HSLS01 - Plaque carrée mince soumise à un gradient thermique dans l'épaisseur

Résumé

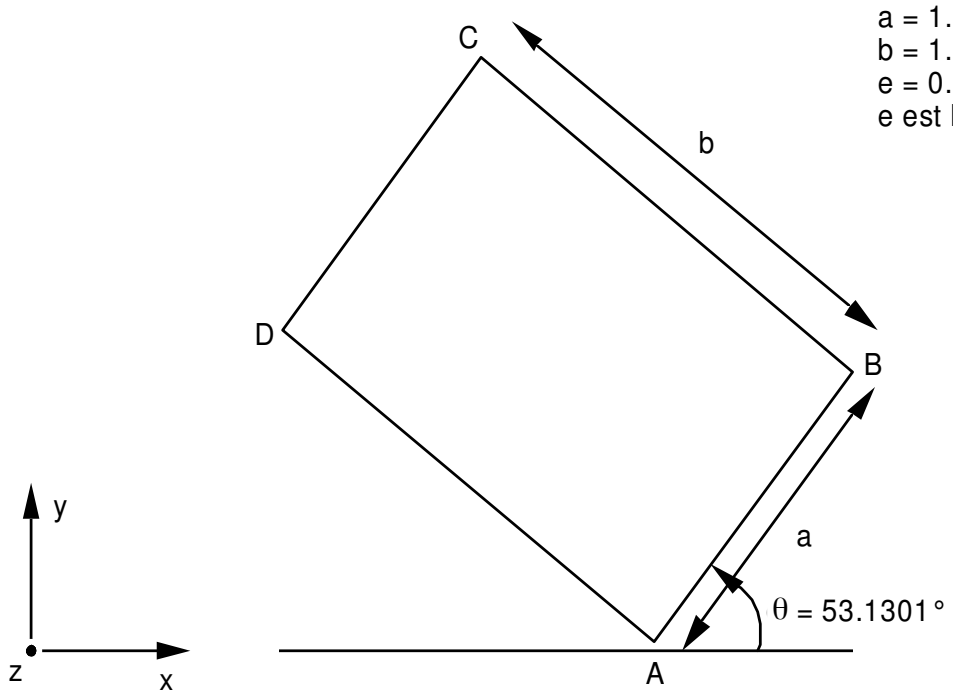
Ce test a pour but de valider la dilatation thermique dans les éléments de plaque, où la température est variable dans l'épaisseur.

Deux modélisations permettent de tester les modélisations DKT, DST, Q4G sur des mailles TRIA3 et QUAD4 et COQUE_3D sur les mailles TRIA7 et QUAD9.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



a = 1.2 m
b = 1.3 m
e = 0.01 m
e est l'épaisseur de la plaqu

1.2 Propriétés des matériaux

Module de Young : $E=2.10^{11}Pa$
Coefficient de Poisson : $\nu=0.3$
Coefficient de dilatation : $\alpha=1.10^{-5}°C^{-1}$

1.3 Conditions aux limites et chargements

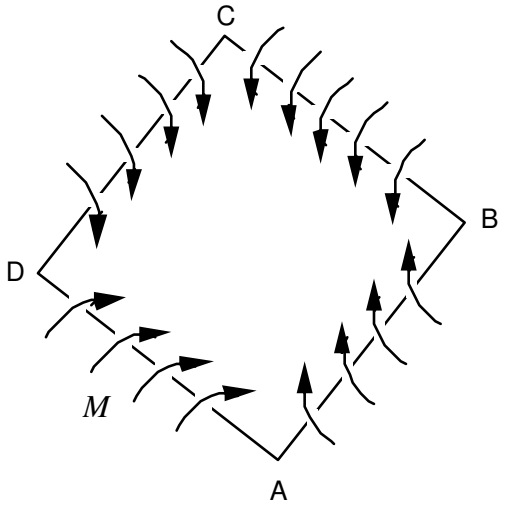
Les côtés AB, BC, CD et DA sont encastrés. La température est constante sur la face supérieure et est égale à $T_s=100°C$.
La température est constante sur la face inférieure et est égale à $T_i=0°C$; le gradient de température est supposé linéaire dans l'épaisseur.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

La solution est analytique.



Le chargement thermique est équivalent à un chargement défini par une répartition uniforme de moments sur les bords tel qu'il apparaît sur la figure.

La valeur de ces moments par unité de longueur est égale à : $M = \alpha \frac{T_s - T_i}{e} \times \frac{E \times e^3 \times (1+\nu)}{12(1-\nu^2)}$.

Soit : $M = \alpha (T_s - T_i) \times \frac{E \times e^2}{12(1-\nu)}$. Ceci conduit à une répartition uniforme de M dans la plaque .

2.2 Résultats de référence

On a donc $M = 2380.95238\, N$; la plaque étant tournée d'un angle $\theta = 53°.1301$, on a des composantes dont la valeur absolue est : $M \times \cos\theta = 1428.5715\, N$ et $M \times \sin\theta = 1904.76184\, N$

Les réactions sont définies par une distribution de moments égale à la précédente en valeur absolue et de signe contraire.

Les mailles sont des carrés dont la longueur est égale à $0.05\, m$, donc les moments en chaque nœud doivent être égaux à $M_1 = M \times \cos\theta \times 0.05 = 71.42857\, N.m$

et $M_2 = M \times \sin\theta \times 0.05 = 95.2381\, N.m$

soit $M = \sqrt{M_1^2 + M_2^2}$ =119.0476 N.m

2.3 Incertitude sur la solution

L'incertitude est nulle.

2.4 Références bibliographiques

1) TIMOSHENKO : Theory of plates and shells chapitre 2, article 14.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Le modèle est constitué de :

- 1008 éléments,
- 675 nœuds,

dont :

- 72 éléme nts Q4G,
- 144 éléments T3G,
- 84 éléments DSQ,
- 84 éléments DKQ,
- 312 éléments DST,
- 312 éléments DKT.

Les éléments sont des carrés dont la longueur est égale à $0.05\,m$.

Les bords AB , BC , CD et DA sont encastrés.

La plaque est soumise à un gradient de température de $100\,°C$ dans l'épaisseur. Ce gradient est uniforme sur la plaque.

3.2 Grandeurs testées et résultats

Rx = réaction selon Ox
Ry = réaction selon Oy

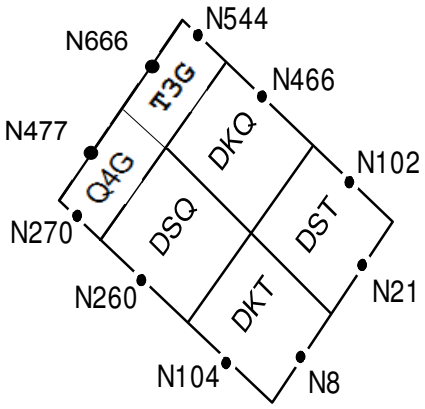
Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
$N104$ (sur le bord AD dans la partie maillée en DKT)	'ANALYTIQUE'	$DRx=71.4286$ $DRy=95.2381$	3.10^{-5} 3.10^{-5}
$N260$ (sur le bord AD dans la partie maillée en DSQ)	'ANALYTIQUE'	$DRx=71.4286$ $DRy=95.2381$	3.10^{-5} 3.10^{-5}
$N270$ (sur le bord AD dans la partie maillée en Q4G)	'ANALYTIQUE'	$DRx=71.4286$ $DRy=95.2381$	3.10^{-5} 3.10^{-5}
$N8$ (sur le bord AB dans la partie maillée en DKT)	'ANALYTIQUE'	$DRx=95.2381$ $DRy=71.4286$	3.10^{-5} 3.10^{-5}
$N21$ (sur le bord AB dans la partie maillée en DST)	'ANALYTIQUE'	$DRx=95.2381$ $DRy=71.4286$	3.10^{-5} 3.10^{-5}
$N102$ (sur le bord BC dans la partie maillée en DST)	'ANALYTIQUE'	$DRx=71.4286$ $DRy=95.2381$	3.10^{-5} 3.10^{-5}
$N466$ (sur le bord BC dans la partie maillée en DKQ)	'ANALYTIQUE'	$DRx=71.4286$ $DRy=95.2381$	3.10^{-5} 3.10^{-5}

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$N544$ (sur le bord BC dans la partie maillée en T3G)	'ANALYTIQUE'	$DRx=71.4286$ $DRy=95.2381$	3.10^{-5} 3.10^{-5}
$N477$ (sur le bord CD dans la partie maillée en Q4G)	'ANALYTIQUE'	$DRx=71.4286$ $DRy=95.2381$	3.10^{-5} 3.10^{-5}
$N666$ (sur le bord CD dans la partie maillée en T3G)	'ANALYTIQUE'	$DRx=71.4286$ $DRy=95.2381$	3.10^{-5} 3.10^{-5}

3.3 Remarques

Les nœuds testés sont à peu près placés comme suit :



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation est COQUE_3D.

Le modèle est constitué de :

- 662 éléments,
- 2267 nœuds,

dont :

- 462 triangles à 7 nœuds,
- 200 quadrilatères à 9 nœuds.

Les bords AB , BC , CD et DA sont encastrés.

La plaque est soumise à un gradient de température de $100\,°C$ dans l'épaisseur. Ce gradient est uniforme sur la plaque.

4.2 Grandeurs testées et résultats

On teste les moments MXX et MYY . Ces valeurs sont données dans le repère local à la plaque, choisi parallèle aux côtés.

On a donc: $MXX = MYY = M = -2{,}38095\,10^3\,N$ comme le moment est uniforme dans la plaque, il suffit de tester les valeurs maximum et minimum des moments et de vérifier qu'elles sont toutes deux égales à M :

	Identification	Type de référence	Référence	Tolérance (%)
Efforts obtenus par EFGE_ELNO :	MXX Maximum	'ANALYTIQUE'	–2,38095 10^3	0.1
	MXX Minimum	'ANALYTIQUE'	–2,38095 10^3	0.1
	MYY Maximum	'ANALYTIQUE'	–2,38095 10^3	0.1
	MYY Minimum	'ANALYTIQUE'	–2,38095 10^3	0.1

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Synthèse des résultats

La parfaite adéquation des résultats avec la référence analytique montre la bonne prise en compte de la variation de la température.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)