudié en `D_PLAN` et en `3D`.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

29.3 Relation de comportement

Écrouissage isotrope, linéaire (module tangent E_T constant).

Critère de Von Mises.

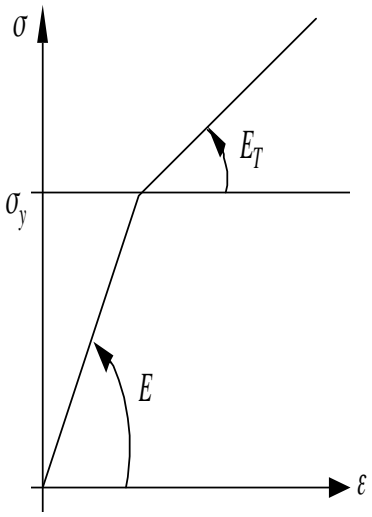
Les coefficients élastiques, E et ν, ainsi que le module tangent E_T sont invariants suivant la température.

La limite d'élasticité σ_y varie selon la température T :

$$\sigma_y(T)=\sigma_y^o(1-s(T-T^o))$$

(pour le domaine de température étudié, σ_y est positif !).

Le coefficient de dilatation thermique α est constant.



$$2\mu = \frac{E}{1+\nu}$$

$$3K = \frac{E}{1-2\nu}$$

$$2\mu=\frac{E}{1+\nu} \quad 3K=\frac{E}{1-2\nu}$$

La loi de comportement s'écrit (variable interne scalaire P) :

$$\varepsilon=\frac{1}{9K}tr\,\sigma\,Id+\frac{1}{2\mu}\sigma^D+\varepsilon^p=\alpha(T-T^o)\,Id$$

avec : $\sigma^D=\sigma-\frac{1}{3}tr\,\sigma\,Id$ (déviateur des contraintes)

$$\dot{\sigma}^p=\frac{3}{2}\dot{p}\frac{\sigma^D}{\|\sigma_{éq}\|}\text{ , avec }\|\sigma_{éq}\|=\sqrt{\frac{3}{2}}\sqrt{\sigma^D\sigma^D}$$

$$\dot{p}=0 \text{ si } f(\sigma,p)=\|\sigma_{éq}\|-R(p)<0$$

$$\dot{p}\geq 0 \text{ si } f(\sigma,p)=0$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$R(p)$ désigne la fonction d'écrouissage :

$$R(p)=\sigma_y+\frac{EE_T}{E-E_T}p$$

Le taux $\dot{p}$ peut être exprimé, lorsque $f(\sigma,p)=0$. En effet, de $\dot{p}f$ identiquement nul, on tire : $\dot{p}\dot{f}+\ddot{p}f=0$. Ainsi, quand on est sur le critère $f=0$, nécessairement $\dot{f}=0$. C'est-à-dire :

$$\frac{3}{2}\frac{\sigma^D\dot{\sigma}^D}{\|\sigma_{éq}\|}-R_{,T}\dot{T}-R_{,p}\dot{p}=0$$
$$\Leftrightarrow \frac{3}{2}\frac{\sigma^D\dot{\sigma}^D}{\|\sigma_{éq}\|}-\sigma_y^o s\dot{T}-\frac{EE_T}{E-E_T}\dot{p}=0$$

D'où :

$$\dot{p}=\frac{E-E_T}{EE_T}\left(\frac{3}{2}\frac{\sigma^D\dot{\sigma}^D}{\|\sigma_{éq}\|}+\sigma_y^o s\dot{T}\right) \text{ si } \dot{p}\geq 0 \text{ , pour } \|\sigma_{éq}\|=R(p)$$

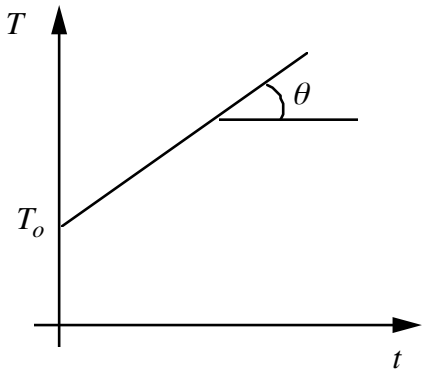
(critère atteint, en « charge »)

29.4 Chargement thermique

Température uniforme en espace

$$T(t) = \theta t + T_o \quad , \quad \theta > 0$$
$$t \in \left[0, t_{fin}\right] \quad ; \quad \text{avec } t_{fin} < \frac{1}{s\theta}$$

$T(t)=\theta t+T_o$, $\theta>0$
$t\in[0,t_{fin}]$ avec $t_{fin}<\frac{1}{s\theta}$



État initial vierge : $\sigma_L=0$, $p=0$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

29.5 Solution

Le champ de contraintes étant uni-axial, on a :

$$\sigma^D = \frac{\sigma_L}{3}\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Ainsi :

$$\left\| \sigma_{éq} \right\| = \left| \sigma_L \right|$$

et :

$$\dot{\varepsilon}^p = \frac{\dot{p}}{2} sgn(\sigma_L)\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

La relation de comportement conduit à

$$\dot{\varepsilon}_{rr} = \dot{\varepsilon}_{\theta\theta} = \frac{-\nu}{E}\dot{\sigma}_L - \frac{\dot{p}}{2} sgn(\sigma_L) + \alpha \dot{T} \quad (\ \dot{\varepsilon}_{xx} = \dot{\varepsilon}_{yy} \text{ pour le cas du parallélépipède})$$

$$\dot{\varepsilon}_{zz} = 0 = \frac{1}{E}\dot{\sigma}_L + \dot{p}\, sgn(\sigma_L) + \alpha \dot{T}$$

D'où :

$$\dot{\varepsilon}_{rr} = \dot{\varepsilon}_{\theta\theta} = \frac{3}{2}\alpha \dot{T} + \frac{1-2\nu}{2E}\dot{\sigma}_L$$

$$\dot{p} = sgn(\sigma_L)(-\alpha \dot{T} - \frac{\dot{\sigma}_L}{E}) = 0 \qquad \text{si} \quad \left|\sigma_L\right| < R(p)$$

$$\dot{p} = Max[0\,; \frac{E - E_T}{EE_T}(\frac{3}{2}\frac{\sigma^D \sigma^D}{\left\| \sigma_{éq} \right\|} + \sigma_y^o s \dot{T})] \qquad \text{sinon}$$

C'est-à-dire, dans le cas $\left|\sigma_L\right| = R(p)$ (critère atteint)

$$\dot{p} = Max[0\,; \frac{E - E_T}{EE_T}(sgn(\sigma_L)\dot{\sigma}_L + \sigma_y^o s \dot{T})]$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

29.5.1 Phase élastique

Au début du chargement thermique, $|\sigma_L|$ étant inférieur à σ_y, $\dot{p}$ est nul.

D'où :

$$\dot{\sigma_L} = -E\alpha\dot{T}$$
$$\dot{\varepsilon_{rr}} = \dot{\varepsilon_{\theta\theta}} = \alpha\dot{T}(1+\nu)$$

Ainsi :

$$\sigma_L = -E\alpha\theta t \qquad \text{(compression } \sigma_L < 0\text{)}$$
$$\varepsilon_{rr} = \varepsilon_{\theta\theta} = \alpha\theta(1+\nu)t$$

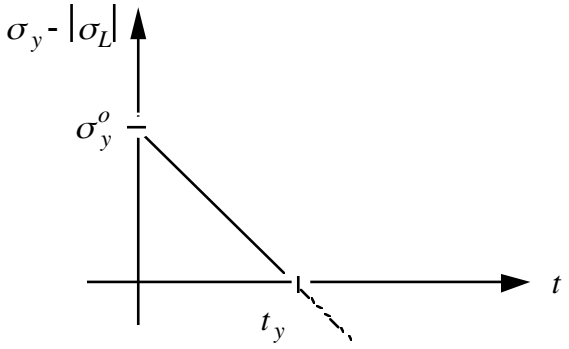
Validité de la solution élastique

Le critère est :

$$|\sigma_L(t)| - \sigma_y(t) = E = \theta t - \sigma_y^o(1 - s\theta t) \leq 0$$

Le critère n'est pas franchi pour $t = [0, t_y]$, avec :

$$t_y = \frac{\sigma_y^o}{\theta(E\alpha + \sigma_y^o s)}$$



A l'instant t_y :

$$\sigma_L(t_y) = \frac{-E\alpha\sigma_y^o}{E\alpha + \sigma_L^o s}$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

29.5.2 Phase élastoplastique

$t \geq t_y$. On est sur le critère. Alors :

$$\dot{p} = Max[0; \frac{E - E_T}{EE_T}(\dot{\sigma}_L sgn(\sigma_L) + \sigma_y^o s\dot{T})]$$

En admettant que l'on soit "en charge" $(\dot{p} > 0)$, alors on élimine $\dot{p}$ pour avoir

$$\dot{\sigma}_L = -E_T\dot{T}(\alpha + sgn(\sigma_L)\frac{E - E_T}{EE_T} s\sigma_y^o)$$

puis :

$$\dot{p} = \frac{E - E_T}{E}\dot{T}(-\alpha sgn(\sigma_L) + \frac{s\sigma_y^o}{E})$$

à $t = t_y$, $\sigma_L = -E\alpha\theta t_y < 0$; on intègre alors ces expressions pour $t \geq t_y (\dot{T} = \theta)$:

$$\sigma_L(t) = -E_T\theta(t - t_y)[\alpha - \frac{E - E_T}{EE_T} s\sigma_y^o] - \sigma_L(t_y)$$
$$p(t) = \frac{E - E_T}{E^2}\theta[\alpha E + s\sigma_y^o](t - t_y)$$

Soit, après réarrangement, $(t > 0 t_y)$:

$$\sigma_L(t) = \sigma_y^o(s\theta t - 1 + \frac{E_T}{E}(1 - \frac{t}{t_y}))$$
$$p(t) = \frac{\sigma_y^o(E - E_T)}{E^2}(\frac{t}{t_y} - 1)$$

Validité de cette solution élastoplastique

Il faut s'assurer que $\sigma_L(t)$ reste négatif. Sachant que $s\theta t < 1$, et que $t > t_y$, le résultat précédent confirme que $\sigma_L(t) < 0$.

Enfin, on remarque que :

$$sgn(\sigma_L)\frac{1 - 2\nu}{2}\dot{p} + \dot{\varepsilon}_{rr} = \alpha(1 + \nu)\dot{T}$$

d'où :

$$\varepsilon_{rr}(t) = \varepsilon_{\theta\theta}(t) = \alpha\theta(1 + \nu)t + \frac{1 - 2\nu}{2}p(t) \quad , \quad \forall t \in [t_y, t_{fin}]$$

(puisque $\sigma_L(t) < 0$).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

29.6 Application numérique

$E=200000\,MPa$; $\nu=0.3$; $\alpha=10.0\,E-5\,°C^{-1}$; $\theta=1.0\,s^{-1}$
$\sigma_y^o=400\,MPa$; $T^o=0\,°C$; $s=10.0\,E-2\,°C^{-1}$; $t_{fin}<100\,s$
$E_T=50000\,MPa$;

D'où on obtient en phase élastique :

$$t_y=66.6666\,s$$
$$\sigma_L(t_y)=-133.333\,MPa$$
$$\varepsilon_{rr}(t_y)=\varepsilon_{\theta\theta}(t_y)=0.866666\,E-3$$

Puis, phase élastoplastique :

à $t=80\text{s}$: $\sigma_L(80)=-100\,MPa$
$p(80)=0.30\,E-3$
$\varepsilon_{rr}(80)=\varepsilon_{\theta\theta}(80)=1.100\,E-3$

à $t=90\text{s}$: $\sigma_L(90)=-75\,MPa$
$p(90)=0.525\,E-3$
$\varepsilon_{rr}(90)=\varepsilon_{\theta\theta}(90)=1.275\,E-3$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)