SSNS107 – Cylindre avec armatures sous pression

Résumé :

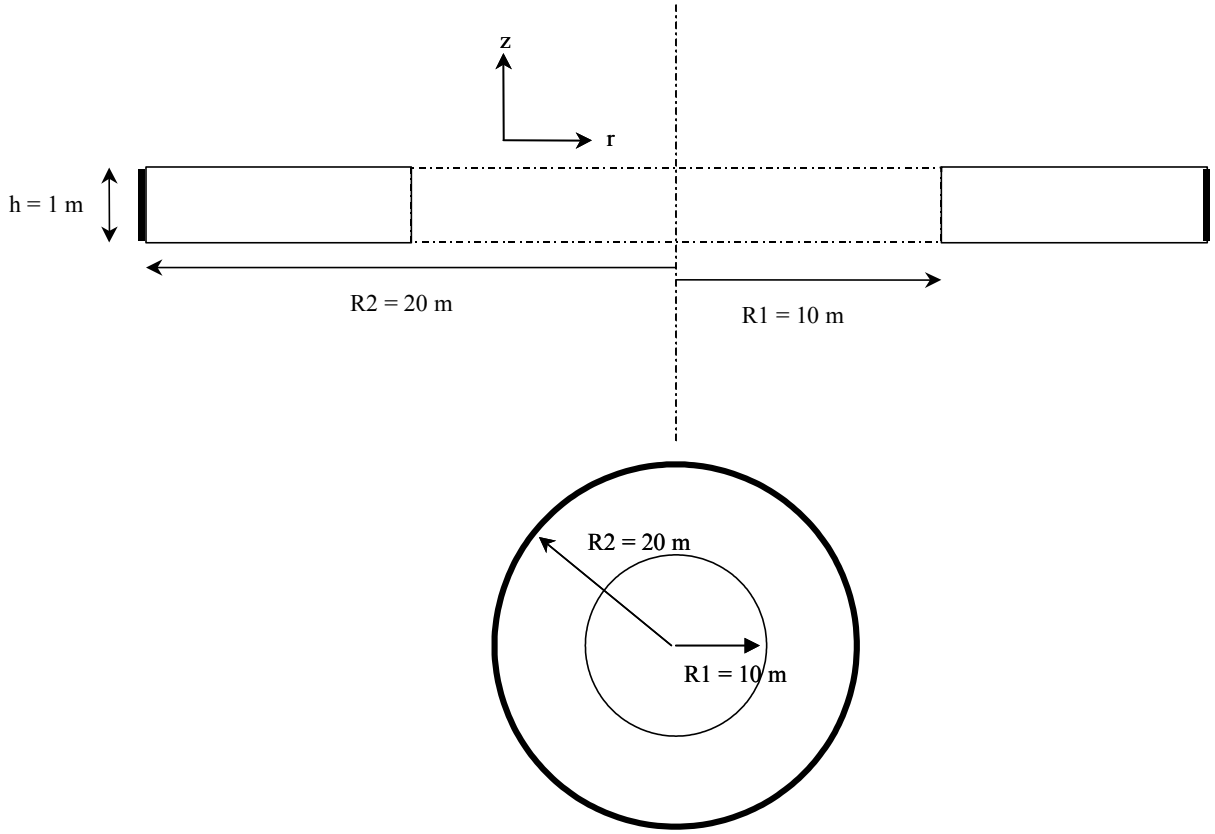
On considère un cylindre avec armatures sous pression. Plus exactement, un cylindre creux, 3D, est complété sur sa face externe par une armature circonférentielle (peau 2D). Cette structure est chargée par une pression interne. Le calcul est élastique linéaire.
La simulation est comparée à une solution analytique afin de valider les modélisations d'armatures de type GRILLE_MEMBRANE sur une structure.

Toutes les valeurs numériques sont données en unité SI.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



Le cylindre a un rayon intérieur $R_1=10\,m$, un rayon extérieur $R_2=20\,m$, une hauteur $h=1\,m$. L'armature circonférentielle a une section par unité de longueur de $e=1\,m^2/ml$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1.2 Propriétés des matériaux

Les caractéristiques matériaux du béton (cylindre creux) sont $E=2\mathrm{E}{+}10\,Pa$ et $\nu=0.2$; celles de l'acier (armature circonférentielle) $E=2\mathrm{E}{+}11\,Pa$, $\nu=0$, $E_t=2.\mathrm{E}+09$ (module tangent), $\sigma_y=2.\mathrm{E}+11\,Pa$ (contrainte de plasticité très grande pour rester dans le domaine élastique).

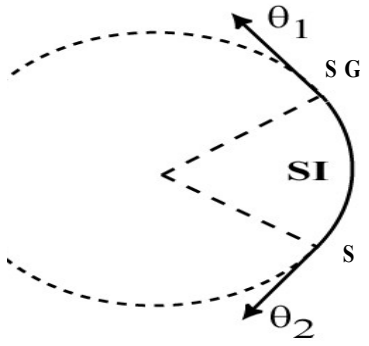
La nappe d'armature a sa direction principale verticale et une section par mètre linéaire de $1\,m$.

1.3 Conditions aux limites et chargement

On ne s'intéresse qu'à une section angulaire du cylindre.

On impose les conditions suivantes :

1) un déplacement normal nul sur les faces latérales de la section angulaire de cylindre (SG et SD sur la figure schématique) (déplacement ortho-radial nul)
2) un déplacement vertical nul sur la face basse de la section du cylindre (appui simple)
3) une pression imposée de $10^6\,Pa$ sur la face interne de la section du cylindre (SI) sur la figure schématique) (pression interne)



Désignation schématique des surfaces du cylindre

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solutions de référence

Pour la solution sans armature, et vues les symétries du problème, le déplacement peut s'écrire sous la forme :

$$U(r,z)=g(r)u_r+h(z)u_z$$

Avec :

$$g(r)=(a+3b)\frac{r}{2}+\frac{c}{r}$$
$$h(z)=-az$$

$$\varepsilon_{rr}(r)=\frac{1}{2}(a+3b)-\frac{c}{r^2}$$
$$\varepsilon_{\theta\theta}(r)=\frac{1}{2}(a+3b)+\frac{c}{r^2}$$
$$\varepsilon_{zz}(r)=-a$$

$$\sigma_{rr}(r)=A-2\mu\frac{c}{r^2}$$
$$\sigma_{\theta\theta}(r)=A+2\mu\frac{c}{r^2}$$
$$\sigma_{zz}(r)=B$$

Les conditions aux limites permettent alors d'expliciter les constantes :

$$\sigma_{rr}(R_1)=-P_1$$
$$\sigma_{rr}(R_2)=-P_2$$
$$\sigma_{zz}=0$$

avec R_2 le rayon au niveau de l'interface entre le béton et la nappe d'armatures circonférentielle.

$$A=\frac{P_1 R_1^2-P_2 R_2^2}{R_2^2-R_1^2}$$
$$B=0$$
$$2\mu c=R_1^2R_2^2\frac{P_1-P_2}{R_2^2-R_1^2}$$
$$b=\frac{2(P_1R_1^2-P_2R_2^2)}{3(3\lambda+2\mu)(R_2^2-R_1^2)}$$
$$a=\frac{\lambda(P_1R_1^2-P_2R_2^2)}{\mu(3\lambda+2\mu)(R_2^2-R_1^2)}$$

On donne ici la solution avec P_2 non nulle car cela sera utile dans la suite.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Dans le cas où il y a armature circonférentielle sur la face externe du cylindre, cette armature exerce une pression. Il faut donc déterminer cette pression (fonction du déplacement), puis appliquer les résultats précédents.

On applique la « formule des chaudronniers » (présence d'armatures):

$$P = \sigma_{\theta\theta}^{armature} \frac{e}{2R_2}$$

Pour relier la contrainte au déplacement solution, on passe par la déformation (la déformation des armatures étant la déformation du cylindre) :

$$P = \frac{E^{armature} e}{2R_2}\left[\frac{P_1 R_1^2 - P_2 R_2^2}{(3\lambda+2\mu)(R_2^2-R_1^2)}\left(\frac{\lambda}{2\mu}+1\right)+\frac{R_1^2}{R_2^2-R_1^2}\frac{P_1-P_2}{2\mu}\right]$$

En appliquant les résultats précédents avec $P_2 = P$, on obtient la solution cherchée.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

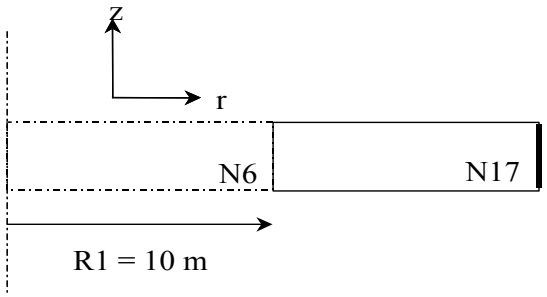
3 Modélisation A

La modélisation ne concerne qu'un secteur angulaire du cylindre, un élément dans la section, un élément dans la hauteur, 100 éléments entre R_1 et R_2
Dans cette modélisation, le repère local de l'armature circonférentielle est défini de quatre manières différentes dans AFFE_CARA_ELEM : VECT_1 / VECT_2 / ANGL_REP_1 et ANGL_REP_2 .

3.1 Valeurs testées

On teste les valeurs des déplacements radiaux des points situés sur la face intérieure du cylindre de béton ($N6$ sur la figure ci dessous) et sur la face extérieure du cylindre de béton ($N17$ sur la figure ci-dessous) et on compare à la solution analytique.

Le cylindre est maillé avec des éléments TRIA3.



Nœud	Référence
$N6$	6.76923E-04
$N17$	3.8462E-04

4 Modélisation B

La modélisation B est identique à la modélisation A. Seuls les éléments utilisés pour le maillage changent (QUAD4 au lieu de TRIA3)

Les résultats de la modélisation B sont les suivants :

Nœud	Référence
$N6$	6.76923E-04
$N17$	3.8462E-04

5 Modélisation C

La modélisation C est identique à la modélisation A. Seuls les éléments utilisés pour le maillage changent (éléments quadratiques au lieu de linéaires)

Les résultats de la modélisation C sont les suivants :

Nœud	Référence
$N6$	6.76923E-04
$N17$	3.8462E-04

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Modélisation D

La modélisation D est identique à la modélisation B. Seuls les éléments utilisés pour le maillage changent (éléments quadratiques au lieu de linéaires)

Les résultats de la modélisation D sont les suivants :

Nœud	Référence
N6	6.76923E-04
N17	3.8462E-04

7 Synthèse

Les différentes modélisations de ce cas test valident le comportement GRILLE_MEMBRANE pour une structure complète (cylindre avec armature)

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)