HPLP310 – Biblio_35 Fissure radiale interne dans un cylindre épais sous pression et chargement thermique

Résumé :

Ce test est issu de la validation indépendante de la version 3 en mécanique de la rupture.

Il s'agit d'un test bidimensionnel en statique dans lequel on modélise la non linéarité de contact due à la refermeture partielle de la fissure.

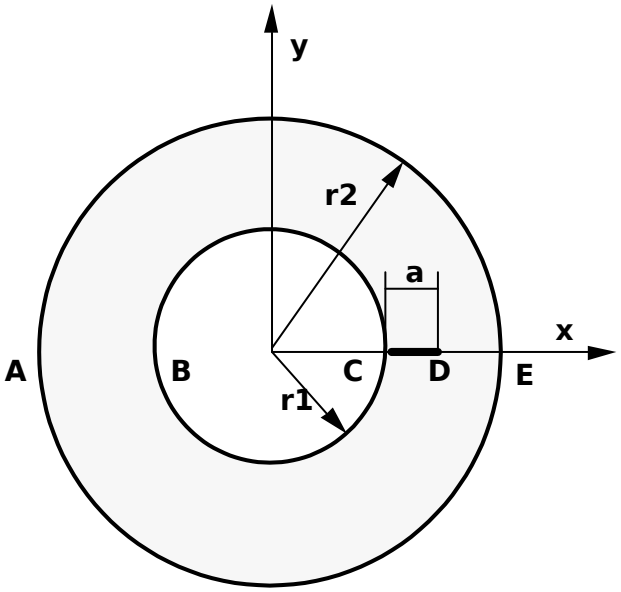
Le comportement de la structure est thermoélastique linéaire isotrope.

Le cas test comprend deux modélisations $2D$ plane pour laquelle on étudie l'influence du facteur de charge mécanique α . Dans la première modélisation un contact avec un matériau infinimement rigide est utilisé pour représenter la refermeture (symétrique) de la fissure tandis que dans la seconde une condition aux limites de type liaison unilatérale est mise en œuvre.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



Section droite d'un tube épais présentant une fissure radiale interne

Rapport des rayons $b=r_2/r_1=2\,(r_1=1\,mm,\,r_2=2\,mm)$

Profondeur de la fissure $a/(r_2-r_1)=0{,}05$

1.2 Propriétés du matériau

Le matériau est thermoélastique linéaire isotrope standard.

Module d'Young $E=1000\,MPa$
Coefficient de Poisson $\nu=0{,}3$
Coefficient de dilatation linéaire $\alpha_T=1\text{E-}6$
Limite élastique $\sigma_0=1\,MPa$ (servant à définir le champ de contraintes initial créé par le processus d'auto-frettage dans l'hypothèse d'un comportement antérieur de type élastoplastique de Von Mises)

1.3 Conditions aux limites et chargements

Conditions aux limites (pour une demi-pièce dans la région $y\geq 0$)

Blocage $UY=0$ sur le segment AB et sur le ligament DE (symétrie).

Relation linéaire $UX(A)+UX(E)=0$ (pour bloquer la translation horizontale)

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Chargements

Chargement n° 1 : traction radiale $\sigma_{rr}(r_2)=\sigma_0$ sur la face externe; ce chargement mécanique produit le même K_I qu'une pression interne agissant simultanément sur le rayon interne r_1 et sur les lèvres de la fissure, sans prise en compte de la non linéarité de contact.

Chargement n° 2 : chargement thermique équivalent à un autofrettage défini comme suit :

$$T_1 = T_\rho + \frac{4\sigma_0}{\sqrt{3}} \bullet \frac{2(1-\nu)}{E\alpha_T} \bullet \ln\left(\frac{\rho}{r_1}\right)$$

$$T = T_1 - \frac{(T_1 - T_\rho)}{\ln\left(\frac{\rho}{r_1}\right)} \bullet \ln\left(\frac{r}{r_1}\right) \qquad r_1 \le r \le \rho$$

$$T = T_\rho \qquad \rho \le r \le r_2$$

Dans ces formules, ρ désigne le rayon maximum de la zone ayant subi l'autofrettage, T_1 la température au rayon r_1 et T_ρ la température au rayon $r=\rho$ dans le tube épais non fissuré. Dans l'application visée ici, on prend $\rho=r_2$, ce qui correspond à l'autofrettage de la totalité de la section du tube épais, et on ne prend pas en compte la non linéarité de contact. On attend un K négatif pour des températures positives (mise en compression du tube non fissuré).

Chargement n° 3 : combinaison linéaire chargement n° 2 + α * chargement n° 1, α ($\neq \alpha T$!) désignant le facteur de charge mécanique; on prend ici en compte la non linéarité de contact, ce qui suppose une application incrémentale de la charge mécanique.

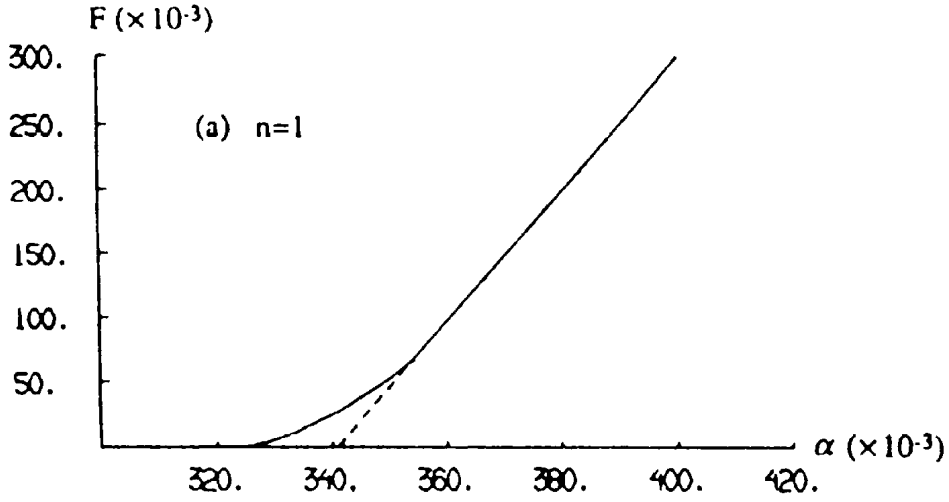
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Calcul par éléments finis avec le code ABAQUS. La non linéarité de contact est modélisée à l'aide d'éléments GAP unidirectionnels. Le facteur d'intensité des contraintes est calculé à partir de l'intégrale J.

2.2 Résultats de référence



Facteur d'intensité des contraintes adimensionnel en fonction du facteur de chargement mécanique, dans le cas de chargement n° 3

Notation : $F_L = K_{IL} / \sigma_0 \sqrt{a}$ facteur d'intensité adimensionnel linéaire (obtenu par combinaison linéaire des effets d'autofrettage et de chargement mécanique, en trait interrompu)

$F_N = K_{IN} / \sigma_0 \sqrt{a}$ facteur d'intensité adimensionnel non linéaire (obtenu en tenant compte de la non linéarité de contact, en trait plein).

$$K_I^2 = \frac{EJ}{(1 - \nu^2)}$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Formule empirique du facteur d'intensité des contraintes sous tension radiale externe

$$W = r_2 - r_1$$

$$K_{I0} = P\sqrt{\pi a} \bullet \frac{\frac{C_1}{(\ln b)^{0,2}} + \frac{C_2}{\ln b}}{\sqrt{1 - 1/b}} \qquad 0,01 \leq \frac{a}{W} < 0,8 \quad et \quad 1,5 \leq b \leq 3,0$$

$$C_1 = 2,397 - 2,705\left(\frac{a}{W}\right)^{0,5} + 0,884\left(\frac{a}{W}\right)^{2}$$

$$C_2 = -0,244 + 1,447\left(\frac{a}{W}\right)^{0,5} + 0,809\left(\frac{a}{W}\right)^{2}$$

Formule empirique du facteur d'intensité des contraintes en autofrettage en pleine section

$$K_{Ia} = \sigma_0\sqrt{\pi a} \bullet \frac{C_1 + C_2(\ln b)^{0,75}}{\left(1,8 + \frac{1}{b^4}\right)^{2}} \qquad 0,01 \leq \frac{a}{W} < 0,8 \quad et \quad 1,5 \leq b \leq 3,0$$

$$C_1 = \frac{\left(30,221 - 57,714\left(\frac{a}{W}\right)^{0,05} + 29,954\left(\frac{a}{W}\right)^{0,15} - 2,444\left(\frac{a}{W}\right)^{1,5}\right)}{\sqrt{1 + \left(\frac{a}{W}\right)^{0,25}}}$$

$$C_2 = \frac{\left(-51,522 + 111,027\left(\frac{a}{W}\right)^{0,05} - 63,244\left(\frac{a}{W}\right)^{0,15} + 3,631\left(\frac{a}{W}\right)^{1,5}\right)}{\sqrt{1 - \left(\frac{a}{W}\right)^{0,25}}}$$

2.3 Références bibliographiques

1) H.M. SHU , J. PETIT et G. BEZINE : Stress intensity factors for radial cracks in thick walled cylinders. I. Symmetrical cracks II. Combination of autofrettage and internal pressure. Engng.Fract.Mechs., 49, n°4, 611-629, 1994.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

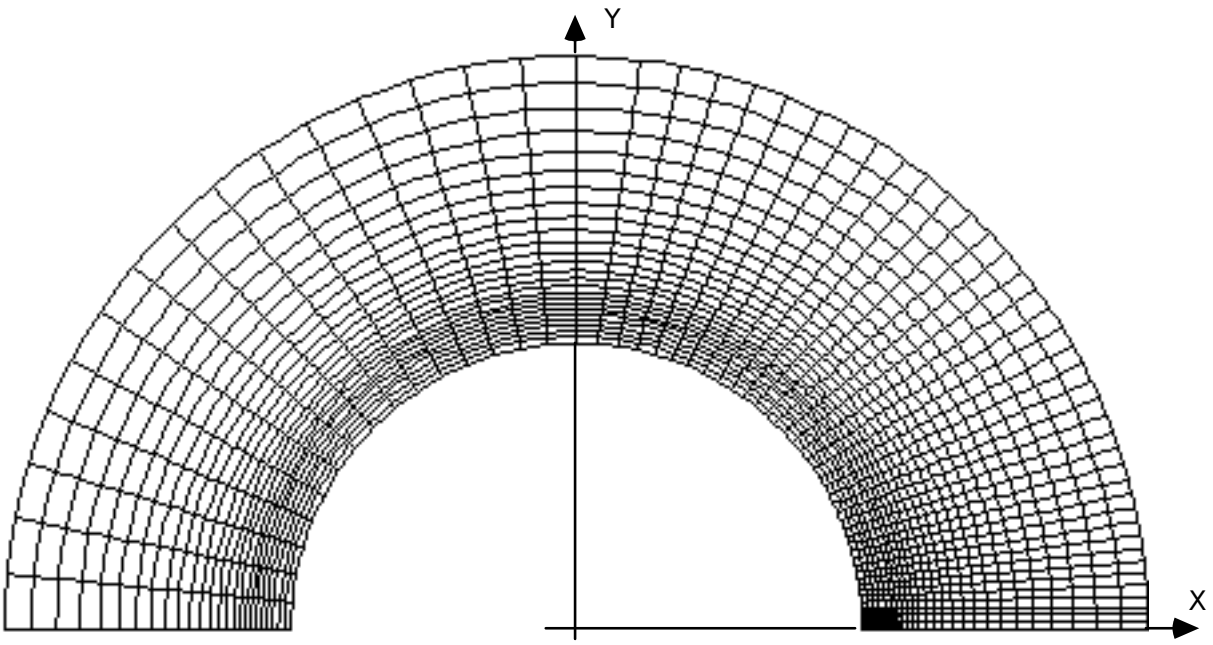
Le modèle est constitué de quadrangles à 8 nœuds et de triangles à 6 nœuds.
Il comporte 4877 nœuds et 1598 éléments.

3.2 Caractéristiques du maillage

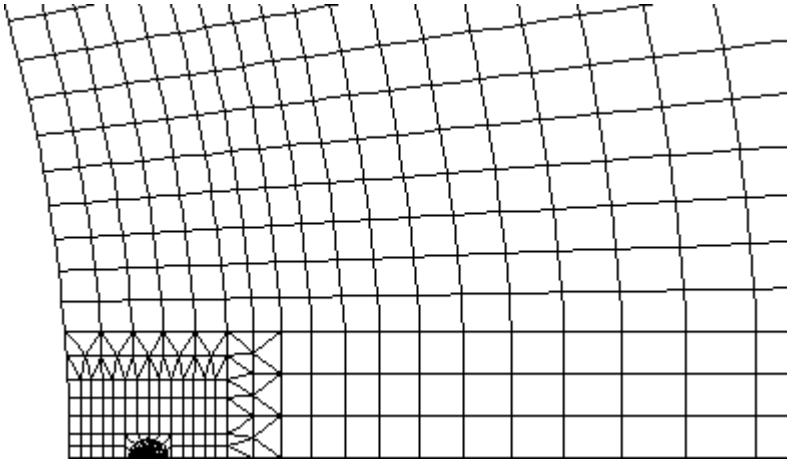
Utilisation de la procédure FISS2D_V1.

Les paramètres topologiques concernant le raffinement autour du fond de fissure sont :

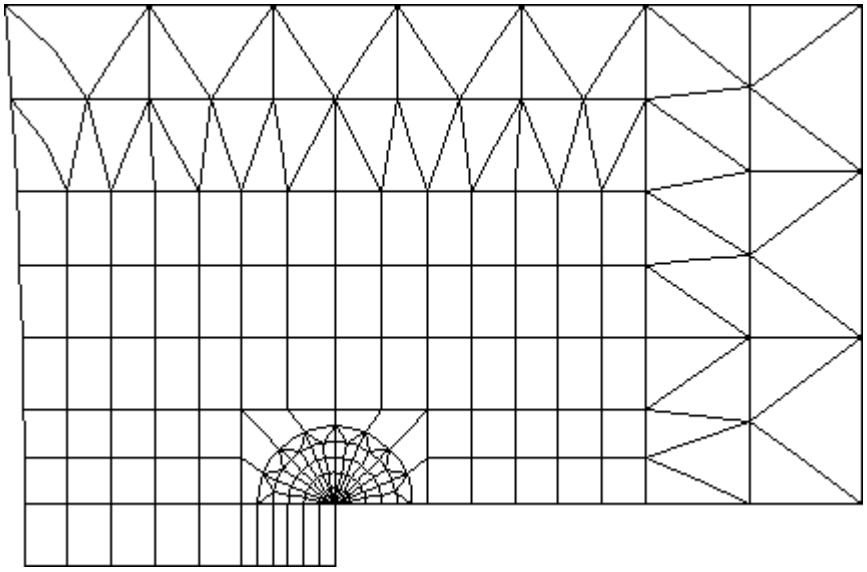
- $nc=4$ (nombre de couronnes)
- $ns=8$ (nombre de secteurs)
- $nbcour=1$ (nombre de couronnes de déraffinement)



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)



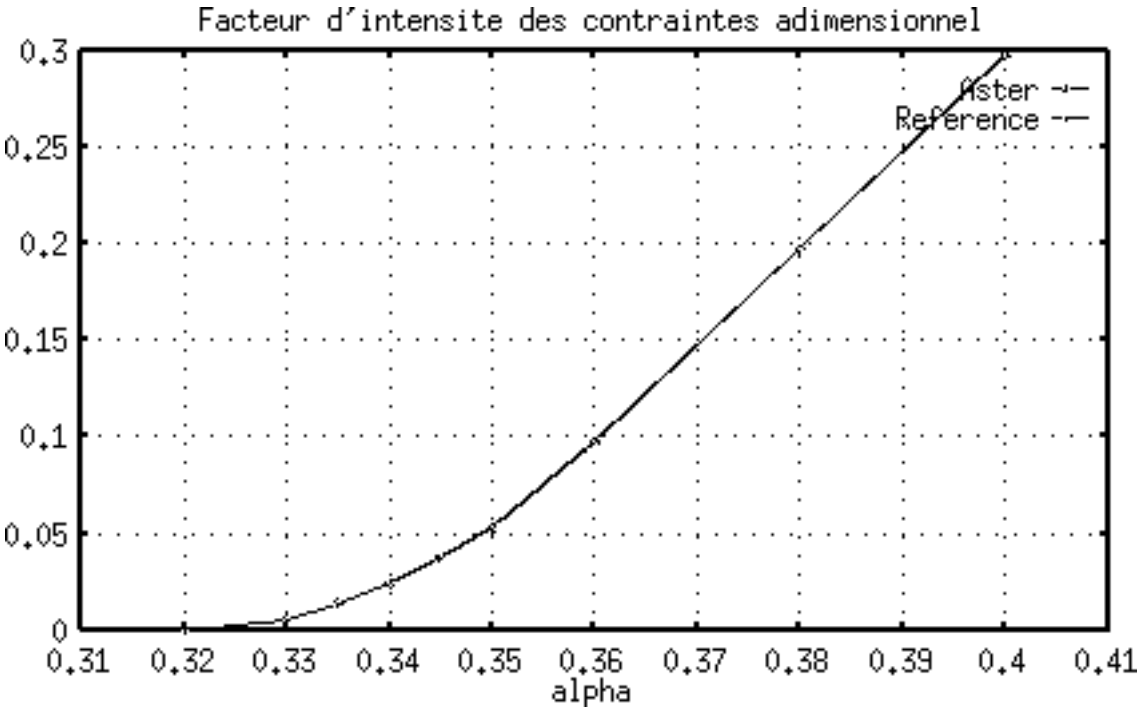
Zoom de la zone fissurée



Zoom de la zone fissurée avec "bloc de contact"

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3.3 Grandeurs testées et résultats



Identification	Référence	Type de référence	Tolérance
K_I, chargement n°1, couronne 0, contact négligé	1,1482	'SOURCE_EXTERNE'	2,0%
K_I, chargement n°1, couronne 1, contact négligé	1,1482	'SOURCE_EXTERNE'	2,0%
K_I, chargement n°1, couronne 2, contact négligé	1,1482	'SOURCE_EXTERNE'	2,0%
K_I, chargement n°1, couronne 3, contact négligé	1,1482	'SOURCE_EXTERNE'	2,0%

Identification	Référence	Type de référence	Tolérance
K_I, chargement n°2, couronne 0, contact négligé	0,41237	'SOURCE_EXTERNE'	7,0%
K_I, chargement n°2, couronne 1, contact négligé	0,41237	'SOURCE_EXTERNE'	7,0%
K_I, chargement n°2, couronne 2, contact négligé	0,41237	'SOURCE_EXTERNE'	7,0%
K_I, chargement n°2, couronne 3, contact négligé	0,41237	'SOURCE_EXTERNE'	7,0%

Identification	Référence	Type de référence	Tolérance
K_I, chargement n°3, contact, $\alpha = 0,33$, couronne 0	1,2075E-3	'SOURCE_EXTERNE'	6,0%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

K_I, chargement n°3, contact, $\alpha=0,335$, couronne 0	3,0187E-3	'SOURCE_EXTERNE'	2,5%
K_I, chargement n°3, contact, $\alpha=0,34$, couronne 0	5,4336E-3	'SOURCE_EXTERNE'	1,0%
K_I, chargement n°3, contact, $\alpha=0,345$, couronne 0	8,5865E-3	'SOURCE_EXTERNE'	4,0%
K_I, chargement n°3, contact, $\alpha=0,35$, couronne 0	1,2075E-2	'SOURCE_EXTERNE'	4,0%
K_I, chargement n°3, contact, $\alpha=0,36$, couronne 0	2,1757E-2	'SOURCE_EXTERNE'	1,0%
K_I, chargement n°3, contact, $\alpha=0,40$, couronne 0	6,6478E-2	'SOURCE_EXTERNE'	1,0%

Identification	Référence	Type de référence	Tolérance
K_I, chargement n°3, contact, α= 0,33, couronne 1	1,2075E-3	'SOURCE_EXTERNE'	2,0%
K_I, chargement n°3, contact, α= 0,335, couronne 1	3,0187E-3	'SOURCE_EXTERNE'	2,0%
K_I, chargement n°3, contact, α= 0,34, couronne 1	5,4336E-3	'SOURCE_EXTERNE'	1,0%
K_I, chargement n°3, contact, α= 0,345, couronne 1	8,5865E-3	'SOURCE_EXTERNE'	4,0%
K_I, chargement n°3, contact, α= 0,35, couronne 1	1,2075E-2	'SOURCE_EXTERNE'	4,0%
K_I, chargement n°3, contact, α= 0,36, couronne 1	2,1757E-2	'SOURCE_EXTERNE'	1,0%
K_I, chargement n°3, contact, α= 0,40, couronne 1	6,6478E-2	'SOURCE_EXTERNE'	1,0%

Identification	Référence	Type de référence	Tolérance
K_I, chargement n°3, contact, α= 0,33, couronne 2	1,2075E-3	'SOURCE_EXTERNE'	4,5%
K_I, chargement n°3, contact, α= 0,335, couronne 2	3,0187E-3	'SOURCE_EXTERNE'	2,0%
K_I, chargement n°3, contact, α= 0,34, couronne 2	5,4336E-3	'SOURCE_EXTERNE'	1,0%
K_I, chargement n°3, contact, α= 0,345 , couronne 2	8,5865E-3	'SOURCE_EXTERNE'	4,0%
K_I, chargement n°3, contact, α= 0,35, couronne 2	1,2075E-2	'SOURCE_EXTERNE'	4,0%
K_I, chargement n°3, contact, α= 0,36, couronne 2	2,1757E-2	'SOURCE_EXTERNE'	1,0%
K_I, chargement n°3, contact, α= 0,40, couronne 2	6,6478E-2	'SOURCE_EXTERNE'	1,0%

Identification	Référence	Type de référence	Tolérance
K_I, chargement n°3, contact, $\alpha=0,335$, couronne 3	3,0187E-3	'SOURCE_EXTERNE'	3,0%
K_I, chargement n°3, contact, $\alpha=0,34$, couronne 3	5,4336E-3	'SOURCE_EXTERNE'	1,0%
K_I, chargement n°3, contact, $\alpha=0,345$, couronne 3	8,5865E-3	'SOURCE_EXTERNE'	4,0%
K_I, chargement n°3, contact, $\alpha=0,35$, couronne 3	1,2075E-3	'SOURCE_EXTERNE'	4,0%
K_I, chargement n°3, contact, $\alpha=0,36$, couronne 3	2,1757E-2	'SOURCE_EXTERNE'	1,0%
K_I, chargement n°3, contact, $\alpha=0,40$, couronne 3	6,6478E-2	'SOURCE_EXTERNE'	1,0%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3.4 Remarques

Les tableaux ci-dessous donnent le taux de restitution d'énergie G pour deux valeurs du coefficient α qui correspondent au non décollement de la lèvre de la fissure. (Il y a décollement de la lèvre pour $\alpha > 0,32$).

Identification	Référence	G ASTER
G , chargement n°3, contact, $\alpha=0,30$, couronne 0	0	8,7941 10^{16}
G , chargement n°3, contact, $\alpha=0,30$, couronne 1	0	4,4308 10^{15}
G , chargement n°3, contact, $\alpha=0,30$, couronne 2	0	3,3312 10^{15}
G , chargement n°3, contact, $\alpha=0,30$, couronne 3	0	4,4794 10^{13}

Identification	Référence	G ASTER
G , chargement n°3, contact, $\alpha=0,32$, couronne 0	0	1,17E-14
G , chargement n°3, contact, $\alpha=0,32$, couronne 1	0	3,26E-16
G , chargement n°3, contact, $\alpha=0,32$, couronne 2	0	1,02E-15
G , chargement n°3, contact, $\alpha=0,32$, couronne 3	0	4,23E-13

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

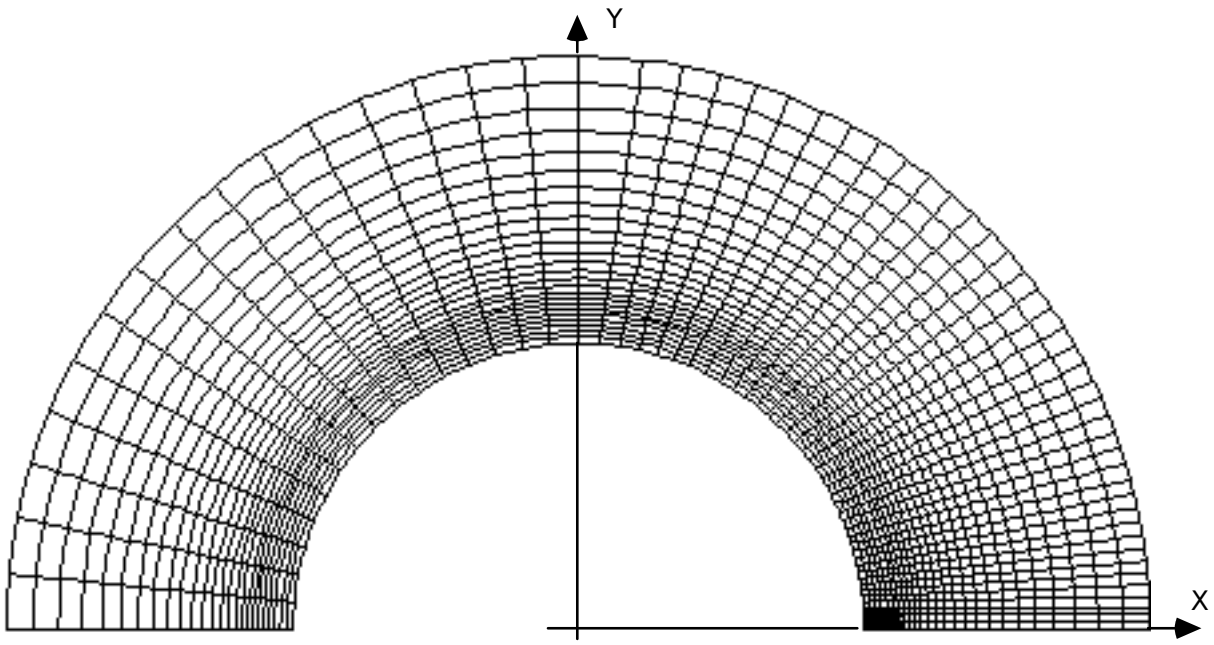
Le modèle est constitué de quadrangles à 8 nœuds et de triangles à 6 nœuds.
Il comporte 4877 nœuds et 1598 éléments.

4.2 Caractéristiques du maillage

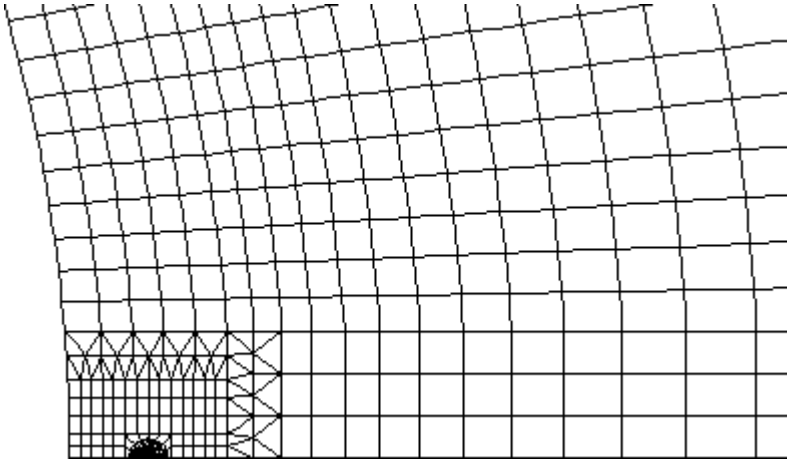
Utilisation de la procédure FISS2D_V1.

Les paramètres topologiques concernant le raffinement autour du fond de fissure sont :

- $nc=4$ (nombre de couronnes)
- $ns=8$ (nombre de secteurs)
- $nbcour=1$ (nombre de couronnes de déraffinement)

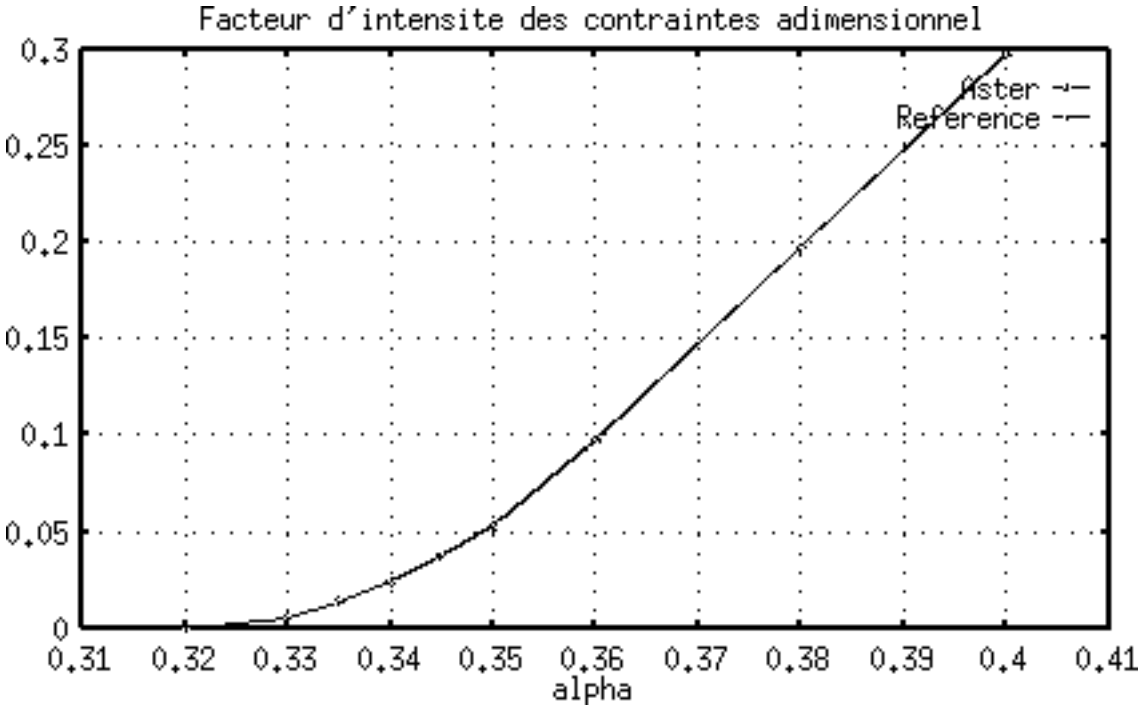


Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)



Zoom de la zone fissurée

4.3 Grandeurs testées et résultats



Identification	Référence	Type de référence	Tolérance
K_I, chargement n°1, couronne 0, contact négligé	1,1482	'SOURCE_EXTERNE'	2,0%
K_I, chargement n°1, couronne 1, contact négligé	1,1482	'SOURCE_EXTERNE'	2,0%
K_I, chargement n°1, couronne 2, contact négligé	1,1482	'SOURCE_EXTERNE'	2,0%
K_I, chargement n°1, couronne 3, contact négligé	1,1482	'SOURCE_EXTERNE'	2,0%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Identification	Référence	Type de référence	Tolérance
K_I, chargement n°2, couronne 0, contact négligé	0,41237	'SOURCE_EXTERNE'	7,0%
K_I, chargement n°2, couronne 1, contact négligé	0,41237	'SOURCE_EXTERNE'	7,0%
K_I, chargement n°2, couronne 2, contact négligé	0,41237	'SOURCE_EXTERNE'	7,0%
K_I, chargement n°2, couronne 3, contact négligé	0,41237	'SOURCE_EXTERNE'	7,0%

Identification	Référence	Type de référence	Tolérance
K_I, chargement n°3, contact, $\alpha=0,33$, couronne 0	1,2075E-3	'SOURCE_EXTERNE'	4,5%
K_I, chargement n°3, contact, $\alpha=0,335$, couronne 0	3,0187E-3	'SOURCE_EXTERNE'	3,0%
K_I, chargement n°3, contact, $\alpha=0,34$, couronne 0	5,4336E-3	'SOURCE_EXTERNE'	1,0%
K_I, chargement n°3, contact, $\alpha=0,345$, couronne 0	8,5865E-3	'SOURCE_EXTERNE'	4,0%
K_I, chargement n°3, contact, $\alpha=0,35$, couronne 0	1,2075E-2	'SOURCE_EXTERNE'	4,0%
K_I, chargement n°3, contact, $\alpha=0,36$, couronne 0	2,1757E-2	'SOURCE_EXTERNE'	1,0%
K_I, chargement n°3, contact, $\alpha=0,40$, couronne 0	6,6478E-2	'SOURCE_EXTERNE'	1,0%

Identification	Référence	Type de référence	Tolérance
K_I, chargement n°3, contact, α= 0,33, couronne 1	1,2075E-3	'SOURCE_EXTERNE'	4,5%
K_I, chargement n°3, contact, α= 0,335, couronne 1	3,0187E-3	'SOURCE_EXTERNE'	3,0%
K_I, chargement n°3, contact, α= 0,34, couronne 1	5,4336E-3	'SOURCE_EXTERNE'	1,0%
K_I, chargement n°3, contact, α= 0,345, couronne 1	8,5865E-3	'SOURCE_EXTERNE'	4,0%
K_I, chargement n°3, contact, α= 0,35, couronne 1	1,2075E-2	'SOURCE_EXTERNE'	4,0%
K_I, chargement n°3, contact, α= 0,36, couronne 1	2,1757E-2	'SOURCE_EXTERNE'	1,0%
K_I, chargement n°3, contact, α= 0,40, couronne 1	6,6478E-2	'SOURCE_EXTERNE'	1,0%

Identification	Référence	Type de référence	Tolérance
K_I, chargement n°3, contact, α= 0,33, couronne 2	1,2075E-3	'SOURCE_EXTERNE'	4,5%
K_I, chargement n°3, contact, α= 0,335, couronne 2	3,0187E-3	'SOURCE_EXTERNE'	3,0%
K_I, chargement n°3, contact, α= 0,34, couronne 2	5,4336E-3	'SOURCE_EXTERNE'	1,0%
K_I, chargement n°3, contact, α= 0,345 , couronne 2	8,5865E-3	'SOURCE_EXTERNE'	4,0%
K_I, chargement n°3, contact, α= 0,35, couronne 2	1,2075E-2	'SOURCE_EXTERNE'	4,0%
K_I, chargement n°3, contact, α= 0,36, couronne 2	2,1757E-2	'SOURCE_EXTERNE'	1,0%
K_I, chargement n°3, contact, α= 0,40, couronne 2	6,6478E-2	'SOURCE_EXTERNE'	1,0%

Identification	Référence	Type de référence	Tolérance

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

K_I, chargement n°3, contact, couronne 3	$\alpha=0,335$,	3,0187E-3	'SOURCE_EXTERNE'	3,0%
K_I, chargement n°3, contact, couronne 3	$\alpha=0,34$,	5,4336E-3	'SOURCE_EXTERNE'	1,0%
K_I, chargement n°3, contact, couronne 3	$\alpha=0,345$,	8,5865E-3	'SOURCE_EXTERNE'	4,0%
K_I, chargement n°3, contact, couronne 3	$\alpha=0,35$,	1,2075E-3	'SOURCE_EXTERNE'	4,0%
K_I, chargement n°3, contact, couronne 3	$\alpha=0,36$,	2,1757E-2	'SOURCE_EXTERNE'	1,0%
K_I, chargement n°3, contact, couronne 3	$\alpha=0,40$,	6,6478E-2	'SOURCE_EXTERNE'	1,0%

4.4 Remarques

Les tableaux ci-dessous donnent le taux de restitution d'énergie G pour deux valeurs du coefficient α qui correspondent au non décollement de la lèvre de la fissure. (Il y a décollement de la lèvre pour $\alpha>0,32$).

Identification	Référence	G ASTER
G, chargement n°3, contact, $\alpha=0,30$, couronne 0	0	8,7941 10^{16}
G, chargement n°3, contact, $\alpha=0,30$, couronne 1	0	4,4308 10^{15}
G, chargement n°3, contact, $\alpha=0,30$, couronne 2	0	3,3312 10^{15}
G, chargement n°3, contact, $\alpha=0,30$, couronne 3	0	4,4794 10^{13}

Identification	Référence	G ASTER
G, chargement n°3, contact, $\alpha=0,32$, couronne 0	0	1,17E-14
G, chargement n°3, contact, $\alpha=0,32$, couronne 1	0	3,26E-16
G, chargement n°3, contact, $\alpha=0,32$, couronne 2	0	1,02E-15
G, chargement n°3, contact, $\alpha=0,32$, couronne 3	0	4,23E-13

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Synthèse des résultats

Le calcul de G est correct dans tous les cas, y compris pour une fissure complètement fermée. Les modélisations avec bloc de contact et liaison unilatérale donnent des résultats similaires.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)