HPLV108 – Vérification des paramètres homogénéisés d'une plaque percée

Résumé :

Ce test a pour objectif de vérifier une partie des paramètres calculées par la commande CALC_MATE_HOMO sur une plaque percée. Les valeurs de références sont issues d'études R&D de 84 et 93.

La modélisation A calcule les propriétés d'un MASSIF équivalent, la modélisations B d'une PLAQUE équivalente, et la modélisation C une PLAQUE homogène.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

Les plaques percées sont des éléments récurrents dans l'industrie. La théorie de l'homogénéisation est bien adaptée dans un tel cas du fait de la périodicité des alésages présents sur la plaque. La cellule de base est carré et symétrique, on prends en compte seulement le premier octant.(Figure 1.1-1). Pour la modélisation A l'épaisseur est sans influence, alors que c'est le cas pour B et C. On considére un épaisseur de la plaque de 534mm

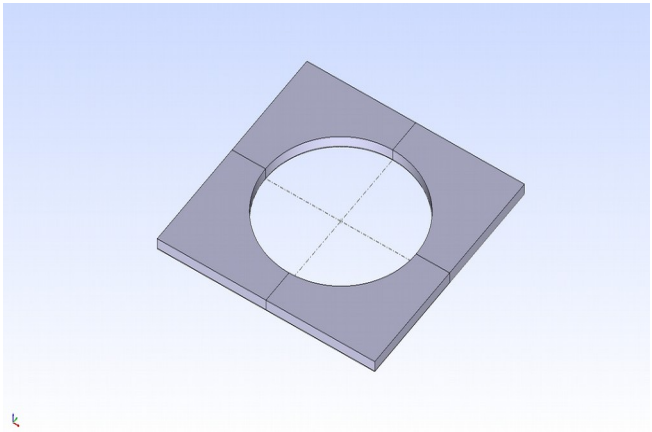


Figure 1.1-1: Cellule de base à pas carré

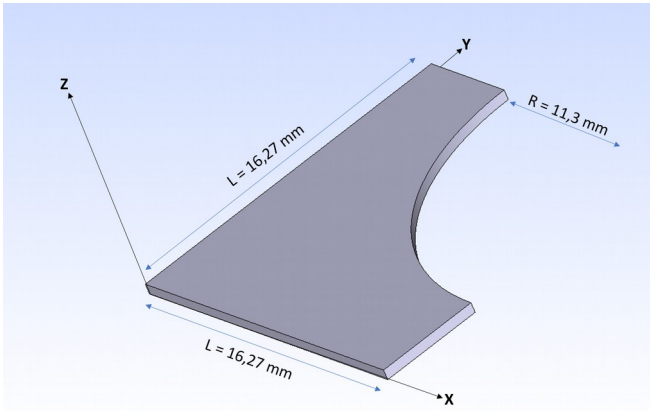


Figure 1.1-2: 1/8 de la cellule de base

1.2 Propriétés de matériaux

Comme on se place dans le cadre du comportement linéaire, on choisit les caractéristiques des matériaux unitaires :

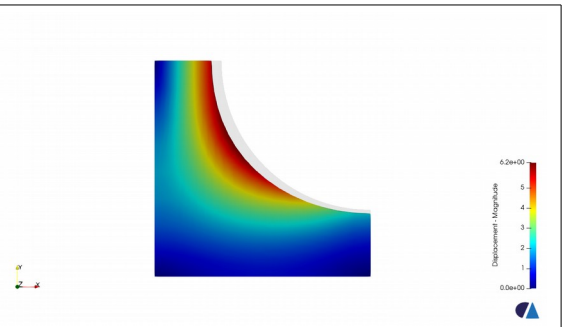
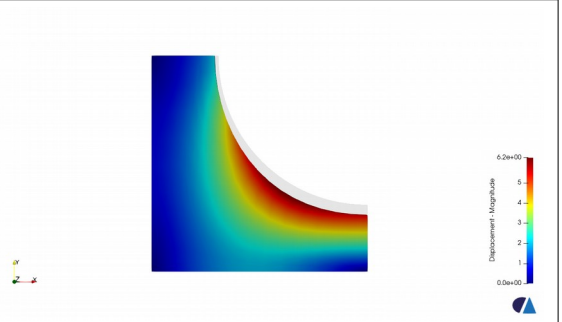
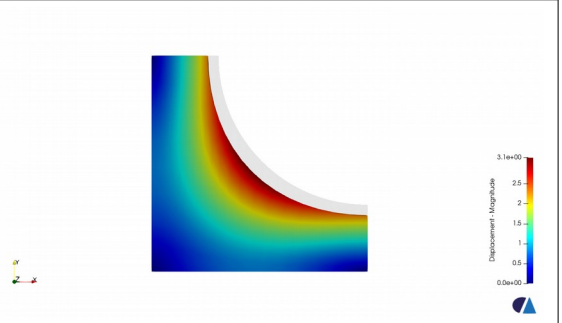
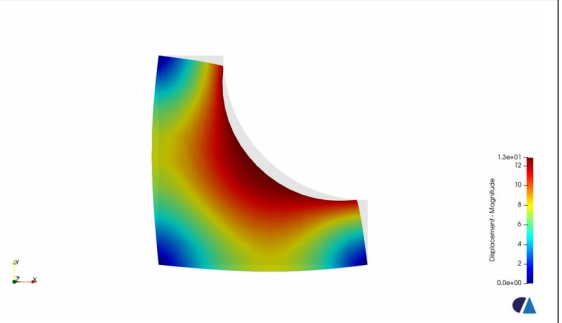
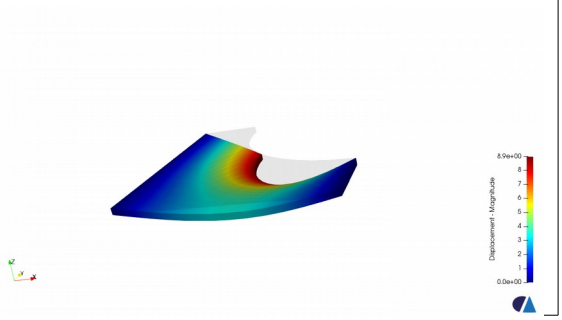
$$E = 1.0\,MPa$$
$$\nu = 0.3$$
$$k = 1.0\,W/(m.^\circ C)$$
$$C_p = 0\,J/(^\circ C.m^3)$$

1.3 Conditions aux limites et chargements

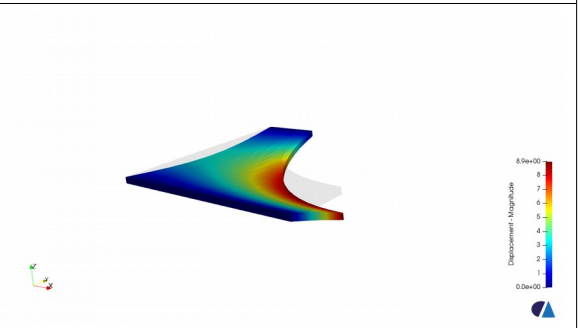
On cherche à résoudre six problèmes d'élasticité linéaire en 3D sur la cellule de base, sous conditions aux limites périodiques et symétriques. Chaque problème est associé à un correcteur χ qui accommode localement les pré-déformations $\boldsymbol{\varepsilon}^0$.

Les conditions aux limites de périodicités et de symétries, pour chaque problème d'élasticité, sont données dans le tableau ci-dessous. On affichera également le déplacement associé au problème considéré.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Correcteur χ^{11}	$x=0 \rightarrow u_x=0$ sur x_{min} et x_{max} $y=0 \rightarrow u_y=0$ sur y_{min} et y_{max} $z=0 \rightarrow u_z=0$ sur z_{min} et z_{max}	
Correcteur χ^{22}	$x=0 \rightarrow u_x=0$ sur x_{min} et x_{max} $y=0 \rightarrow u_y=0$ sur y_{min} et y_{max} $z=0 \rightarrow u_z=0$ sur z_{min} et z_{max}	
Correcteur χ^{33}	$x=0 \rightarrow u_x=0$ sur x_{min} et x_{max} $y=0 \rightarrow u_y=0$ sur y_{min} et y_{max} $z=0 \rightarrow u_z=0$ sur z_{min} et z_{max}	
Correcteur χ^{12}	$x=0 \rightarrow u_y=u_z=0$ sur x_{min} et x_{max} $y=0 \rightarrow u_x=u_z=0$ su y_{min} et y_{max} $z=0 \rightarrow u_z=0$ sur z_{min} et z_{max}	
Correcteur χ^{13}	$x=0 \rightarrow u_y=u_z=0$ sur x_{min} et x_{max} $y=0 \rightarrow u_y=0$ su y_{min} et y_{max} $z=0 \rightarrow u_x=u_y=0$ sur z_{min} et z_{max}	

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Correcteur χ^{23}	$x=0 \rightarrow u_x=0$ sur x_{min} et x_{max} $y=0 \rightarrow u_x=u_z=0$ su y_{min} et y_{max} $z=0 \rightarrow u_x=u_y=0$ sur z_{min} et z_{max}	

Pour le problème en thermique linéaire, on adopte la même démarche que pour l'élasticité mais on calcule seulement trois correcteurs.

Correcteur ζ^1	$x=0 \rightarrow T°=0$ sur x_{min} et x_{max}
Correcteur ζ^2	$y=0 \rightarrow T°=0$ sur y_{min} et y_{max}
Correcteur ζ^3	$z=0 \rightarrow T°=0$ sur z_{min} et z_{max}

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence pour le MASSIF

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Pour un problème 3D en élasticité linéaire, on détermine les 6 correcteurs qui vérifient l'équation :

$$\begin{cases} \boldsymbol{\chi^{kh}} \in V_{pér}^{CA} \\ \int_{Z_e} \boldsymbol{\varepsilon}(\vec{\chi}^{kh}).A.\boldsymbol{\varepsilon}(\vec{v})\,dz = -\int_{Z_e} \boldsymbol{\varepsilon^0_{kh}}.A.\boldsymbol{\varepsilon}(\vec{v})\,dz, \forall \vec{v} \in V_{pér}^{CA} \end{cases}$$

éq 2.1-1

A partir du calcul des correcteurs, on détermine les coefficients homogénéisés de la matrice d'après le formule suivante :

$$\boldsymbol{\varepsilon^0_{ij}}.A^{hom}.\boldsymbol{\varepsilon^0_{kh}} = \frac{1}{|Z_e|}\int_{Z_e} \boldsymbol{\varepsilon^0_{ij}}.A.\boldsymbol{\varepsilon^0_{kh}}\,dz - \frac{1}{|Z_e|}\int_{Z_e} \boldsymbol{\varepsilon}(\vec{\chi}^{ij}).A.\boldsymbol{\varepsilon}(\vec{\chi}^{kh})\,dz$$

éq 2.1-2

où $\boldsymbol{\varepsilon^0}$ est la déformation macroscopique donnée et Z_e le volume total de la cellule de base.

La première intégrale de l'équation éq 2.1-2 est la loi des mélanges en rigidités alors que la deuxième intégrale est la contribution des correcteurs. Pour le cas anisotrope, on aura au plus 21 coefficients d'élasticité indépendants. En revanche dans notre cas d'étude, ce nombre est réduit du fait des symétries et de l'invariance selon *Oz* de la cellule de base, qui permet d'aboutir à 12 relations sur les coefficients de raideur élastique homogénéisés :

$$A^{\hom}_{1111} = A^{\hom}_{2222} \;;\; A^{\hom}_{1133} = A^{\hom}_{2233} \;;\; A^{\hom}_{3131} = A^{\hom}_{2323}$$
$$A^{\hom}_{1112} = A^{\hom}_{2212} = A^{\hom}_{1113} = A^{\hom}_{2213} = A^{\hom}_{2223} = A^{\hom}_{1123} = A^{\hom}_{3313} = A^{\hom}_{3323} = A^{\hom}_{3312} = 0$$

éq 2.1-3

Donc, il ne reste plus à déterminer que 9 coefficients d'élasticité homogénéisée : le matériau homogénéisé est élastique orthotrope. En revanche, dans [VOLDOIRE93], on exhibe certaines relations entre les coefficients homogénéisés qui réduisent le nombre de coefficients indépendants.

$$A^{\hom}_{3333} = \frac{1}{|Z_e|}\int_{Z_e} E\,dz + 2\nu^2.\left(A^{\hom}_{1111} + A^{\hom}_{1122}\right)$$

éq 2.1-4

$$A^{\hom}_{1133} = A^{\hom}_{2233} = \nu.\left(A^{\hom}_{1111} + A^{\hom}_{1122}\right)$$

éq 2.1-5

De même, pour la thermique, on calcule trois coefficients homogénéisés dont deux qui sont indépendants $K^{\hom}_{11}$ et $K^{\hom}_{33}$. Dans [VOLDOIRE93], on détermine aussi une relation entre les coefficients de rigidité de cisaillement transverse homogénéisés et les coefficients thermiques homogénéisés.

$$A^{\hom}_{3\alpha 3\alpha} = \frac{2\mu}{k} K^{\hom}_{11}$$

éq 2.1-6

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Toutes ces relations vont nous permettre de vérifier que le calcul élément finis produit des résultats corrects en vérifiant et en comparant les valeurs obtenues numériquement. Pour les calculs des coefficients homogénéisés, on compare nos résultats à ceux obtenus dans VOLDOIRE93, qui rassemble les résultats numériques du calcul du comportement élastique, thermique et thermoélastique, homogénéisé des plaques percées.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisations

3.1 Caractéristiques communes aux modélisation

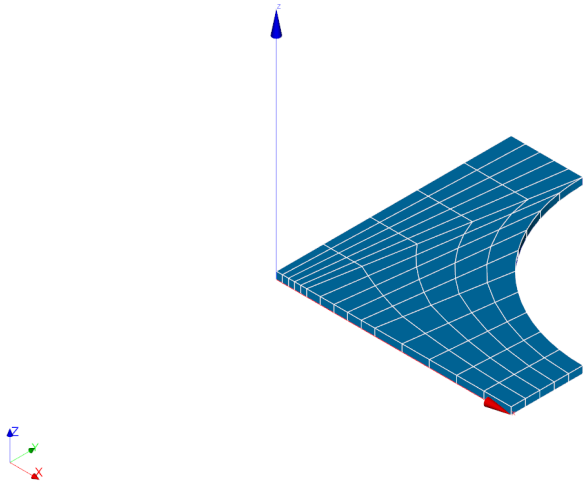


Figure 3.1-1: Maillage de la cellule

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 1855

Nombre d' éléments et types : 300 éléments quadratiques volumiques

4 Modélisation A

4.1 Caractéristiques de la modélisation

La cellule est homogénéisée en MASSIF afin d'obtenir les paramètres pour un modèle 3D.

4.2 Valeurs testées

On compare les valeurs des coefficients homogénéisés (élastiques et thermiques) obtenues par le calcul à ceux de la note [VOLDOIRE93].

Coefficients homogénéisés	[VOLDOIRE93]	Calcul ASTER	Erreur relative (%) $\frac{\lvert\text{valeur approchée} - \text{valeur théorique}\rvert}{\lvert\text{valeur théorique}\rvert} * 100$
A_{1111}	0.48437	0.484961	0.12 %
A_{2222}	--	0.484782	--
A_{3333}	0.73037	0.730671	0.04 %
A_{1122}	0.12246	0.122638	0.14 %
A_{1133}	0.18205	0.182280	0.1 3 %
A_{2233}	--	0.182226	--
A_{1212}	0.16161	0.163213	0.98 %

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

A_{2323}	--	0.344923	--
A_{3131}	0.344589	0.344814	0.06 %
K_{11}	0.447967	0.448258	0.06 %
K_{22}	--	0.448399	--
K_{33}	0.62115	0.621319	0.0 3 %

On vérifie également les égalités entre les coefficients homogénéisés décrites dans le paragraphe précédent.

Relation entre coefficients homogénéisés	Erreur relative (%)
$A^{\text{hom}}_{1111}-A^{\text{hom}}_{2222}=0$ éq 2.1-3	0.0 4 %
$A^{\text{hom}}_{1133}-A^{\text{hom}}_{2233}=0$ éq 2.1-3	0.0 3 %
$A^{\text{hom}}_{3131}-A^{\text{hom}}_{2323}=0$ éq 2.1-3	0.03 %
$A^{\text{hom}}_{3333}-\frac{1}{\lvert Z_e\rvert}\int_{Z_e} E\ dz+2\nu^2.\left(A^{\text{hom}}_{1111}+A^{\text{hom}}_{1122}\right)=0$ éq 2.1-4	0.34 %
$A^{\text{hom}}_{1133}-\nu.\left(A^{\text{hom}}_{1111}+A^{\text{hom}}_{1122}\right)=0$ éq 2.1-5	1.6e-04 %
$A^{\text{hom}}_{3\alpha 3\alpha}-\frac{2\mu}{k}K^{\text{hom}}_{11}=0$ éq 2.1-6	2. 7 e-05 %

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation B

5.1 Caractéristiques de la modélisation

La cellule est homogénéisée en PLAQUE afin d'obtenir les paramètres pour un modèle plaque.

Coefficients homogénéisés	[VOLDOIRE93]	Calcul ASTER	Erreur relative (%) $\frac{\lvert\text{valeur approchée} - \text{valeur théorique}\rvert}{\lvert\text{valeur théorique}\rvert} * 100$
C_{1111} (MEMB_L)	0.43865	0.43883444	0.042 %
C_{2222} (MEMB_T)	--	--	--
C_{1212} (MEMB_G_LT)	0.15493	0.15499162	0.04 %
C_{1122} (MEMB_LT)	0.07747	0.07726186	0.269 %
D_{1111} (FLEX_L)	0.43789	0.43849126	0.137 %
D_{2222} (FLEX_T)	--	--	--
D_{1212} (FLEX_G_LT)	0.15477	0.15500363	0.151 %
D_{1122} (FLEX_LT)	0.07824	0.07759885	0.819 %

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Modélisation C

6.1 Caractéristiques de la modélisation

La cellule est cette fois ci homogène (pleine), et calculé en TYPE_HOMO PLAQUE.

Coefficients homogénéisés	[VOLDOIRE93]	Calcul ASTER	Erreur relative (%) $\frac{\lvert\text{valeur approchée} - \text{valeur théorique}\rvert}{\lvert\text{valeur théorique}\rvert} * 100$
C_{1111} (MEMB_L)	1.0989	1.0989011	0.0001 %
C_{2222} (MEMB_T)	--	--	--
C_{1212} (MEMB_G_LT)	0.76923	0.76923077	0.0001 %
C_{1122} (MEMB_LT)	0.32967	0.32967033	0.0001 %
D_{1111} (FLEX_L)	1.0989	1.0989011	0.0001 %
D_{2222} (FLEX_T)	--	--	--
D_{1212} (FLEX_G_LT)	0.76923	0.76923077	0.0001 %
D_{1122} (FLEX_LT)	0.32967	0.32967033	0.0001 %

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7 Synthèse des résultats

Les résultats obtenus par le calcul sont très proches de ceux issus de la bibliographie. De plus, les différentes égalités théoriques entre les coefficients homogénéisées sont parfaitement vérifiées par le calcul.

8 Bibliographie

Bibliographie

VOLDOIRE93: EDF-93NJ00027, Comportement homogénéisé des plaques perforées des générateurs de vapeur, 1993

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)