HPLA310 - Biblio_49 Fissure radiale externe dans un barreau circulaire soumis à un choc thermique

Résumé :

Ce test est issu de la validation indépendante de la version 3 en mécanique de la rupture.

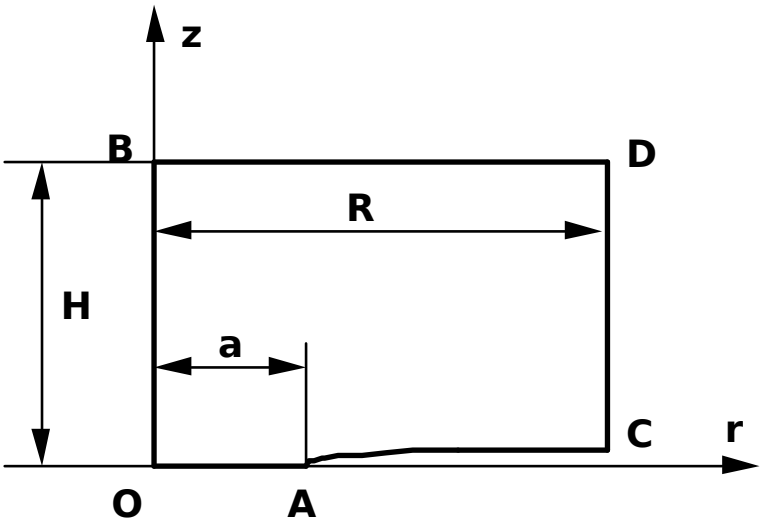
Il s'agit d'un test statique de base en axisymétrique sous chargement thermique instationnaire. Le comportement de la structure est thermoélastique linéaire isotrope.

Il comprend une seule modélisation axisymétrique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



Fissure annulaire externe dans un barreau cylindrique semi-infini

On prendra $a/R=0,5$ et $H/R\geq 5$.

$a=1\,m$
$R=2\,m$
$H=10\,m$

1.2 Propriétés du matériau

Le matériau est thermoélastique linéaire isotrope.

Module d'Young	$E=2\text{E}11\,Pa$
Coefficient de Poisson	$\nu=0,3$
Coefficient de dilatation linéaire	$\alpha=1\text{E-}5\,C°^{-1}$
Conductivité thermique	$\lambda=50\,W/m.C°$
Diffusivité thermique	$\kappa=\lambda/\rho C_p=0,5\,m^2/s$
Coefficient d'échange thermique	$h=250\,W/m^2C°$

On choisira h tel que $Bi=hR/\lambda=10.$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1.3 Conditions aux limites et chargement

Conditions aux limites mécaniques

$UX=U_r=0$ sur l'axe de révolution $r=0$
$UY=U_z=0$ sur le ligament $0\leq r\leq a$

Force axiale résultante nulle au bord supérieur ; on traduira cette condition à la limite par un ensemble de $(n-1)$ relations linéaires $UY(1)=UY(2)=...=UY(n)$ entre les déplacements longitudinaux des n nœuds du bord supérieur (dilatation axiale libre, conservation de la planéité de la section transversale du barreau).

Conditions de contact unilatéral sur la lèvre de la fissure afin de gérer la fermeture de celle-ci.

Conditions aux limites thermiques

Flux thermique nul sur l'axe de révolution AB (par symétrie)
Flux thermique nul sur le ligament OA (par symétrie) et sur la fissure AC.
Flux de convection $\frac{\partial T}{\partial r}=h(T_{ext}-T)$ au bord $r=R$, T_{ext} désignant la température du milieu extérieur.

Chargement thermique

La température du milieu extérieur subit un échelon instantané $T_{ext}=T0*H(t)$ où $H(t)$ est la fonction échelon-unité de Heaviside. Compte tenu des conditions aux limites la température ne varie pas en fonction de z. On prendra $T_0=100\,°C$ afin d'obtenir la fermeture de la lèvre, au voisinage de la peau de la pièce, au début du choc thermique.

1.4 Conditions initiales

Conditions initiales mécaniques

Déplacements, déformations et contraintes nuls en tous points.

Conditions initiales thermiques

Température initiale nulle en tout point.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Champ de température : calcul analytique exact.

Calcul thermomécanique : champ de contraintes thermoélastique dans le barreau non fissuré donné par une expression analytique exacte

déplacement des lèvres de la fissure calculé à partir de fonctions d'influence déterminées numériquement par éléments finis

facteur d'intensité des contraintes calculé à partir des tensions de surface libérées le long de la fissure, en utilisant des fonctions poids du solide illimité pour une répartition de pression sur les lèvres constante par intervalle le long du rayon.

2.2 Résultats de référence

Nombre de Fourier: $Fo=\frac{\kappa t}{R^2}$ (temps adimensionnel)

Nombre de Biot : $Bi=\frac{hR}{\lambda}$ (coefficient d'échange sans dimension)

Expression de la température en fonction de r et de t :

$$T=T_0\left[1-2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{BiJ_0(\mu_n r/R)}{(\mu_n^2+Bi^2)J_0(\mu_n)}\bullet\exp(-\mu_n^2 Fo)\right]$$

où

$$BiJ_0(\mu_n)=\mu_n J_1(\mu_n)$$

les valeurs propres μ_n sont les solutions de l'équation ci-dessus dans laquelle J_0 et J_1 sont les fonctions de Bessel de première espèce d'ordre 0 et 1.

Les tableaux ci-dessous résument les valeurs des températures ($°C$) pour trois rayons particuliers et pour trois nombres de Fourier :

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$F0=0,001$

	Réf. (10000 termes)
$r=0$	3,9968E-12
$r=1$	2,2204E-13
$r=2$	2,79689E+1

$F0=0,4$

	Réf. (900 termes)
$r=0$	1,6230E-1
$r=1$	6,2391E+0
$r=2$	7,7365E+1

$F0=1$

	Réf. (900 termes)
$r=0$	9,8644E+1
$r=1$	9,9018E+1
$r=2$	9,9835E+1

Expression de la contrainte axiale dans le barreau non fissuré en fonction de r et de t :

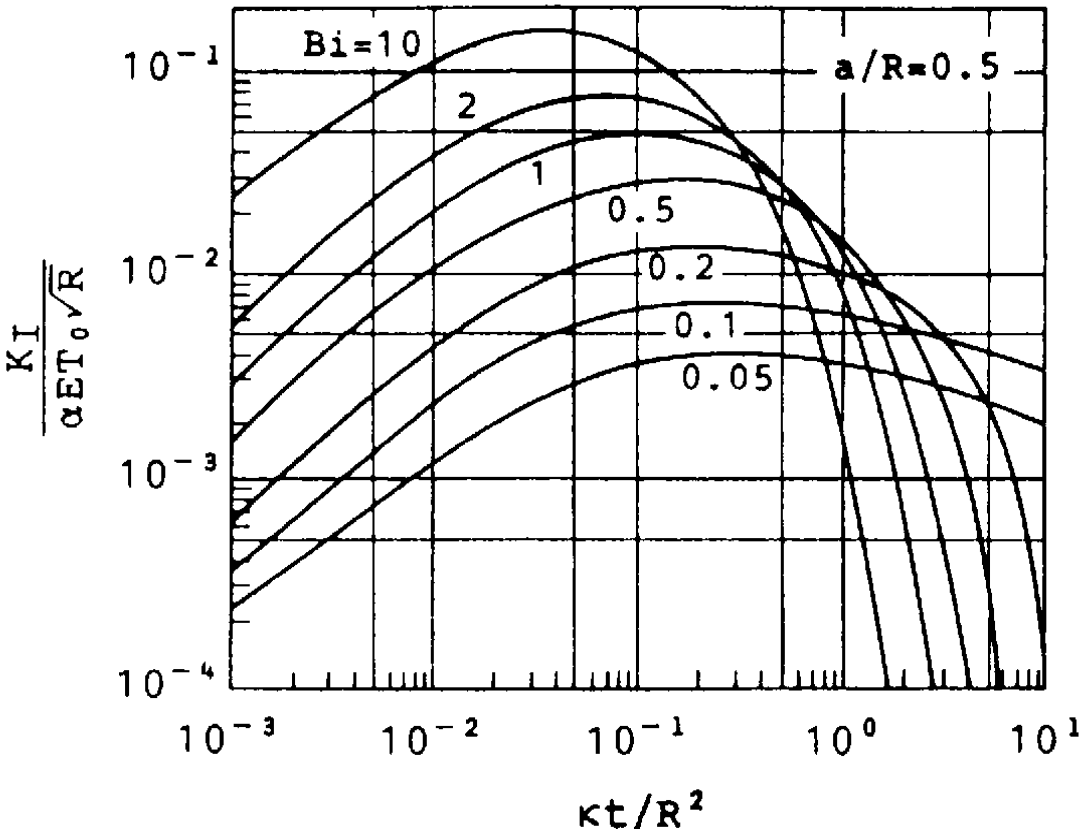
$$\sigma_{zz}=\frac{2\alpha E T_0}{(1-\nu)}\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{Bi}{\left(\mu_n^2+Bi^2\right)J_0\left(\mu_n\right)}\exp\left(-\mu_n^2 Fo\right)\left(J_0\left(\mu_n\frac{r}{R}\right)-\frac{2Bi}{\mu_n^2}J_0\left(\mu_n\right)\right)\right]$$

Le tableau ci-dessous résume les valeurs des contraintes $\sigma_{zz}(Pa)$ pour $r=a$ (fond de fissure) et pour trois nombres de Fourier :

	Réf. (900 termes)
$F0=0,001$	4,584029E+6
$F0=0,4$	6,397099E+7
$F0=1$	8,200300E+5

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Facteur d'intensité des contraintes (adimensionnel) en fonction du nombre de Fourier



2.3 Incertitude sur la solution

Inférieure à $5\,\%$.

2.4 Références bibliographiques

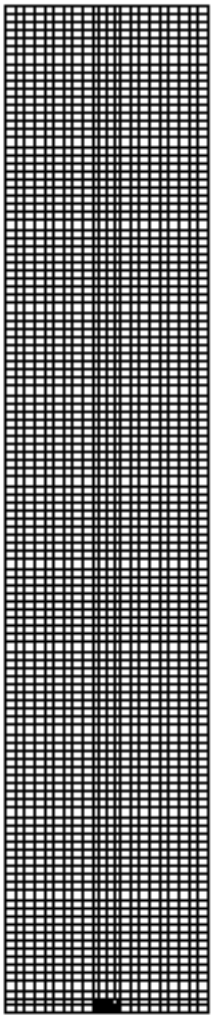
1.J.M. ZHOU, T. TAKASE et Y. IMAI : Opening and closing behavior of an external circular crack due to axisymmetrical heating. Engng.Fract.Mechs., 47, n°4, 559-568, 1994.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

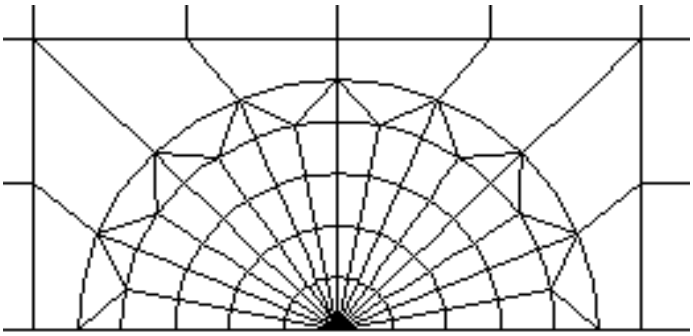
3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Le calcul thermique instationnaire précède le calcul mécanique. Les deux calculs se font à l'aide du même maillage pour éviter les phénomènes de lissage.



Maillage complet



Zoom sur la pointe de fissure

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage est constitué de 8651 nœuds et 2772 éléments, dont 2732 éléments QUA8 et 40 éléments TRI6.

La densité radiale du maillage est déterminée par essais successifs de façon à réduire à 1% l'écart entre la solution théorique et la solution numérique, tant du point de vue thermique que thermomécanique, dans le cas du barreau non fissuré.

La hauteur du demi-modèle est fixée arbitrairement à 5 fois le rayon R. On suppose a priori que l'effet de la limitation de taille du maillage dans la direction Z sur le facteur d'intensité des contraintes est inférieur à 1%.

Un bloc indéformable, situé sous la lèvre, a été maillé afin de gérer le contact sans frottement induit par la fermeture de la lèvre.

3.3 Valeurs testées et résultats de la modélisation A

Identification	Référence	*Aster*	% différence
$G(Fo=0,001)(J.m^2)$	2,3E+2	2,9449E+2	30
$K_I(Fo=0,001)(Pa.m^{0,5})$	7,0E+6	8,0438E6*	14
$G(Fo=0,04)(J.m^2)$	1,0E+4	1,25016E+4	19
$K_I(Fo=0,04)(Pa.m^{0,5})$	4,8E+7	5,24175E7*	9
$G(Fo=1)(J.m^2)$	1,0	1,2104864	15
$K_I(Fo=1)(Pa.m^{0,5})$	4,8E+5	5,1579E+5*	7

* Valeurs obtenues avec la formule d'IRWIN en déformations planes, en supposant que $K_{II}=0$, et en prenant le G calculé par ASTER, qui ne permet pas le calcul automatique de K_I en axisymétrique.

3.4 Remarques

Pour calculer G_{ref}, on utilise les formules d'IRWIN en déformations planes :

$$G_{ref}=\frac{1-\nu^2}{E}(K_I^2+K_{II}^2),\ K_{II}=0$$

L'écart maximum relevé est de 30% sur G ($Fo=1$), de $14\ \%$ sur K_I ($Fo=1$).

L'écart relatif maximum sur la température en fond de fissure, par rapport à la solution analytique (sommée sur 900 termes), est inférieur a 1%.

L'écart relatif maximum sur σ_{zz} dans le barreau avant fissuration, par rapport à la solution analytique sommée sur 900 termes, à l'emplacement du fond de fissure ultérieur, est inférieur à $0,5\ \%$.

Avec ASTER, en mode axisymétrique, le champ de contrainte obtenu est de la forme suivante :

SIXX SIYY SIZZ SIXY et les contraintes associées sont :

SIRR SIZZ SITT SIRZ

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Pour calculer les valeurs de référence, nous utilisons la courbe en $\log/\log$ (page 5). La précision à la lecture des valeurs n'étant pas très bonne, nous pouvons estimer que les résultats sur le taux de restitution d'énergie G ne sont pas trop éloignés de la référence.

Il est à noter que le taux de restitution d'énergie G est invariable sur les couronnes de calcul.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Synthèse des résultats

En ce qui concerne le barreau non fissuré, les résultats *Aster* en température et en contrainte sont très proches de la référence (moins de $1\,\%$ maximum pour la température et moins de $0{,}5\,\%$ maximum pour les contraintes). En revanche, pour le taux de restitution d'énergie, les résultats *Aster* sont éloignés de la référence puisque nous relevons un écart maximum de 30% pour $Fo=0{,}001$, avec une précision annoncée de 5% sur la solution de référence.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)