# SSNS106 – Dégradation d'une plaque en béton armé sous sollicitations variées avec les lois globales GLRC_DM et DHRC

**Résumé :**

Ce test valide le modèle d'endommagement de plaque en béton armé GLRC_DM (voir [R7.01.32]) et le modèle couplant endommagement et glissement interne acier-béton DHRC (voir [R7.01.37]) pour des chargements cycliques variés : traction/compression, flexion alternée, le cisaillement dans le plan, flexion anticlastique et leurs combinaisons. Les analyses sont faites en statique (STAT_NON_LINE). Les résultats sont comparés avec ceux d'une modélisation multi-couches, dans laquelle on représente les aciers des nappes d'armatures par l'élasticité et le béton par le modèle de comportement ENDO_ISOT_BETON (voir [R7.01.04]).

Ce test peut servir utilement de base de départ pour caler le paramétrage du modèle GLRC_DM dans les diverses situations de chargement susceptibles de se produire en pratique.

Pour compléter, on traite deux modélisations avec kit entre comportement GLRC_DM et comportement élastoplastique avec écrouissage isotrope, afin de représenter l'apparition de déformations résiduelles comme attendu dans la réalité.

La modélisation O teste la thermomécanique. Dans cette modélisation, on vérifie que les deux chargements de dilatation thermique (température homogène dans l'épaisseur et gradient de température constant dans l'épaisseur) conduisent au même état de contrainte que deux chargements mécaniques simples : extension selon $Ox$ et flexion autour de $Oy$.

Les modélisations H à J puis L et M correspondent aux modélisations A à E pour des niveaux de sollicitations plus élevés. Ils permettent ainsi de valider le modèle DHRC, avec une comparaison avec le modèle GLRC_DM. La modélisation N correspond à un cas de flexion anticlastique (correspondant au cisaillement dans le plan pour la flexion).

La modélisation S est en élasticité seule et permet de vérifier le comportement de l'élément COQUE_SOLIDE, en particulier en cisaillement.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# Table des matières

1 Problème de référence....5
1.1 Géométrie....5
1.2 Propriétés du matériau....5
1.3 Conditions aux limites et chargements....8
1.4 Conditions initiales....8
2 Solution de référence....9
2.1 Modèles....9
2.2 Propriétés des matériaux....9
3 Modélisation A....10
3.1 Caractéristiques de la modélisation....10
3.2 Caractéristiques du maillage....11
3.3 Valeurs testées et résultats pour la fonction de chargement f1....12
3.4 Valeurs testées et résultats pour la fonction de chargement f2....14
3.5 Remarques....16
4 Modélisation B....17
4.1 Caractéristiques de la modélisation....17
4.2 Caractéristiques du maillage....18
4.3 Solution analytique simple....18
4.4 Grandeurs testées et résultats pour la fonction de chargement f1....18
4.5 Grandeurs testées et résultats p our la fonction de chargement f2....20
4.6 Grandeurs testées et résultats pour la fonction de chargement f3....21
4.7 Remarques....22
5 Modélisation C....23
5.1 Caractéristiques de la modélisation....23
5.2 Caractéristiques du maillage....24
5.3 Grandeurs testées et résultats : premier chargement (même fonction de chargement pour membrane et flexion)....24
5.4 Grandeurs testées et résultats : deuxième chargement (membrane deux fois plus rapide que flexion)....29
5.5 Grandeurs testées et résultats : chargement élastique....33
6 Modélisation D....34
6.1 Caractéristiques de la modélisation....34
6.2 Caractéristiques du maillage....35
6.3 Grandeurs testées et résultats....35
6.4 Remarques....37
7 Modélisation E....38
7.1 Caractéristiques de la modélisation....38
7.2 Caractéristiques du maillage....39



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7.3 Grandeurs testées et résultats....39
8 Modélisation F....43
8.1 Caractéristiques de la modélisation....43
8.2 Caractéristiques du maillage....43
8.3 Grandeurs testées et résultats....44
9 Modélisation G....45
9.1 Caractéristiques de la modélisation....45
9.2 Caractéristiques du maillage....46
9.3 Grandeurs testées et résultats....46
10 Modélisation H....47
10.1 Caractéristiques de la modélisation....47
10.2 Caractéristiques du maillage....47
10.3 Modélisation DHRC....48
10.3.1 Identification des paramètres....48
10.3.2 Caractéristiques de la modélisation....48
10.4 Valeurs testées et résultats....49
10.5 Remarques....51
11 Modélisation I....52
11.1 Caractéristiques de la modélisation....52
11.2 Caractéristiques du maillage....52
11.3 Modélisation DHRC....52
11.3.1 Identification des paramètres....53
11.3.2 Caractéristiques de la modélisation....53
11.4 Valeurs testées et résultats....54
11.5 Remarques....57
12 Modélisation J....58
12.1 Caractéristiques de la modélisation....58
12.2 Caractéristiques du maillage....58
12.3 Modélisation DHRC....58
12.4 Valeurs testées et résultats....59
12.5 Remarques....62
13 Modélisation K....63
13.1 Caractéristiques de la modélisation....63
13.2 Caractéristiques du maillage....63
13.3 Valeurs testées et résultats....64
14 Modélisation L....65
14.1 Caractéristiques de la modélisation....65
14.2 Caractéristiques du maillage....66
14.3 Modélisation DHRC....66
14.4 Grandeurs testées et résultats....66



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

15 Modélisation M.....68
15.1 Caractéristiques de la modélisation.....68
15.2 Caractéristiques du maillage.....69
15.3 Grandeurs testées et résultats.....69
16 Modélisation N.....71
16.1 Caractéristiques de la modélisation.....71
16.2 Caractéristiques du maillage.....72
16.3 Grandeurs testées et résultats.....72
17 Modélisation O.....73
17.1 Caractéristiques de la modélisation.....73
17.2 Caractéristiques du maillage.....74
17.3 Valeurs testées et résultats p our le chargement 1.....74
17.4 Valeurs testées et résultats p our le chargement 2.....74
18 Synthèse des résultats.....75



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 1 Problème de référence

## 1.1 Géométrie

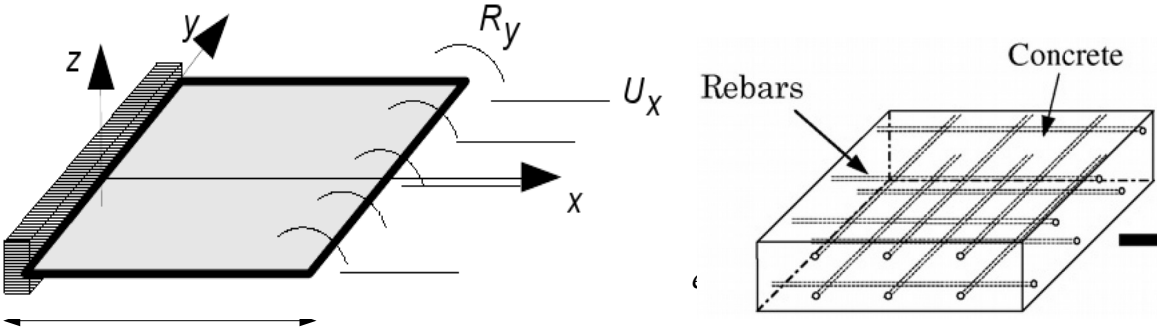



**Figure 1.1-a: géométrie de la plaque carrée en béton armé**

Longueur : $l = 1.0\,m$ ;
Épaisseur de la plaque : $e = 0.1\,m$ .
Diamètre des aciers : $0.01\,m$ .
Enrobage des nappes d'armature inférieure et supérieure des aciers selon l'axe $x$ : $0.01\,m$ .
Pour le modèle DHRC, où l'on représente exactement la section, les aciers selon l'axe $y$ ont un enrobage de $0.021\,m$ .

## 1.2 Propriétés du matériau

Tous les paramètres du modèle GLRC_DM, élastiques et non linéaires, sont identifiés à partir de tests correspondants dans les modélisations *A* et *B*, à l'exception du module de Young modifié dans le test *D* (cisaillement) afin de réduire l'erreur dans le domaine linéaire et ainsi mieux valider la partie endommagement. C'est-à-dire qu'on identifie :

| |
|---|
| Module de Young effectif de membrane $E_{éq}^{m}$ |
| Coefficient de Poisson effectif de flexion $\nu_m$ |
| Module de Young effectif de flexion $E_{éq}^{f}$ |
| Coefficient de Poisson effectif de membrane $\nu_f$ |
| Effort membranaire du seuil de fissuration en traction $N_D$ (noté $NYT_{GLRC}$ ) |
| Coefficient d'endommagement en traction $\gamma_{mt}$ |
| Coefficient d'endommagement en traction $\gamma_{mc}$ |
| Coefficient d'initiation d'endommagement en compression $\alpha_c$ |
| Moment fléchissant du seuil de fissuration en flexion ( $M_D$ noté $MYF_{GLRC}$ ) |
| Coefficient d'endommagement en flexion $\gamma_f$ |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Ces paramètres sont calculés à partir des caractéristiques des matériaux acier (modèle élastoplastique $E_a$, $\sigma_e^{acier}$, $E_{ecr}^{acier}$) et béton (via le modèle ENDO_ISOT_BETON $E_b$, $\nu_b$, $\gamma_{EIB}$, $SYT_{EIB}$, voir [R7.01.09]), et vérifiés par calage à partir de la modélisation *A* et grâce à la modélisation *B.*

Pour les modélisations H, I, J et L, M, N, les paramètres du modèle GLRC_DM sont calés à partir des paramètres obtenus pour le modèle DHRC, par une procédure d'identification des paramètres automatisée décrite dans le document [R7.01.37], voir [SU.10.01].



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Au bilan, voici les valeurs des caractéristiques des matériaux et des paramètres GLRC_DM et EIB :

| modélisation | A et B | C | D et E | F | G | H, I, J, L, M et N | K |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $E_a$ , $MPa$ | 200000 | 200000 | 200000 | 200000 | 200000 | 200000 | 200000 |
| $\sigma_e^{acier}$ , $MPa$ | 570 | 570 | 570 | 4,5 | 11 | 570 | 570 |
| $E_{ecr}^{acier}$ , $MPa$ | 300 | 300 | 300 | 3570 | 4251 | 300 | 300 |
| $E_b$ , $MPa$ | 32308 | 32308 | 32308 | 32308 | 32308 | 32308 | 32308 |
| $\nu_b$ | 0,2 | 0,2 | 0,2 | 0,2 | 0,2 | 0,2 | 0,2 |
| D_SIGM_EPSI | $-0{,}2\times E_b$ | $-0{,}2\times E_b$ | $-0{,}2\times E_b$ | $-0{,}2\times E_b$ | $-0{,}2\times E_b$ | $-0{,}2\times E_b$ | $-0{,}2\times E_b$ |
| $\gamma_{EIB}$ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| $SYT_{EIB}$ , $MPa$ | 3,4 | 3,4 | 3,4 | 3,4 | 3,4 | 3,4 | 3,4 |
| $E_{éq}^m$ , $MPa$ | 35620 | 35700 | 32308 | 35700 | 42510 | 35625 | 35620 |
| $E_{éq}^f$ , $MPa$ | 38700 | 38700 | 38700 | 35700 | 73200 | 38660 | 38700 |
| $\nu_m$ | 0,18 | 0,18 | 0,18 | 0,18 | 0,16 | 0,18 | 0,18 |
| $\nu_f$ | 0,17 | 0,17 | 0,17 | 0,18 | 0,12 | 0,17 | 0,17 |
| $\gamma_{mt}$ | 0,02 | 0,02 | 0,02 | 0,1 | 0,225 | 0,06 | 0,02 |
| $\gamma_c$ | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0,8 | 0,02 |
| $\gamma_f$ | 0,32 | 0,32 | 0,32 | 0,1 | 0,6 | 0,45 | 0,32 |
| $NYT_{GLRC}$ , $N/m$ | 370000 | 370000 | 370000 | 370000 | 360000 | 370000 | 370000 |
| $MYF_{GLRC}$ , $N$ | 9000 | 9000 | 9000 | 5000 | 1600 | 9000 | 9000 |
| $\alpha_c$ | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 100 |

Dans la modélisation C, des paramètres, dont la présence permet le calcul des variables internes V8 à V18, sont ajoutés :

| | |
|---|---|
| NYC | 0. |
| EPSI_C | 0.00232424991421 |
| EPSI_ELS | 2E-03 |
| EPSI_LIM | 1E-02 |
| RX | 0.8 |
| OMX | 8E-04 |
| EA | 2.E11 |
| SY | 5.70000000E8 |
| FTJ | 3.4E6 |
| FCJ | 48E6 |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

**Remarque :** on note que la valeur de $\gamma_{EIB}$ , cf. [R7.01.04], est comparable à l'inverse de celle utilisée dans la loi GLRC_DM, cf. [R7.01.32].

L'identification des paramètres du modèle DHRC se fait de manière automatique via une procédure externe effectuée au préalable, considérant que la plaque en béton armé est d'épaisseur $e=0.1\,m$ et que les aciers sont de diamètre $\varnothing=10\,mm$ , espacés de $10\,cm$ . Les caractéristiques matériaux élastiques pour le béton et l'acier sont celles du modèle EIB résumées dans le tableau ci-dessus. L'identification nécessite de plus des paramètres d'endommagement pour le béton $\alpha_t$ , $\gamma_t$ , $\alpha_c$ et $\gamma_c$ dont les valeurs sont estimées à partir des résultats usuels des essais de traction-compression du béton, respectivement: $1$ , $-0,04$ , $1,9$ et $0,8$ . Les paramètres de seuil pour le modèle DHRC sont choisis à partir des seuils d'endommagement du béton seul en traction et de glissement acier-béton à $1,7\,MPa$ et $1,6\,MPa$ , respectivement. Toutes ces valeurs, qui sont des données d'entrée de l'outil d'identification [SU1.10.01], sont résumées dans le tableau ci-dessous :

| $E_a$ , $MPa$ | $\nu_a$ | $E_b$ , $MPa$ | $\nu_b$ | $\alpha_t$ | $\gamma_t$ | $\alpha_c$ | $\gamma_c$ | $\sigma_d$ , $MPa$ | $\tau_{crit}$ , $MPa$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 200 000 | 0,2 | 32 308 | 0,2 | 1 | -0,04 | 1,9 | 0,8 | 1,7 | 1,6 |

## 1.3 Conditions aux limites et chargements

On considère différentes modélisations de *A à P* pour différents types de chargements caractéristiques et différents comportements de la plaque. Dans tous les cas, les chargements sont des déplacements (ou des rotations) imposé(e)s aux bords de la plaque différemment pour chaque modélisation.
Les modélisations considérées sont :

- modélisation A : traction – compression - traction pure et test de DEFI_GLRC ; GLRC_DM
- modélisation B : flexion pure alternée ; GLRC_DM
- modélisation C : couplage de traction - compression et flexion ; GLRC_DM
- modélisation D : cisaillement pur et distorsion dans le plan ; GLRC_DM
- modélisation E : couplage de flexion et cisaillement dans le plan ; GLRC_DM
- modélisation F : traction – compression pure – avec « kit_dll » de comportement élastoplastique endommageable (GLRC_DM + Von Mises) ;
- modélisation G : cisaillement pur – avec « kit_ddl » de comportement élastoplastique endommageable (GLRC_DM + Von Mises) ;
- modélisation H : traction – compression pure, sollicitations élevées ; GLRC_DM et DHRC
- modélisation I : flexion pure alternée, sollicitations élevées ; GLRC_DM et DHRC
- modélisation J : couplage traction/compression et flexion, sollicitations élevées ; GLRC_DM et DHRC
- modélisation K : compression - traction avec ALPHA_C=100 ; GLRC_DM
- modélisation L : cisaillement pur et distorsion dans le plan, sollicitations élevées ; GLRC_DM et DHRC
- modélisation M : couplage flexion et cisaillement dans le plan, sollicitations élevées ; GLRC_DM et DHRC
- modélisation N :flexion anticlastique, sollicitations élevées ; GLRC_DM et DHRC
- modélisation O : sollicitations chargement thermique ; GLRC_DM, GLRC_DAMAGE, DHRC et ELAS.

## 1.4 Conditions initiales

Au départ les déplacements et les contraintes valent zéro partout.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 2 Solution de référence

La solution de référence est obtenue par une modélisation semi-globale en plaque multi-couches, où le maillage et le chargement sont les mêmes que pour les modélisations avec la loi GLRC_DM correspondantes.

On modélise le béton et les armatures séparément. Pour chaque nappe d'armatures, on considère une couche qui se comporte uniquement dans le sens longitudinal des armatures. Donc on aura 4 couches pour les armatures.

De plus, plusieurs résultats analytiques avec le modèle GLRC_DM ont pu être établis.

## 2.1 Modèles

Sur le même maillage on définit 5 modèles représentant la plaque en béton armé : 1 modèle DKT pour le béton et 4 modèles GRILLE pour les armatures (2 suivant la direction $X$, 2 suivant la direction $Y$ pour les parties inférieure et supérieure). Le taux de ferraillage pour chaque nappe d'armatures est de $8.0 \times 10^{-4}\, m^2/m$.

La position des armatures (inférieure ou supérieure) est définie par le mot clé EXCENTREMENT sous le mot clé facteur GRILLE dans l'opérateur AFFE_CARA_ELEM, qui vaut $\pm 0.04 m$ : on admet donc ici que les aciers en $X$ et en $Y$ sont à la même position, ce qui constitue l'approximation habituelle des modèles multicouches. La fissuration du béton est modélisée par la loi de comportement ENDO_ISOT_BETON, tandis qu'on suppose que l'acier reste toujours dans le domaine élastique.

## 2.2 Propriétés des matériaux

**Béton (modèle** ENDO_ISOT_BETON**)** :

Module de Young: $E_b = 32308.0\, MPa$

Coefficient de Poisson : $\nu_b = 0.20$

Seuil d'endommagement en traction simple $SYT_{EIB}$ : $3.4\ MPa$

Pente adoucissante : $-0.2\, E_b$ ($\gamma_{EIB} = 5$).

**Acier** :

Module de Young : $E_a = 200000.0\ MPa$

Limite de linéarité $\sigma_e^{acier}$ : $570.0\ MPa$

Pente post-élastique $E_{écrouis}^{acier}$ : $= 0.0015\, E_a = 300\ MPa$.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 3 Modélisation A

## 3.1 Caractéristiques de la modélisation

Traction – compression - traction pure.

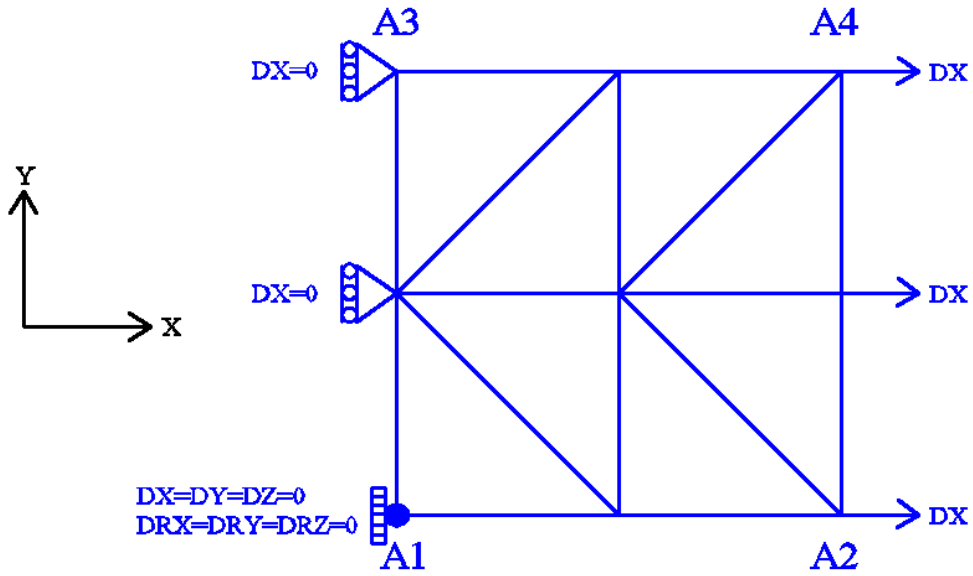



**Figure 3.1-a: maillage et conditions aux limites.**

Modélisation : DKTG
Conditions aux limites :

- Encastrement en $A_1$ ;
- $DX=0.0$ sur l'arête $A_1-A_3$ ;
- 
- $DX=U_0\times f(t)$ sur l'arête $A_2-A_4$ ;

où $U_0=2.0\times10^{-4}m$ et $f(t)$ représentent l'amplitude du chargement cyclique en fonction du paramètre (de pseudo-temps) $t$. Pour bien vérifier le modèle, on considère deux fonctions de chargement comme suit :

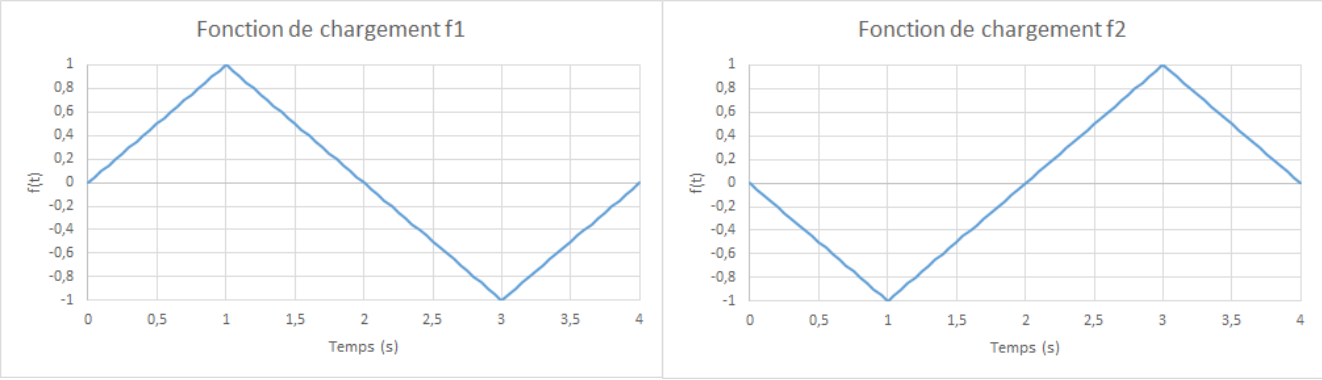



**Figure 3.1-b: Fonctions de chargement f1 (gauche) et f2 (droite).**

*Note : la déformation extrémale est : $2.0\times10^{-4}$ , soit bien en-deçà du passage en plasticité des aciers. Pas de temps d'intégration : $0.05\,s$ .*



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

## 3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 9. Nombre de mailles : 8 TRIA3 ; 8 SEG2.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

## 3.3 Valeurs testées et résultats pour la fonction de chargement f1

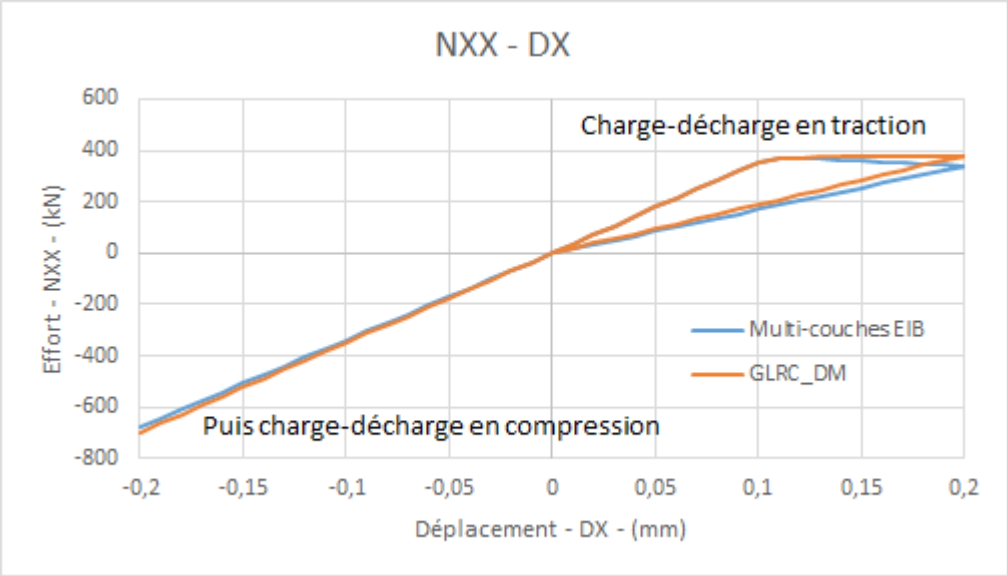
On compare les forces de réactions moyennes selon l'axe $Ox$ et les déplacements moyens selon l'axe $Oy$ en $A2-A4$ obtenus par la modélisation multi-couches (référence) et par celle reposant sur le modèle GLRC_DM, en terme de différences relatives; la tolérance est prise en valeur absolue sur ces différences relatives :

| Identification | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance |
|---|---|---|---|
| TRAC. - PHASE CHAR. ELAS. $t=0,25$ | | | |
| *Différence relative des efforts* $N_{xx}$ | AUTRE_ASTER | 0 | 5 $10^{-2}$ |
| *Différence relative des déplacements* $DY$ | AUTRE_ASTER | 0 | 5 $10^{-2}$ |
| TRAC. - PHASE CHAR. ENDO. $t=1,0$ | | | |
| *Différence relative des efforts* $N_{xx}$ | AUTRE_ASTER | 0 | 1,2 $10^{-1}$ |
| *Différence relative des déplacements* $DY$ | AUTRE_ASTER | 0 | 1,7 $10^{-1}$ |
| TRAC. - PHASE DECHAR. ELAS. $t=1,5$ | | | |
| *Différence relative des efforts* $N_{xx}$ | AUTRE_ASTER | 0 | 1,2 $10^{-1}$ |
| *Différence relative des déplacements* $DY$ | AUTRE_ASTER | 0 | 1,7 $10^{-1}$ |
| COMPR. - PHASE CHAR. ELAS. $t=3,0$ | | | |
| *Différence relative des efforts* $N_{xx}$ | AUTRE_ASTER | 0 | 5 $10^{-2}$ |
| *Différence relative des déplacements* $DY$ | AUTRE_ASTER | 0 | 1,7 $10^{-1}$ |
| COMPR. - PHASE DECHAR. ELAS $t=3,5$ | | | |
| *Différence relative des efforts* $N_{xx}$ | AUTRE_ASTER | 0 | 5 $10^{-2}$ |
| *Différence relative des déplacements* $DY$ | AUTRE_ASTER | 0 | 1,7 $10^{-1}$ |

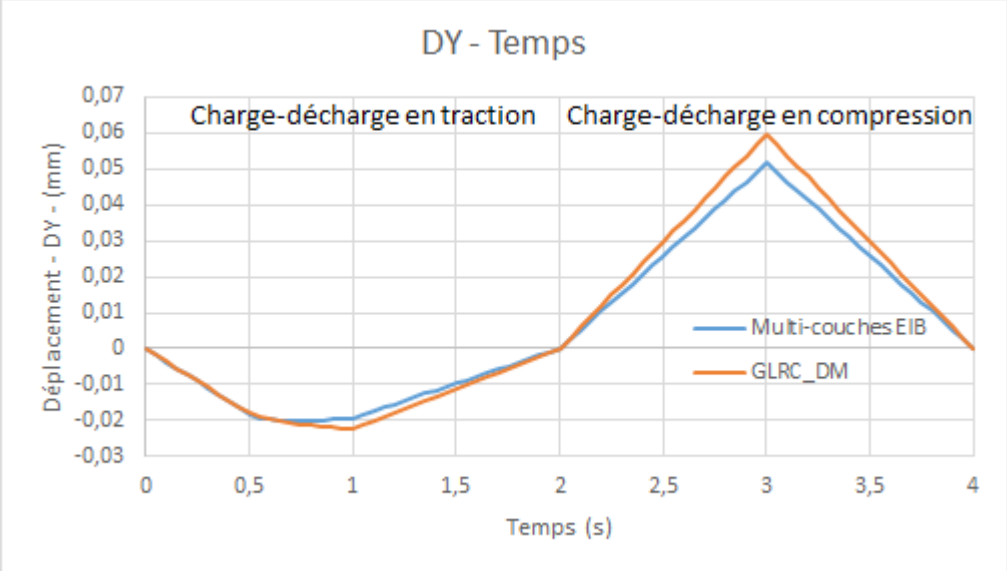


Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

**Diagrammes comparés efforts $N_{xx}$ – déplacement $DX$ en traction/compression pour le chargement $fl$ :**



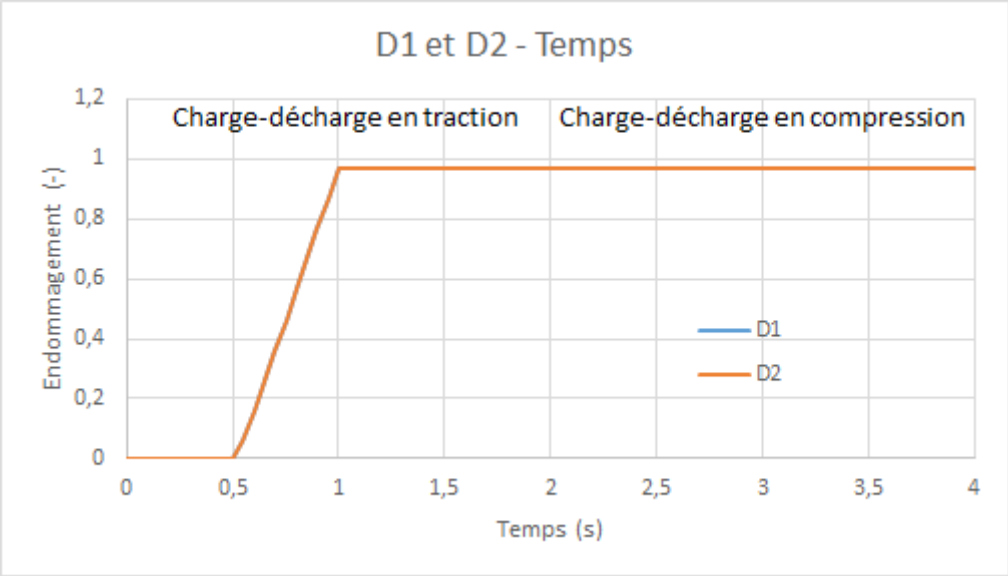

**Diagrammes comparés déplacement $DY$ (dû à l'effet de Poisson) en fonction du temps :**






Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

**Diagrammes de l'évolution de l'endommagement du modèle GLRC_DM ($d_1$ pour la face supérieure et $d_2$ pour la face inférieure) en fonction du temps :**




À partir des variables d'endommagement, on teste également l'énergie dissipée qui s'écrit : [R7.01.32 §2.7] :

$E = k_0 \times (d_1 + d_2)$ avec ici $k_0 = 8.89910\, J/m^2$

L'énergie dissipée a donc le même profil que la courbe ci-dessus.

## 3.4 Valeurs testées et résultats pour la fonction de chargement f2

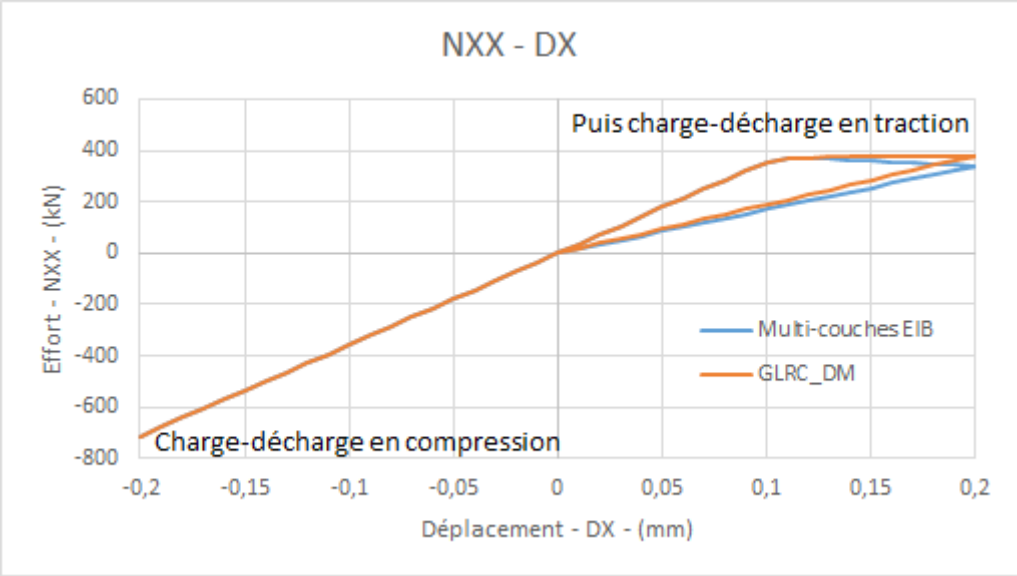
On compare les forces moyennes de réaction selon l'axe $Ox$ et les déplacements moyens selon l'axe $Oy$ en $A2 - A4$ obtenus par la modélisation multi-couches (référence) et par celle reposant sur le modèle GLRC_DM, en terme de différences relatives ; la tolérance est prise en valeur absolue sur ces différences relatives :

| Identification | Type de référence | Valeur de référence | tolérance |
|---|---|---|---|
| COMPR. - PHASE CHAR. ELAS. $t = 0{,}25$ | | | |
| *Différence relative des efforts* $N_{xx}$ | AUTRE_ASTER | 0 | 5 $10^{-2}$ |
| *Différence relative des déplacements* $DY$ | AUTRE_ASTER | 0 | 5 $10^{-2}$ |
| COMPR, - PHASE CHAR. ENDO. $t = 1{,}0$ | | | |
| *Différence relative des efforts* $N_{xx}$ | AUTRE_ASTER | 0 | 5 $10^{-2}$ |
| *Différence relative des déplacements* $DY$ | AUTRE_ASTER | 0 | 5 $10^{-2}$ |
| COMPR. - PHASE DECHAR. ELAS. $t = 1{,}5$ | | | |
| *Différence relative des efforts* $N_{xx}$ | AUTRE_ASTER | 0 | 5 $10^{-2}$ |
| *Différence relative des déplacements* $DY$ | AUTRE_ASTER | 0 | 5 $10^{-2}$ |
| TRAC. - PHASE CHAR. ELAS. $t = 3{,}0$ | | | |
| *Différence relative des efforts* $N_{xx}$ | AUTRE_ASTER | 0 | 1,2 $10^{-1}$ |
| *Différence relative des déplacements* $DY$ | AUTRE_ASTER | 0 | 1,7 $10^{-1}$ |
| TRAC. - PHASE DECHAR. ELAS. $t = 3{,}5$ | | | |
| *Différence relative des efforts* $N_{xx}$ | AUTRE_ASTER | 0 | 1,2 $10^{-1}$ |
| *Différence relative des déplacements* $DY$ | AUTRE_ASTER | 0 | 1,7 $10^{-1}$ |

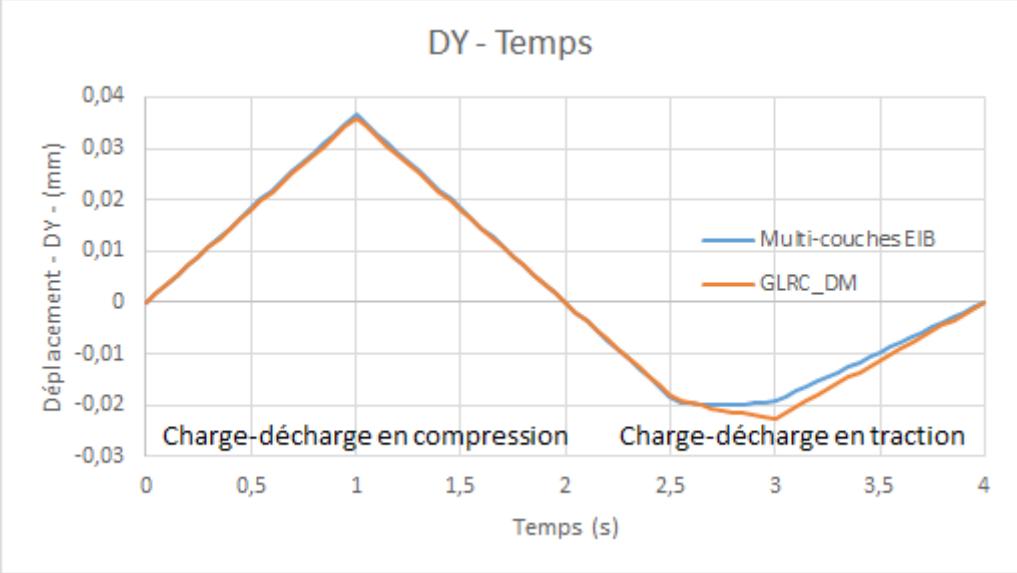


Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

**Diagrammes comparés $N_{xx}$ – déplacement $DX$ en traction/compression pour le chargement $f2$ :**



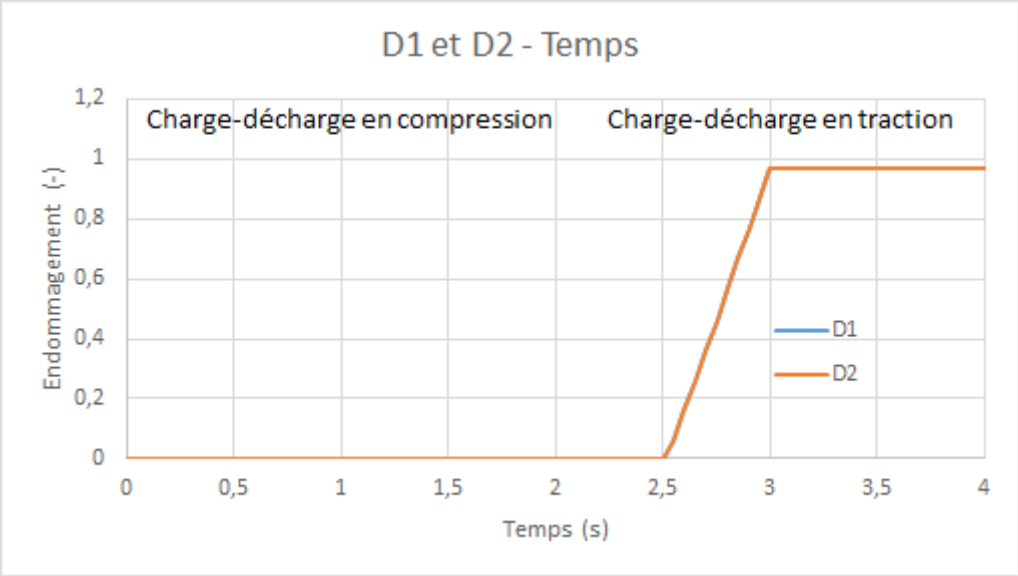

**Diagrammes comparés déplacement $DY$ (dû à l'effet de Poisson) en fonction du temps :**






Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

**Diagrammes de l'évolution de l'endommagement du modèle GLRC_DM ($d_1$ pour la face supérieure et $d_2$ pour la face inférieure) en fonction du temps :**




## 3.5 Remarques

D'après les courbes précédentes, on constate que le modèle GLRC_DM représente le comportement global du béton armé en traction – compression pure d'une manière satisfaisante. L'erreur relative du modèle GLRC_DM par rapport à la solution de référence est admissible. Il faut noter que la différence entre le modèle GLRC_DM et ENDO_ISOT_BETON est la plus importante durant la phase d'endommagement : le comportement du béton en traction est alors adoucissant et on trouve une pente négative dans le modèle de référence multi-couche, malgré le ferraillage (couches d'acier et couches ENDO_ISOT_BETON) alors que l'une des hypothèses du modèle GLRC_DM est de ne pas modéliser l'adoucissement du béton armé.

Étant basé sur l'hypothèse du matériau équivalent isotrope (voir [R7.01.32]), le modèle GLRC_DM surestime légèrement l'effet de Poisson.

On vérifie aussi la symétrie de la réponse selon le sens choisi de charge en compression-traction ou l'inverse, selon le chargement $f1$ ou $f2$ .



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 4 Modélisation B

## 4.1 Caractéristiques de la modélisation

Flexion pure alternée.

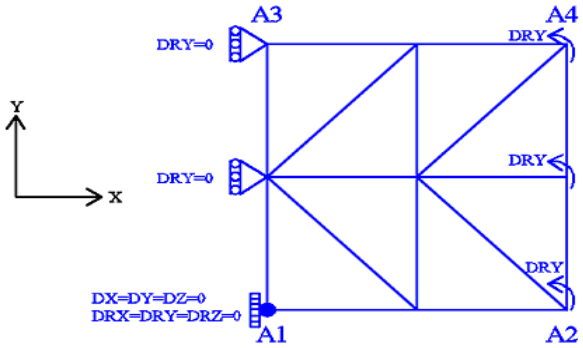



**Figure 4.1-a: maillage et conditions aux limites**

Modélisation : DKTG
Conditions aux limites :

- $DRY = 0.0$ sur l'arête $A_1 - A_3$
- $DRY = R_0 \times f(t)$ sur l'arête $A_2 - A_4$ ,

où $R_0 = 6 \times 10^{-3}$ et $f(t)$ est l'amplitude du chargement cyclique en fonction du paramètre (de pseudo-temps) $t$ , Pour bien vérifier le modèle, on considère trois fonctions de chargements comme :

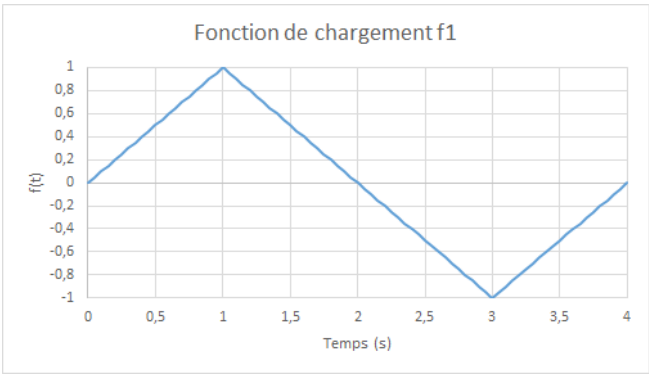



**Figure 4.1-b: Flexion négative, puis flexion positive**

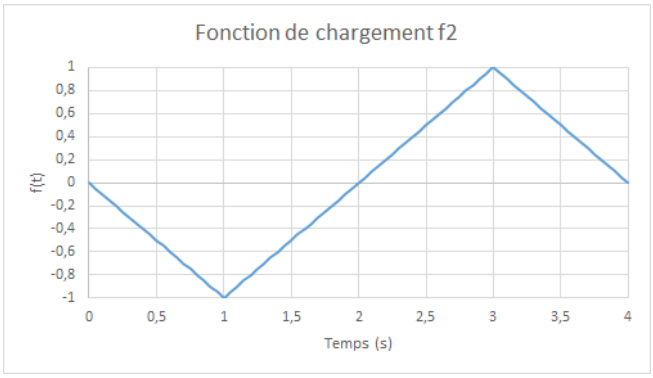



**Figure 4.1-c: Flexion positive, puis flexion négative**

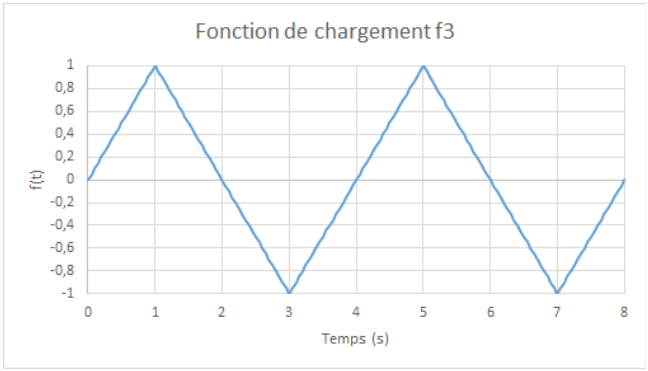



**Figure 4.1-d: Deux cycles de flexion alternée**



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Note : la déformation extrémale des aciers est : $2.4 \times 10^{-3}$, soit en-deçà du passage en plasticité des aciers. Incrément d'intégration : $0.05\,s$.

## 4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 9. Nombre de mailles : 8 TRIA3.

## 4.3 Solution analytique simple

En plus du calcul de référence, on fait un calcul analytique très simple pour vérifier le modèle ainsi que le code. Pour ce faire, on considère une poutre homogène dont les propriétés des matériaux sont les mêmes que celles de la plaque homogène. On impose les mêmes conditions aux limites sur la poutre. Puis en considérant la loi de comportement considérée (élastique endommageable en traction et élastique linéaire en compression), on calcule la force MY correspondante à DRY imposé.

## 4.4 Grandeurs testées et résultats pour la fonction de chargement f1

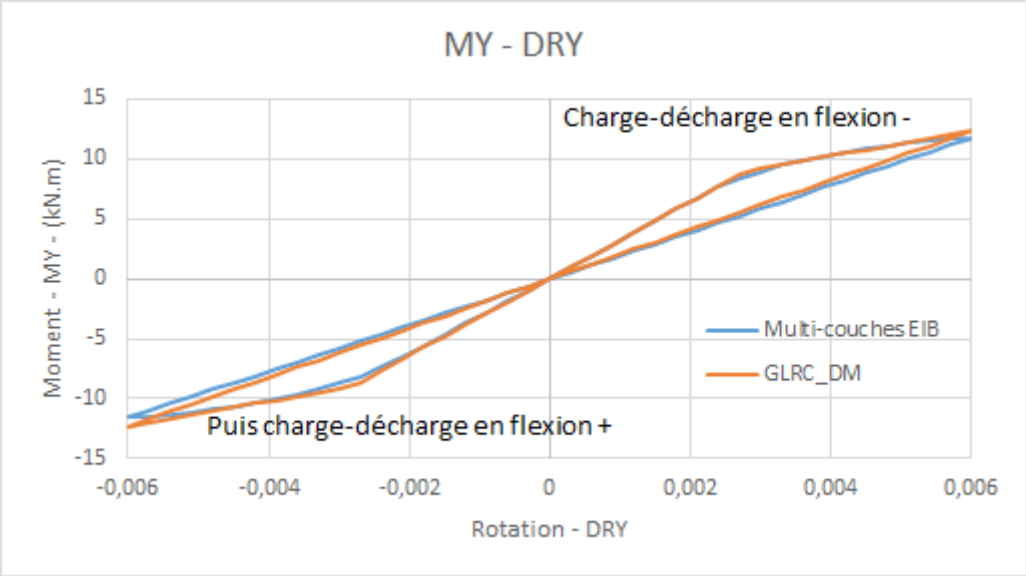
On compare les moments moyens selon l'axe $Oy$ et les rotations moyennes selon l'axe $Ox$ en $A2-A4$ obtenus par la modélisation multi-couches (référence) et par celle reposant sur le modèle GLRC_DM, en terme de différences relatives ; certaines tolérances sont prises en valeur absolue, d'autres en valeurs relatives (à partir d'une valeur de non-régression, elles sont alors notées « R »), sur ces différences relatives :

| Identification | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance |
|---|---|---|---|
| FLEXION NEG - PHASE CHAR. ELAS. $t=0,25$ | | | |
| *Différence relative des moments* $M_{yy}$ | AUTRE_ASTER | 0 | 5 $10^{-2}$ |
| *Différence relative des rotations* $DRX$ | NON_REGRESSION | 5.17840782 $10^{-3}$ | 1 $10^{-6}$ |
| FLEXION NEG - PHASE CHAR. ENDO. $t=1,0$ | | | |
| *Différence relative des moments* $M_{yy}$ | AUTRE_ASTER | 0 | 7 $10^{-2}$ |
| *Différence relative des rotations* $DRX$ | NON_REGRESSION | 0.1490673 | 1 $10^{-6}$ |
| FLEXION NEG - PHASE DECHAR. ELAS. $t=1,5$ | | | |
| *Différence relative des moments* $M_{yy}$ | AUTRE_ASTER | 0 | 7 $10^{-2}$ |
| *Différence relative des rotations DRX* | NON_REGRESSION | 0.1490673 | 1 $10^{-6}$ |
| FLEXION POS. - PHASE CHAR. ELAS. $t=2,25$ | | | |
| *Différence relative des moments* $M_{yy}$ | AUTRE_ASTER | 0 | 5 $10^{-2}$ |
| *Différence relative des rotations* $DRX$ | NON_REGRESSION | 0.2755444 | 1 $10^{-6}$ |
| FLEXION POS. - PHASE CHAR. ENDO. $t=3,0$ | | | |
| *Différence relative des moments* $M_{yy}$ | AUTRE_ASTER | 0 | 7 $10^{-2}$ |
| *Différence relative des rotations* $DRX$ | NON_REGRESSION | 0.62151906 | 1 $10^{-6}$ |
| FLEXION POS. - PHASE DECHAR. ELAS. $t=3,5$ | | | |
| *Différence relative des moments* $M_{yy}$ | AUTRE_ASTER | 0 | 7 $10^{-2}$ |
| *Différence relative des rotations* $DRX$ | NON_REGRESSION | 0.62151905 | 1 $10^{-6}$ |

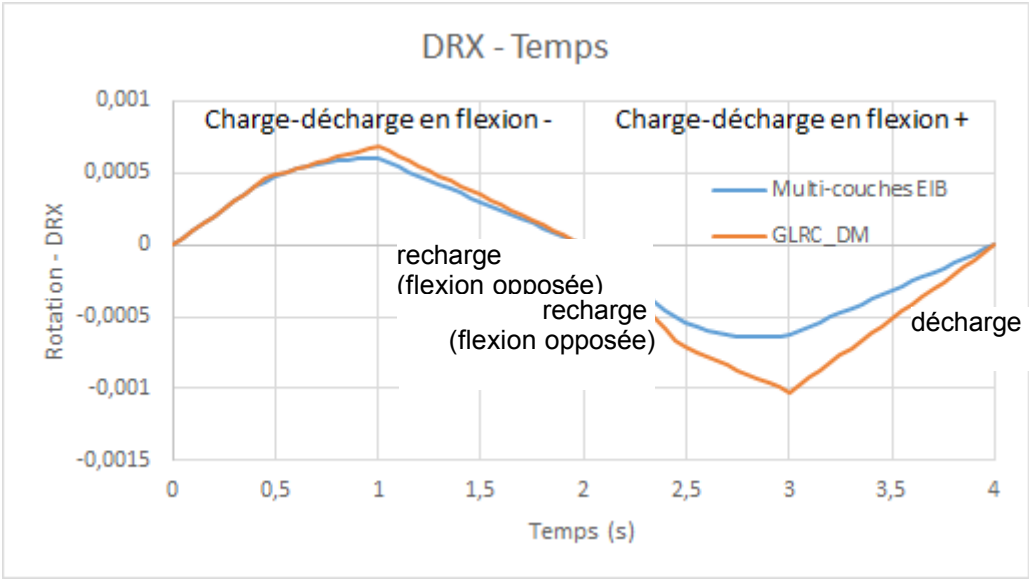


Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

**Diagrammes comparés moment/rotation en flexion cyclique pour le chargement $f1$ :**



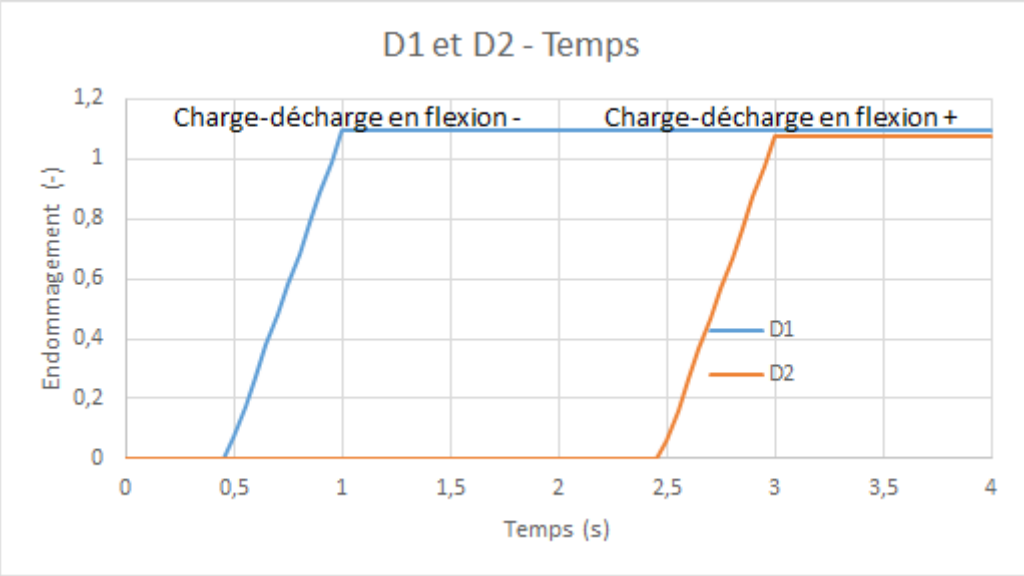

**Diagrammes comparés rotation $DRX$ (due à l'effet de Poisson) en fonction du temps pour le chargement $f1$ :**






Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

**Diagrammes de l'évolution de l'endommagement du modèle GLRC_DM ($d_1$ pour la face supérieure et $d_2$ pour la face inférieure) en fonction du temps :**




## 4.5 Grandeurs testées et résultats p our la fonction de chargement f2

On compare les moments moyens selon l'axe $Oy$ et les rotations moyennes selon l'axe $Ox$ en $A2-A4$ obtenus par la modélisation multi-couches (référence) et par celle reposant sur le modèle GLRC_DM, en terme de différences relatives ; certaines tolérances sont prises en valeur absolue, d'autres en valeurs relatives (à partir d'une valeur de non-régression, elles sont alors notées « R »), sur ces différences relatives :

| Identification | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance |
|---|---|---|---|
| FLEXION NEG. - PHASE CHAR. ELAS. $t=0,25$ | | | |
| *Différence relative des moments* $M_{yy}$ | AUTRE_ASTER | 0 | 5 $10^{-2}$ |
| *Différence relative des rotations* $DRX$ | AUTRE_ASTER | 0 | 5 $10^{-2}$ |
| FLEXION NEG. - PHASE CHAR. ENDO. $t=1,0$ | | | |
| *Différence relative des moments* $M_{yy}$ | AUTRE_ASTER | 0 | 7 $10^{-2}$ |
| *Différence relative des rotations* $DRX$ | AUTRE_ASTER | 0 | 1.5 $10^{-1}$ |
| FLEXION NEG. - PHASE DECHAR. ELAS. $t=1,5$ | | | |
| *Différence relative des moments* $M_{yy}$ | AUTRE_ASTER | 0 | 7 $10^{-2}$ |
| *Différence relative des rotations* $DRX$ | AUTRE_ASTER | 0 | 1.5 $10^{-1}$ |
| FLEXION POS. - PHASE CHAR. ELAS. $t=2,25$ | | | |
| *Différence relative des moments* $M_{yy}$ | AUTRE_ASTER | 0 | 5 $10^{-2}$ |
| *Différence relative des rotations* $DRX$ | NON_REGRESSION | 0.2755444 | 1 $10^{-6}$ |
| FLEXION POS. - PHASE CHAR. ENDO. $t=3,0$ | | | |
| *Différence relative des moments* $M_{yy}$ | AUTRE_ASTER | 0 | 7 $10^{-2}$ |
| *Différence relative des rotations* $DRX$ | NON_REGRESSION | 0.6215190 | 1 $10^{-6}$ |
| FLEXION POS. - PHASE DECHAR. ELAS. $t=3,5$ | | | |
| *Différence relative des moments* $M_{yy}$ | AUTRE_ASTER | 0 | 7 $10^{-2}$ |
| *Différence relative des rotations* $DRX$ | NON_REGRESSION | 0.6215190 | 1 $10^{-6}$ |

On vérifie bien que ces résultats sont identiques à ceux obtenus avec le chargement $f1$ (en sens opposé).



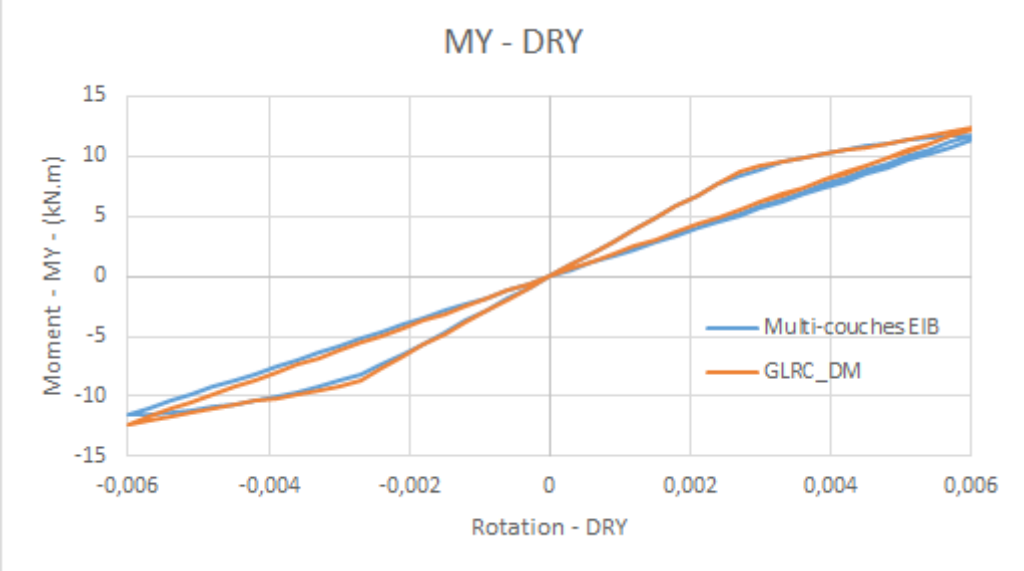
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

## 4.6 Grandeurs testées et résultats pour la fonction de chargement f3

On compare les moments moyens selon l'axe $Oy$ et les rotations moyennes selon l'axe $Ox$ en $A2-A4$ obtenus par la modélisation multi-couches (référence) et par celle reposant sur le modèle GLRC_DM, en terme de différences relatives :

| Identification | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance |
|---|---|---|---|
| FLEXION NEG. - PHASE CHAR. ELAS. $t=4,25$ | | | |
| *Différence relative des moments* $M_{yy}$ | AUTRE_ASTER | 0 | 8 $10^{-2}$ |
| *Différence relative des rotations* $DRX$ | AUTRE_ASTER | 0 | 5 $10^{-2}$ |
| FLEXION NEG. - PHASE CHAR. ENDO. $t=5,0$ | | | |
| *Différence relative des moments* $M_{yy}$ | AUTRE_ASTER | 0 | 8 $10^{-2}$ |
| *Différence relative des rotations* $DRX$ | AUTRE_ASTER | 0 | 1.5 $10^{-1}$ |
| FLEXION NEG. - PHASE DECHAR. ELAS. $t=1,5$ | | | |
| *Différence relative des moments* $M_{yy}$ | AUTRE_ASTER | 0 | 8 $10^{-2}$ |
| *Différence relative des rotations* $DRX$ | AUTRE_ASTER | 0 | 1.5 $10^{-1}$ |
| FLEXION POS. - PHASE CHAR. ELAS. $t=2,25$ | | | |
| *Différence relative des moments* $M_{yy}$ | AUTRE_ASTER | 0 | 8 $10^{-2}$ |
| *Différence relative des rotations* $DRX$ | NON_REGRESSION | 0.2755444 | 1 $10^{-6}$ |
| FLEXION POS. - PHASE CHAR. ENDO. $t=3,0$ | | | |
| *Différence relative des moments* $M_{yy}$ | AUTRE_ASTER | 0 | 8 $10^{-2}$ |
| *Différence relative des rotations* $DRX$ | NON_REGRESSION | 0.621519060 | 1 $10^{-6}$ |
| FLEXION POS. - PHASE DECHAR. ELAS. $t=3,5$ | | | |
| *Différence relative des moments* $M_{yy}$ | AUTRE_ASTER | 0 | 8 $10^{-2}$ |
| *Différence relative des rotations* $DRX$ | NON_REGRESSION | 0.621519050 | 1 $10^{-6}$ |

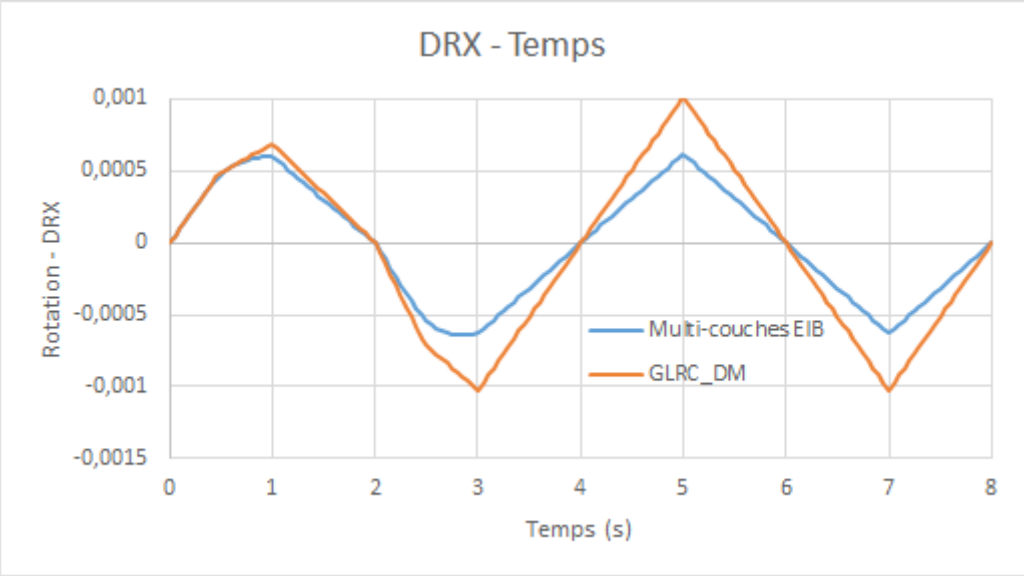
**Diagrammes comparés moment/rotation en flexion cyclique pour le chargement $f3$ :**



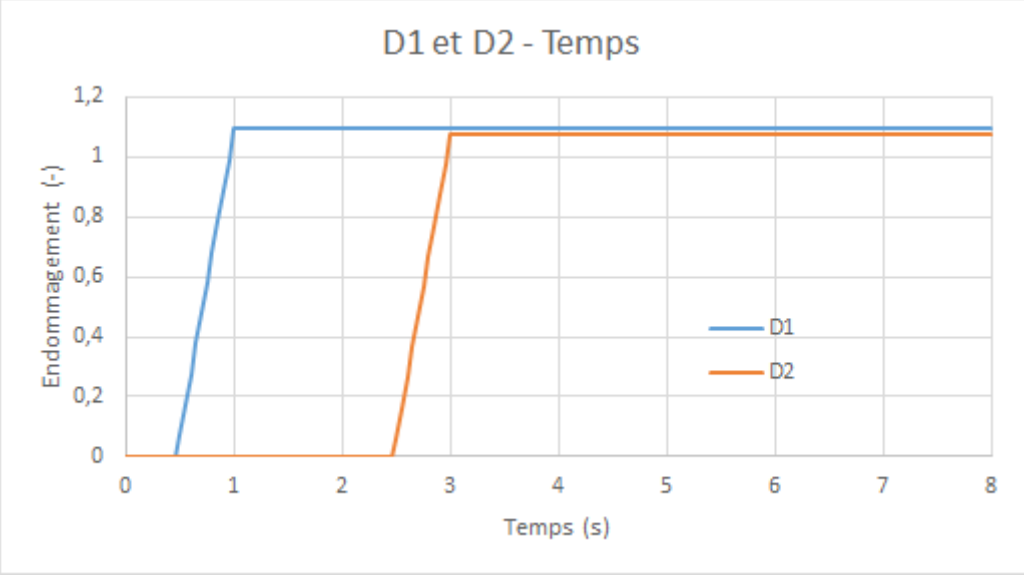



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

**Diagrammes comparés rotation $DRX$ (due à l'effet de Poisson) en fonction du temps pour le chargement $f3$ :**




**Diagrammes de l'évolution de l'endommagement du modèle GLRC_DM ($d_1$ pour la face supérieure et $d_2$ pour la face inférieure) en fonction du temps :**




On constate que le second cycle de flexion alternée ne provoque pas de nouvel endommagement, comme attendu.

## 4.7 Remarques

En considération des courbes précédentes, on trouve qu'avec un recalage précis des paramètres du modèle GLRC_DM, les résultats du modèle GLRC_DM sont très proches de ceux du calcul de référence. Cela veut dire que le modèle GLRC_DM peut bien représenter le comportement des dalles en béton armé en flexion pure alternée. Il faut noter qu'au niveau de la rotation suivant $X$ (due à l'effet de Poisson), après apparition de l'endommagement, la différence entre les deux modèles apparaît nettement au détriment de la réponse fournie par le modèle GLRC_DM (basé sur l'hypothèse du matériau équivalent isotrope, voir [R7.01.32]).



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 5 Modélisation C

## 5.1 Caractéristiques de la modélisation

Couplage de traction - compression et flexion.

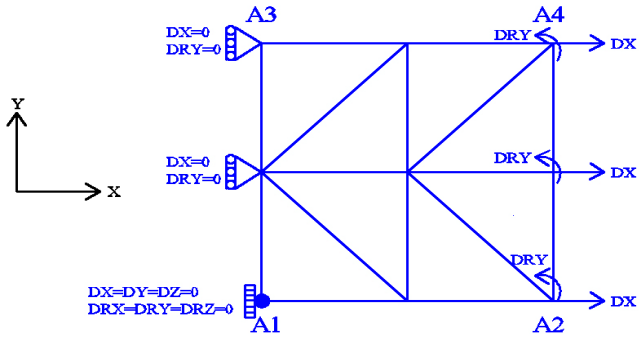



**Figure 5.1-a: Maillage et conditions aux limites**

Modélisation : DKTG

Conditions aux limites : couplage de Traction – Compression et Flexion :

- $DX=0.0$ et $DRY=0.0$ sur l'arête $A_1-A_3$
- $DX=U_0\times f(t)$ et $DRY=R_0\times f(t)$ sur l'arête $A_2-A_4$ ,

où $U_0=1.5\times10^{-4}$, $R_0=5.\times10^{-3}$ et $f(t)$ est l'amplitude du chargement cyclique en fonction du paramètre (de pseudo-temps) $t$. On considère deux types de chargement :

- La même fonction $f1$ de chargement pour la membrane et la flexion (cas synchrone) :

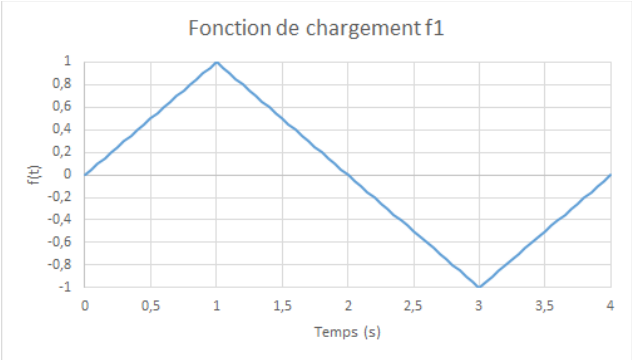



**Figure 5.1-b: fonction de chargement f1**

- La fonction $f2$ de chargement de membrane deux fois plus rapide que celui de flexion (en pratique les fréquences de membrane d'une dalle sont supérieures à celles de flexion) :

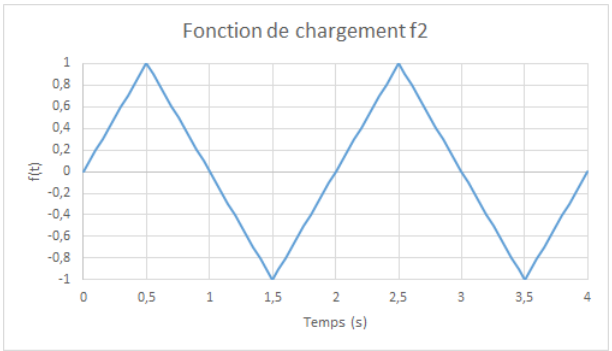



**Figure 5.1-c: fonction de chargement f2**



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

## 5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 9. Nombre de mailles : 8 TRIA3 ; 8 SEG2.

## 5.3 Grandeurs testées et résultats : premier chargement (même fonction de chargement pour membrane et flexion)

On compare les forces moyennes selon l'axe $Ox$ , les déplacements moyens selon l'axe $Oy$ , les moments moyens selon l'axe $Oy$ et les rotations moyennes selon l'axe $Ox$ *en* $A2-A4$ obtenus par la modélisation multi-couches s (référence) et par celle reposant sur le modèle GLRC_DM , en terme de différences relatives ; les tolérances sont prises en valeur relative sur ces différences relatives (non-régression) :

| Identification | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance |
|---|---|---|---|
| PHASE ELASTIQUE $t=0,25$ | | | |
| *Différence relative des efforts* $N_{xx}$ | NON_REGRESSION | 0.0308768 | 1 $10^{-6}$ |
| *Différence relative des déplacements* $DY$ | NON_REGRESSION | 6.800 $10^{-3}$ | 1 $10^{-6}$ |
| *Différence relative des moments* $M_{yy}$ | NON_REGRESSION | 0.0506625 | 1 $10^{-6}$ |
| *Différence relative des rotations* $DRX$ | NON_REGRESSION | 0.0456055 | 1 $10^{-6}$ |
| PHASE ENDOMMAGEMENT $t=1,0$ | | | |
| *Différence relative des efforts* $N_{xx}$ | NON_REGRESSION | 0.6199769 | 1 $10^{-6}$ |
| *Différence relative des déplacements* $DY$ | NON_REGRESSION | 1.0302274 | 1 $10^{-6}$ |
| *Différence relative des moments* $M_{yy}$ | NON_REGRESSION | 1.1531708 | 1 $10^{-6}$ |
| *Différence relative des rotations* $DRX$ | NON_REGRESSION | 4.3790440 | 1 $10^{-6}$ |
| *Variable interne* V8 | NON_REGRESSION | - | - |
| *Variable interne* V9 | NON_REGRESSION | - | - |
| *Variable interne* V10 | NON_REGRESSION | - | - |
| *Variable interne* V11 | NON_REGRESSION | - | - |
| *Variable interne* V12 | NON_REGRESSION | - | - |
| *Variable interne* V13 | NON_REGRESSION | - | - |
| *Variable interne* V14 | NON_REGRESSION | - | - |
| *Variable interne* V15 | NON_REGRESSION | - | - |
| *Variable interne* V16 | NON_REGRESSION | - | - |
| *Variable interne* V17 | NON_REGRESSION | - | - |
| *Variable interne* V18 | NON_REGRESSION | - | - |
| PHASE DECHARGEMENT $t=1,5$ | | | |
| *Différence relative des efforts* $N_{xx}$ | NON_REGRESSION | 0.6199769 | 1 $10^{-6}$ |
| *Différence relative des déplacements* $DY$ | NON_REGRESSION | 1.0302272 | 1 $10^{-6}$ |
| *Différence relative des moments* $M_{yy}$ | NON_REGRESSION | 1.1531708 | 1 $10^{-6}$ |
| *Différence relative des rotations* $DRX$ | NON_REGRESSION | 4.3790437 | 1 $10^{-6}$ |
| PHASE ELASTIQUE $t=2,25$ | | | |
| *Différence relative des moments* $M_{yy}$ | NON_REGRESSION | -0.279039 | 1 $10^{-6}$ |
| *Différence relative des rotations* $DRX$ | NON_REGRESSION | -0.045021 | 1 $10^{-6}$ |
| PHASE RECHARGEMENT $t=3,0$ | | | |
| *Différence relative des efforts* $N_{xx}$ | NON_REGRESSION | 0.0725839 | 1 $10^{-6}$ |
| *Différence relative des déplacements* $DY$ | NON_REGRESSION | 0.5134477 | 1 $10^{-6}$ |
| *Différence relative des moments* $M_{yy}$ | NON_REGRESSION | -0.305571 | 1 $10^{-6}$ |
| *Différence relative des rotations* $DRX$ | NON_REGRESSION | -0.074300 | 1 $10^{-6}$ |
| PHASE DECHARGEMENT $t=3,5$ | | | |
| *Différence relative des efforts* $N_{xx}$ | NON_REGRESSION | 0.0725839 | 1 $10^{-6}$ |



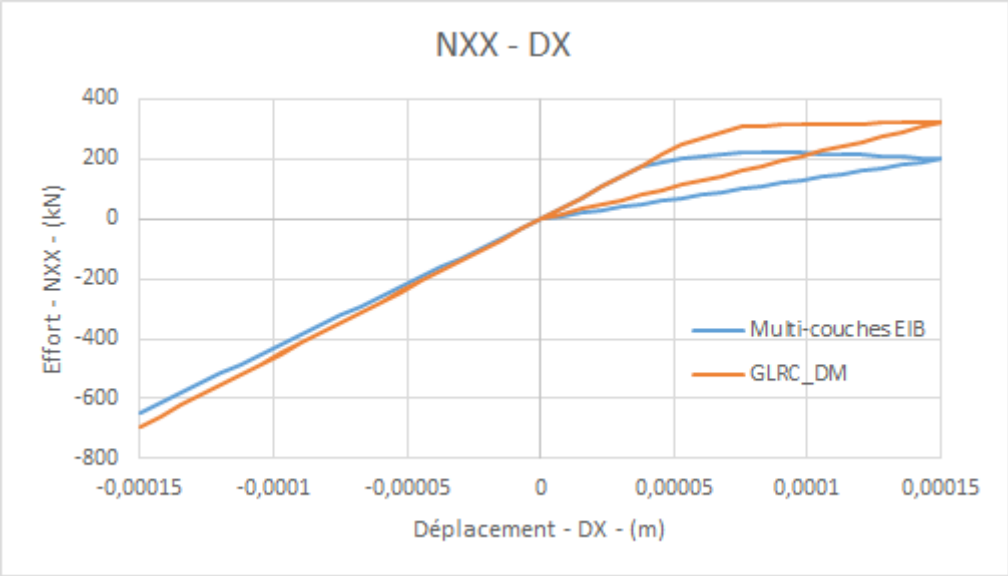
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

| | | | |
|---|---|---|---|
| Différence relative des déplacements $DY$ | NON_REGRESSION | 0.5134477 | 1 $10^{-6}$ |
| Différence relative des moments $M_{yy}$ | NON_REGRESSION | -0.305571 | 1 $10^{-6}$ |
| Différence relative des rotations $DRX$ | NON_REGRESSION | -0.074300 | 1 $10^{-6}$ |

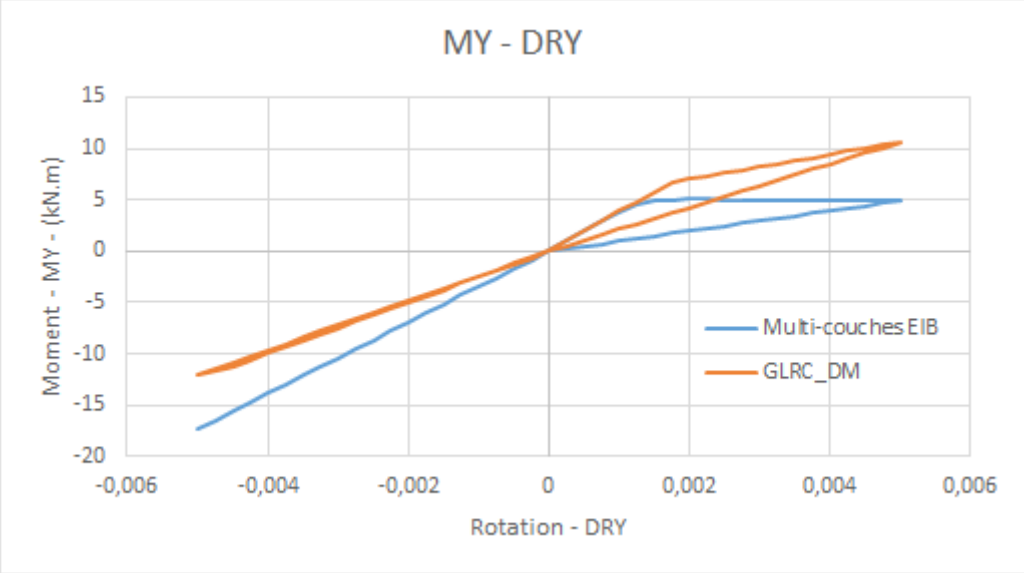


Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

**Diagrammes comparés des efforts $N_{xx}$ – en fonction du déplacement $DX$ imposé pour le chargement $f1$ :**



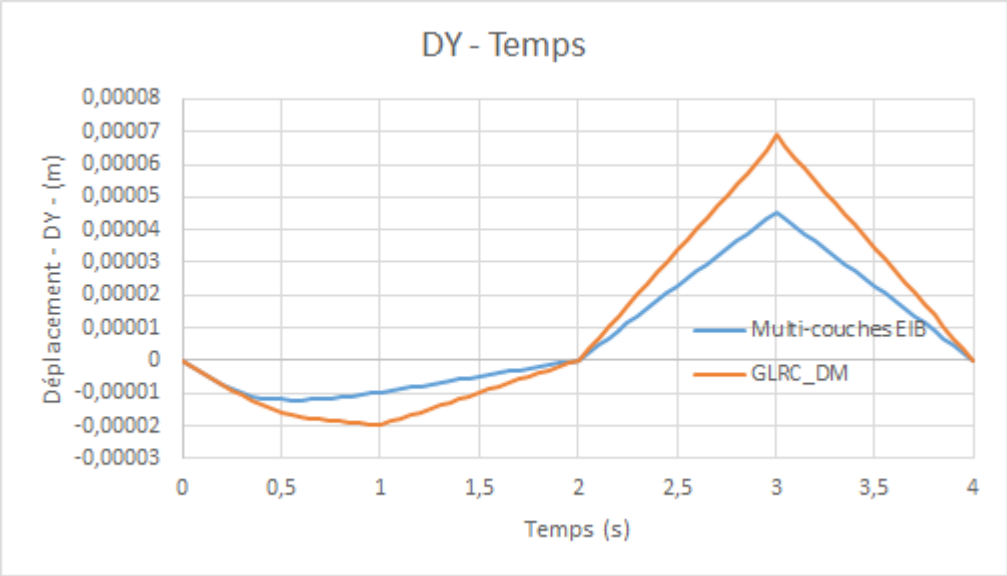

**Diagrammes comparés du moment $M_{yy}$ en fonction de la rotation $DRY$ imposée pour le chargement $f1$ :**



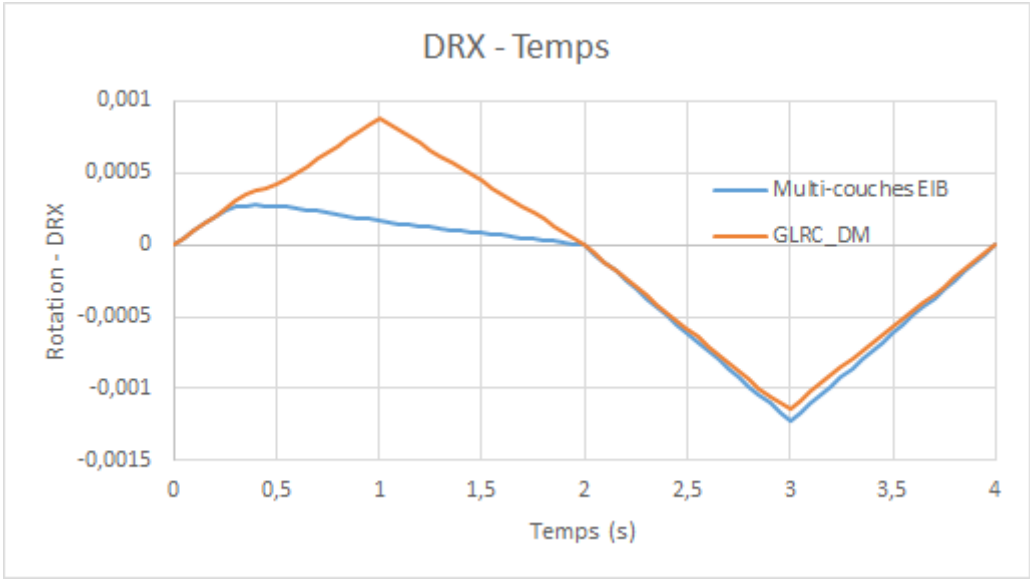



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

**Diagrammes comparés déplacement $DY$ (dû à l'effet de Poisson) pour le chargement $fl$ :**



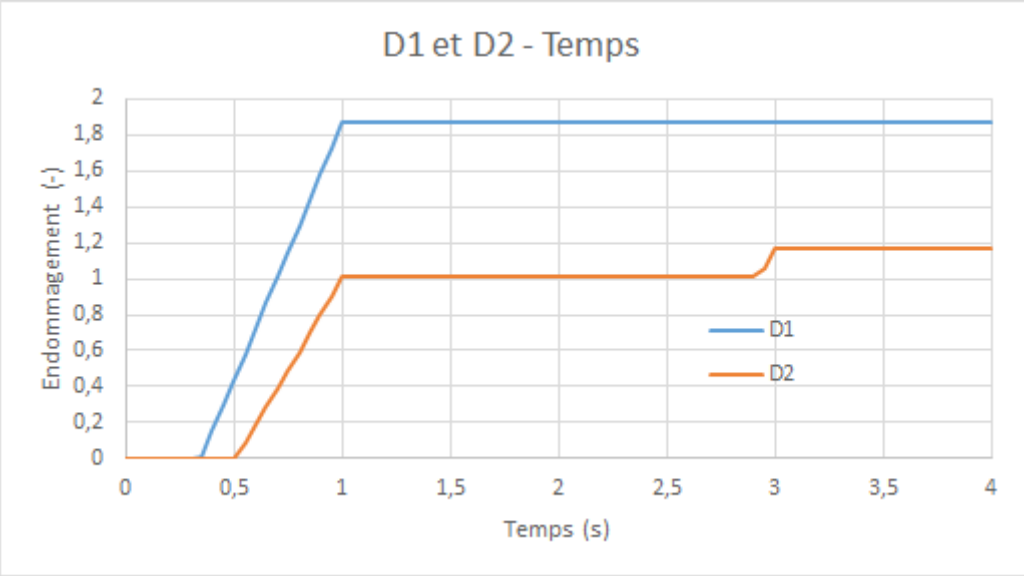

**Diagrammes comparés rotation $DRX$ (dû à l'effet de Poisson) pour le chargement $fl$ :**






Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

**Diagrammes de l'évolution de l'endommagement du modèle GLRC_DM ($d_1$ pour la face supérieure et $d_2$ pour la face inférieure) en fonction du temps :**






Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

## 5.4 Grandeurs testées et résultats : deuxième chargement (membrane deux fois plus rapide que flexion)

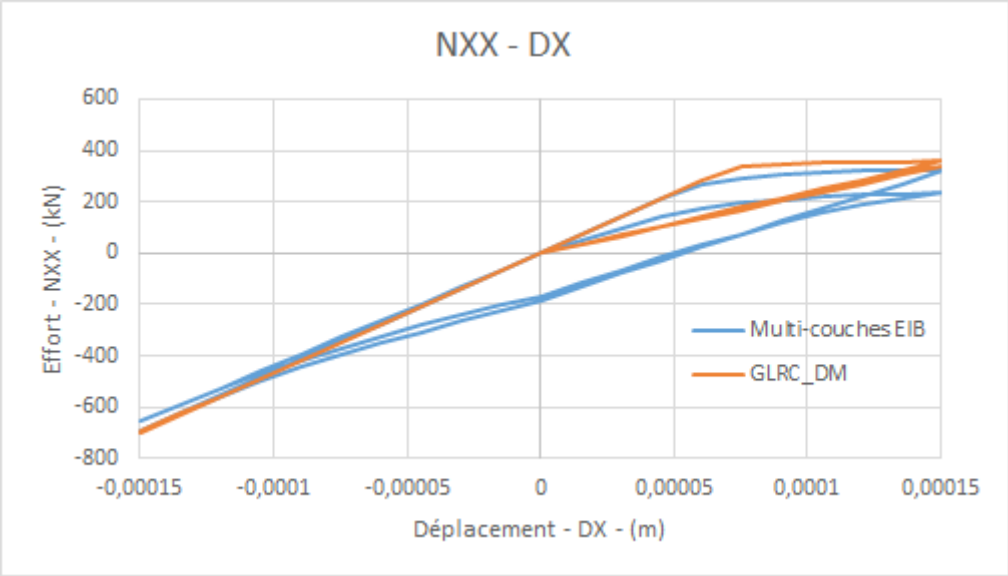
On compare les forces moyennes selon l'axe $Ox$, les déplacements moyens selon l'axe $Oy$, les moments moyens selon l'axe $Oy$ et les rotations moyennes selon l'axe $Ox$ en $A2-A4$ obtenus par la modélisation multi-couches (référence) et par celle reposant sur le modèle GLRC_DM, en terme de différences relatives; les tolérances sont prises en valeur relative sur ces différences relatives (non-régression) :

| Identification | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance |
|---|---|---|---|
| PHASE ELASTIQUE $t=0,2$ | | | |
| *Différence relative des efforts* $N_{xx}$ | NON_REGRESSION | 0.076636834 | $1\ 10^{-6}$ |
| *Différence relative des déplacements* $DY$ | NON_REGRESSION | 0.04157561 | $1\ 10^{-6}$ |
| PHASE ELASTIQUE $t=0,25$ | | | |
| *Différence relative des moments* $M_{yy}$ | NON_REGRESSION | 0.704009303 | $1\ 10^{-6}$ |
| *Différence relative des rotations* $DRX$ | NON_REGRESSION | 0.598054490 | $1\ 10^{-6}$ |
| PHASE ENDOMMAGEMENT $t=0,5$ | | | |
| *Différence relative des efforts* $N_{xx}$ | NON_REGRESSION | 0.123330386 | $1\ 10^{-6}$ |
| *Différence relative des déplacements* $DY$ | NON_REGRESSION | 0.255062957 | $1\ 10^{-6}$ |
| PHASE ENDOMMAGEMENT $t=1,0$ | | | |
| *Différence relative des moments* $M_{yy}$ | NON_REGRESSION | -0.07043058 | $1\ 10^{-6}$ |
| *Différence relative des rotations* $DRX$ | NON_REGRESSION | 0.469177765 | $1\ 10^{-6}$ |
| PHASE DECHARGEMENT $t=1,5$ | | | |
| *Différence relative des efforts* $N_{xx}$ | NON_REGRESSION | 0.011450607 | $1\ 10^{-6}$ |
| *Différence relative des déplacements* $DY$ | NON_REGRESSION | 0.341544237 | $1\ 10^{-6}$ |
| *Différence relative des moments* $M_{yy}$ | NON_REGRESSION | -0.40261933 | $1\ 10^{-6}$ |
| *Différence relative des rotations* $DRX$ | NON_REGRESSION | 0.418428062 | $1\ 10^{-6}$ |
| PHASE ELASTIQUE $t=2,25$ | | | |
| *Différence relative des moments* $M_{yy}$ | NON_REGRESSION | -0.20854202 | $1\ 10^{-6}$ |
| *Différence relative des rotations* $DRX$ | NON_REGRESSION | 0.194832056 | $1\ 10^{-6}$ |
| PHASE ELASTIQUE $t=2,5$ | | | |
| *Différence relative des efforts* $N_{xx}$ | NON_REGRESSION | 0.444039545 | $1\ 10^{-6}$ |
| *Différence relative des déplacements* $DY$ | NON_REGRESSION | 0.621203835 | $1\ 10^{-6}$ |
| PHASE RECHARGEMENT $t=3,0$ | | | |
| *Différence relative des moments* $M_{yy}$ | NON_REGRESSION | -0.01497317 | $1\ 10^{-6}$ |
| *Différence relative des rotations* $DRX$ | NON_REGRESSION | 0.363498924 | $1\ 10^{-6}$ |
| PHASE DECHARGEMENT $t=3,5$ | | | |
| *Différence relative des efforts* $N_{xx}$ | NON_REGRESSION | 0.058363999 | $1\ 10^{-6}$ |
| *Différence relative des déplacements* $DY$ | NON_REGRESSION | 0.178663987 | $1\ 10^{-6}$ |
| *Différence relative des moments* $M_{yy}$ | NON_REGRESSION | -0.33210745 | $1\ 10^{-6}$ |
| *Différence relative des rotations* $DRX$ | NON_REGRESSION | -0.23297047 | $1\ 10^{-6}$ |

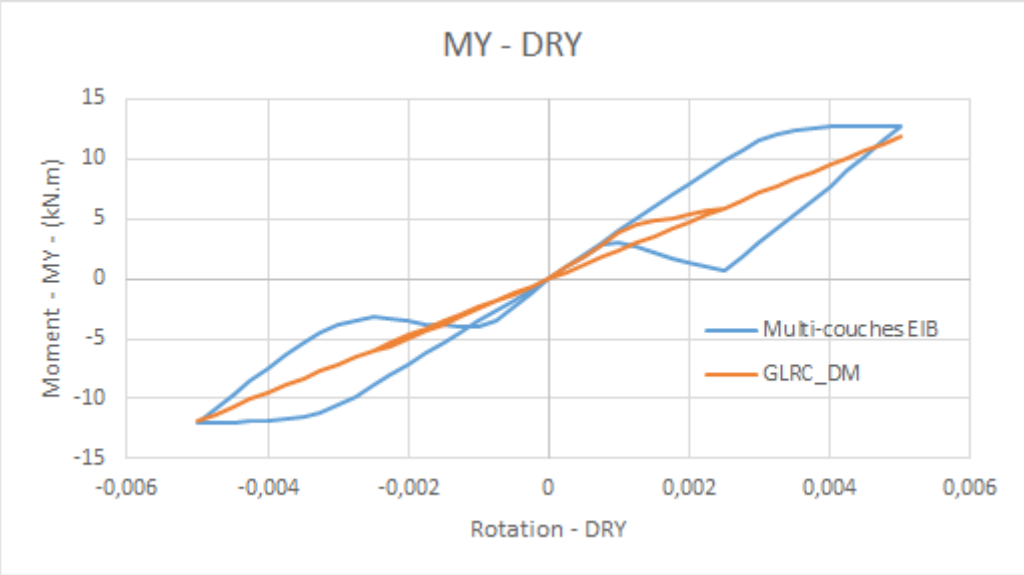


Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

**Diagrammes comparés de la force $FX$ (efforts $N_{xx}$) – en fonction du déplacement $DX$ imposé pour le chargement $f2$ :**



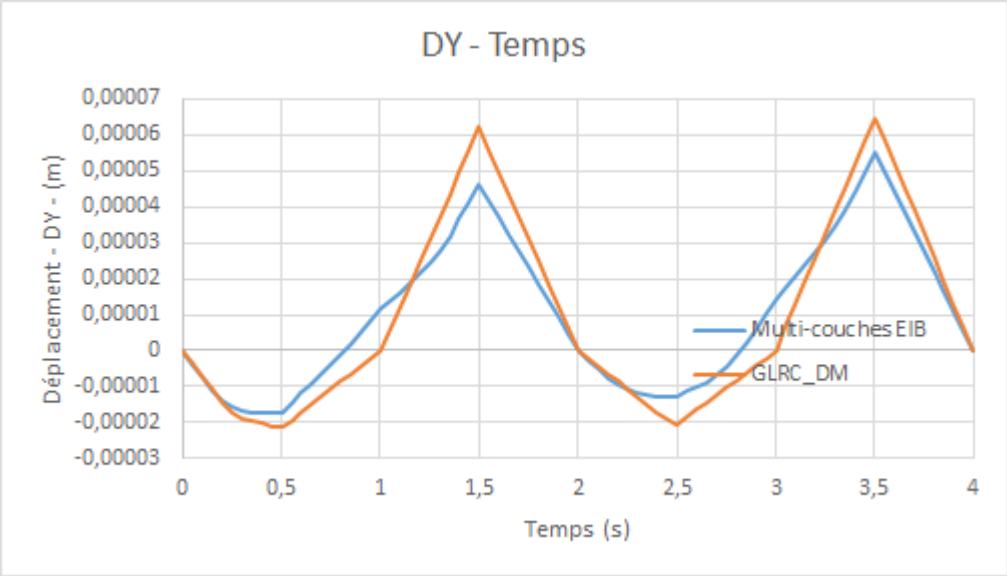

**Diagrammes comparés moment $M_{yy}$ en fonction de la rotation $DRY$ imposée pour le chargement $f2$ :**



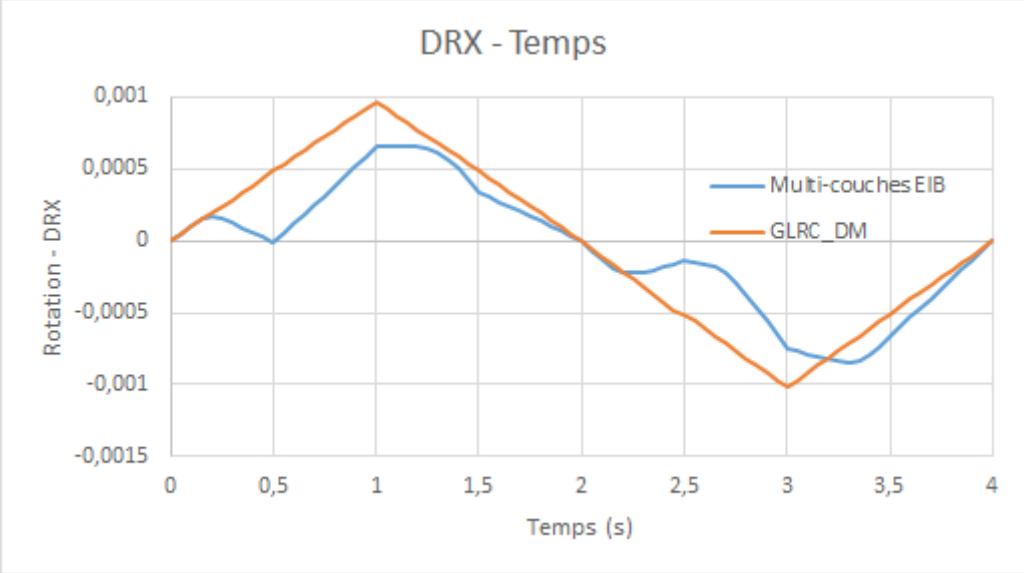



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

**Diagrammes comparés déplacement $DY$ (dû à l'effet de Poisson) pour le chargement $f2$ :**



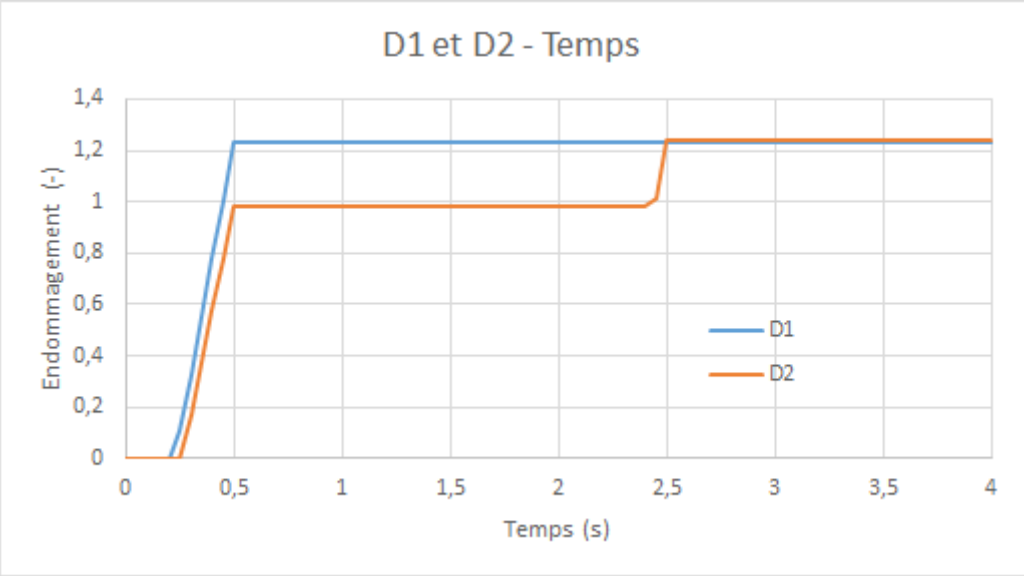

**Diagrammes comparés rotation $DRX$ (dû à l'effet de Poisson) pour le chargement $f2$ :**






Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

**Diagrammes de l'évolution de l'endommagement du modèle GLRC_DM ($d_1$ pour la face supérieure et $d_2$ pour la face inférieure) en fonction du temps :**




**Remarques**

Ces résultats sont obtenus en utilisant les paramètres matériau qui ont été identifiés à partir des tests *A* (pour les paramètres de membrane) et *B* (pour les paramètres de flexion). Bien que les résultats du modèle GLRC_DM en traction – compression pure et en flexion pure soient très satisfaisants par rapport au calcul de référence multicouche, l'erreur du modèle GLRC_DM en couplage de membrane – flexion dans la phase non-linéaire est notable. On constate que la réponse en phase élastique est juste et que la différence est due au critère d'apparition de l'endommagement. Par référence aux courbes, on constate qu'en couplage de membrane – flexion, les seuils d'endommagement ( $N_D$ et $M_D$ ) déjà identifiés à partir des tests traction-compression pure et la flexion pure, donnent une surestimation en cas de couplage flexion-membrane par rapport à la solution de référence. Cela engendre une erreur notable dans les phases suivantes.

On propose d'abaisser les valeurs de $N_D$ et $M_D$ de 10% afin de diminuer cette erreur-là. (cf. [R7.01.32] modèle GLRC_DM , § 3.2.1).



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

## 5.5 Grandeurs testées et résultats : chargement élastique

Dans cette modélisation, on vérifie que les résultats obtenus pour un chargement élastique sont identiques pour :

1. un calcul MECA_STATIQUE avec une loi ELAS_GLRC
2. un calcul STAT_NON_LINE avec une loi ELAS_GLRC
3. un calcul STAT_NON_LINE avec une loi GLRC_DM

On compare les efforts membranaires suivant x et les moments de flexion suivant x à l'instant $t=1\,s$ pour le point situé en $x=0{,}83333\,m$ et en $y=0{,}9166667\,m$.

| Identification | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance |
|---|---|---|---|
| $N_{xx}$ pour le calcul 1 | NON_REGRESSION | 7.14 $10^5$ | 1 $10^{-6}$ |
| $N_{xx}$ pour le calcul 2 | NON_REGRESSION | 7.14 $10^5$ | 1 $10^{-6}$ |
| $N_{xx}$ pour le calcul 3 | NON_REGRESSION | 7.14 $10^5$ | 1 $10^{-6}$ |
| $M_{xx}$ pour le calcul 1 | NON_REGRESSION | 1.93 $10^4$ | 1 $10^{-6}$ |
| $M_{xx}$ pour le calcul 2 | NON_REGRESSION | 1.93 $10^4$ | 1 $10^{-6}$ |
| $M_{xx}$ pour le calcul 3 | NON_REGRESSION | 1.93 $10^4$ | 1 $10^{-6}$ |

On fait de même pour tester ELAS_DHRC. On vérifie que les trois calculs donnent les mêmes résultats :

1. un calcul MECA_STATIQUE avec une loi ELAS_DHRC
2. un calcul STAT_NON_LINE avec une loi ELAS_DHRC
3. un calcul STAT_NON_LINE avec une loi DHRC

On compare les efforts membranaires suivant $x$ et les moments de flexion suivant $x$ à l'instant $t=1\,s$ pour le point situé en $x=0{,}83333\,m$ et en $y=0{,}9166667\,m$.

| Identification | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance |
|---|---|---|---|
| $N_{xx}$ pour le calcul 1 | NON_REGRESSION | 7.10 $10^5$ | 1 $10^{-6}$ |
| $N_{xx}$ pour le calcul 2 | NON_REGRESSION | 7.10 $10^5$ | 1 $10^{-6}$ |
| $N_{xx}$ pour le calcul 3 | NON_REGRESSION | 7.10 $10^5$ | 1 $10^{-6}$ |
| $M_{xx}$ pour le calcul 1 | NON_REGRESSION | 1.82 $10^4$ | 1 $10^{-6}$ |
| $M_{xx}$ pour le calcul 2 | NON_REGRESSION | 1.82 $10^4$ | 1 $10^{-6}$ |
| $M_{xx}$ pour le calcul 3 | NON_REGRESSION | 1.82 $10^4$ | 1 $10^{-6}$ |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 6 Modélisation D

## 6.1 Caractéristiques de la modélisation

Distorsion et cisaillement pur dans le plan.

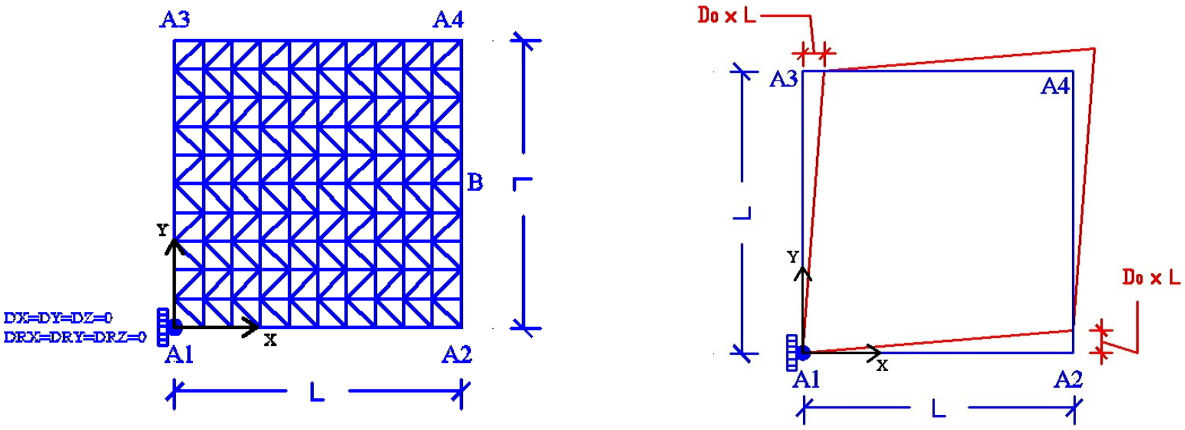



**Figure 6.1-a: Maillage et conditions aux limites.**

Modélisation : DKTG. $L=1.0\,m$.

Conditions aux limites (voir figure ci-dessus à droite) de telle sorte que la plaque soit soumise à une distorsion pure : $\varepsilon_{xy}$ doit être constant ou à un cisaillement pur : on applique des efforts. Par conséquent, on applique le champ de déplacement suivant sur les bords de la plaque pour la distorsion :

$$\begin{cases} u_x = D_0 \cdot y \\ u_y = D_0 \cdot x \end{cases} \Rightarrow \varepsilon = \frac{1}{2}\left(u_{x,y} + u_{y,x}\right) = D_0$$

Donc :

•on impose un encastrement en $A_1$ ,

• $u_x = D_0 \cdot y$ , $u_y = 0$ sur l'arête $A_1 - A_3$ , $u_x = 0$ , $u_y = D_0 \cdot x$ sur l'arête $A_1 - A_2$ ,

• $u_x = D_0 \cdot y$ , $u_y = D_0 \cdot L$ sur l'arête $A_2 - A_4$ , $u_x = D_0 \cdot L$ , $u_y = D_0 \cdot x$ sur l'arête $A_3 - A_4$ ,

où $D_0 = 3.3\,10^{-4}$ et $f(t)$ représentent l'amplitude du chargement cyclique en fonction du paramètre (de pseudo-temps) $t$ , définie comme :

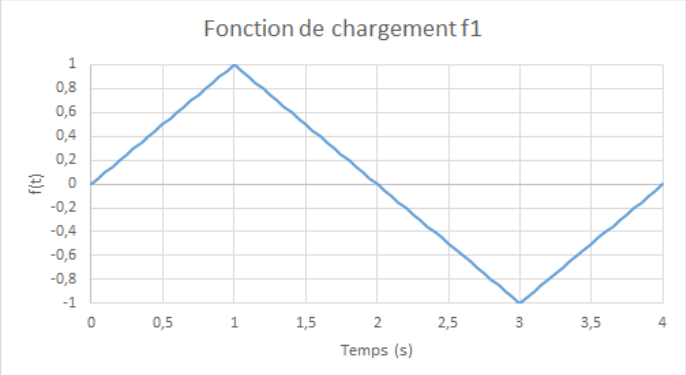



**Figure 6.1-b: fonction de chargement**

Incrément d'intégration : $0.05\,s$ .



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Pour le cisaillement, on applique les efforts suivants :

- on impose $F_y = D_0$ sur $A_2 A_4$ ,
- on impose $F_x = D_0$ sur $A_4 A_3$ ,
- on impose $F_y = -D_0$ sur $A_3 A_1$ ,
- on impose $F_x = -D_0$ sur $A_1 A_2$ ,

## 6.2 Caractéristiques du maillage

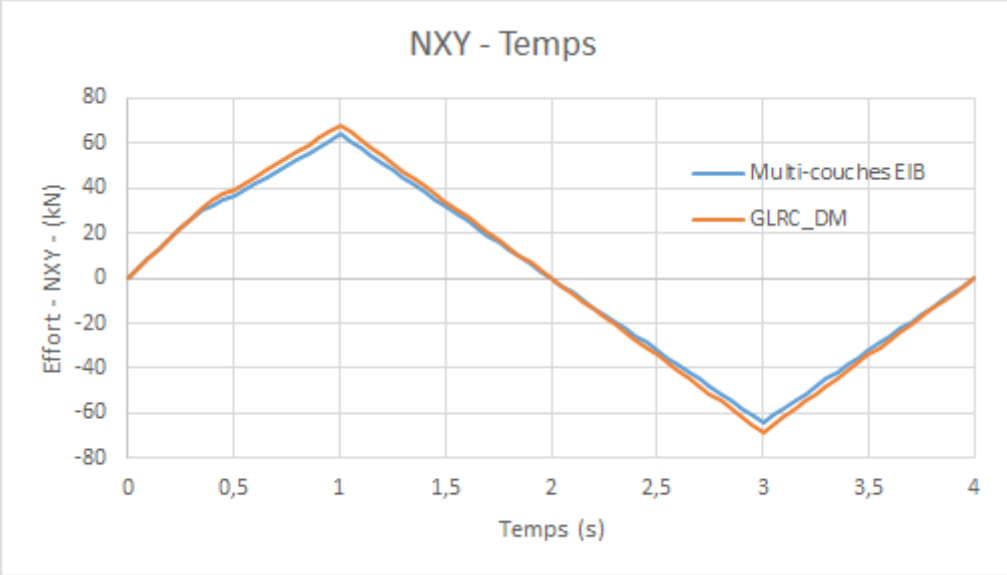
Nœuds : 121.
Mailles : 200 TRIA3 ; 40 SEG2.

## 6.3 Grandeurs testées et résultats

Pour la distorsion, on compare l'effort tranchant $N_{xy}$ en $B$ obtenu par les deux modélisations ; les tolérances sont prises en valeur absolue sur ces différences relatives :

| Identification | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance |
|---|---|---|---|
| DIST. POS. - PHASE CHAR. ELAS. $t=0,25$ | | | |
| *Différence relative des efforts* $N_{xy}$ | AUTRE_ASTER | 0 | $5\ 10^{-2}$ |
| DIST. POS. - PHASE CHAR.ENDO. $t=1,0$ | | | |
| *Différence relative des efforts* $N_{xy}$ | AUTRE_ASTER | 0 | $7\ 10^{-2}$ |
| DIST. POS. - PHASE DECHAR. ELAS. $t=1,5$ | | | |
| *Différence relative des efforts* $N_{xy}$ | AUTRE_ASTER | 0 | $7\ 10^{-2}$ |
| DIST. NEG. - PHASE CHAR. ELAS. $t=3,0$ | | | |
| *Différence relative des efforts* $N_{xy}$ | AUTRE_ASTER | 0 | $7\ 10^{-2}$ |
| DIST. NEG. - PHASE DECHAR. ELAS. $t=3,5$ | | | |
| *Différence relative des efforts* $N_{xy}$ | AUTRE_ASTER | 0 | $7\ 10^{-2}$ |

**Diagramme effort tranchant $N_{xy}$ (dans le plan) en fonction du temps :**






Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

**Diagramme effort tranchant $N_{xy}$ (dans le plan) en fonction de $D_0$ imposé :**

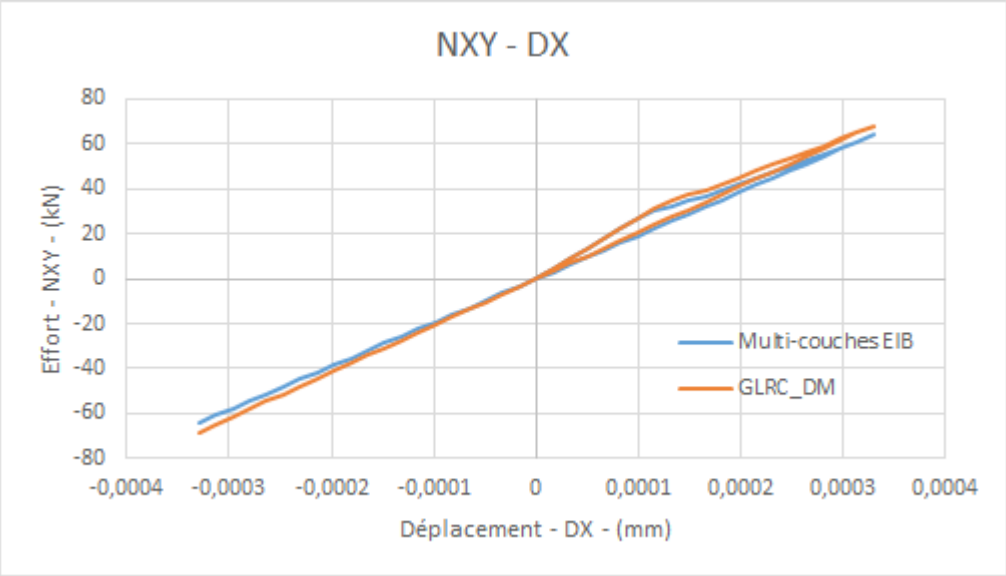
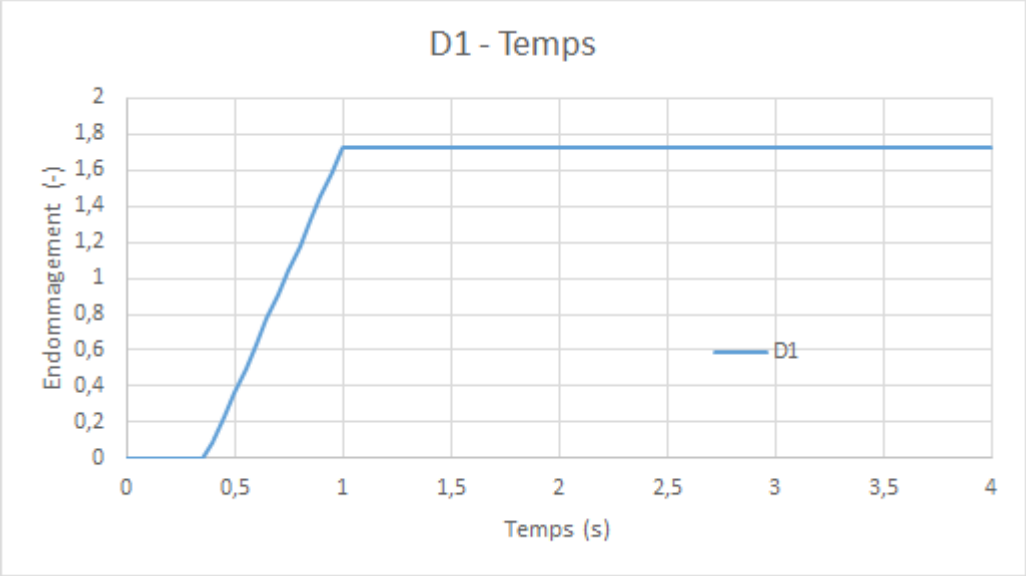



**Diagramme de l'évolution de l'endommagement du modèle GLRC_DM ( $d_1 = d_2$ ) en fonction du temps :**




**Pour le cisaillement, on fait des tests de non régression sur les déformations de cisaillement $\varepsilon_{xy}$ en $B$ :**

| Identification | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance |
|---|---|---|---|
| CIS. POS. - PHASE CHAR. ELAS. $t=0,1$ | | | |
| *Déformations de cisaillement* $\varepsilon_{xy}$ | NON_REGRESSION | $3,013\ 10^{-15}$ | $1\ 10^{-6}$ |
| CIS. POS. - PHASE CHAR. ENDO. $t=0,8$ | | | |
| *Déformations de cisaillement* $\varepsilon_{xy}$ | NON_REGRESSION | $2,410\ 10^{-14}$ | $7\ 10^{-2}$ |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

## 6.4 Remarques

Afin d'avoir un meilleur accord entre le modèle GLRC_DM et la référence (modèle multicouche) en distorsion pure, il a été nécessaire de modifier le module de Young de $E=35620\ MPa$ à $E=42500\ MPa$ par rapport aux modélisations A,B,C, sachant qu'en distorsion pure les aciers ne sont pas chargés.

On vérifie que l'effort tranchant obtenu avec *Code_Aster* à l'instant $t=0{,}37427\ s$, juste à apparition du premier endommagement produit la valeur théorique élastique :

$$N_{xy}^{D} = 2\frac{\sqrt{2\mu_m k_0}}{\sqrt{2-\gamma_{mc}-\gamma_{mt}}} = \frac{N_D}{1+\nu_m}\cdot\sqrt{\frac{(1-\nu_m)(1+2\nu_m)(1-\gamma_{mt})+\nu_m^2(1-\gamma_{mc})}{2-\gamma_{mc}-\gamma_{mt}}}$$

soit : $N_{xy}^{D}=331128\ \ N/m$.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 7 Modélisation E

## 7.1 Caractéristiques de la modélisation

Couplage flexion - cisaillement dans le plan.

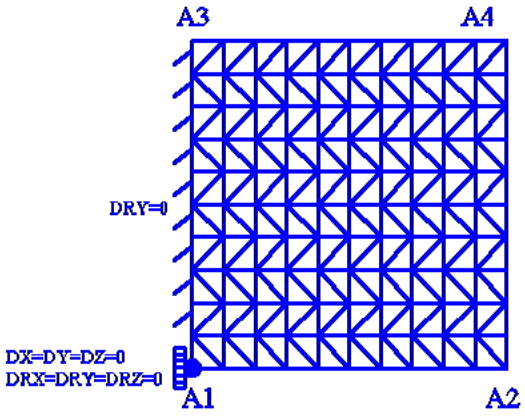



**Figure 7.1-a: maillage**

Modélisation : DKTG. $L=1.0\,m$.
Conditions aux limites (voir figure ci-dessous) :

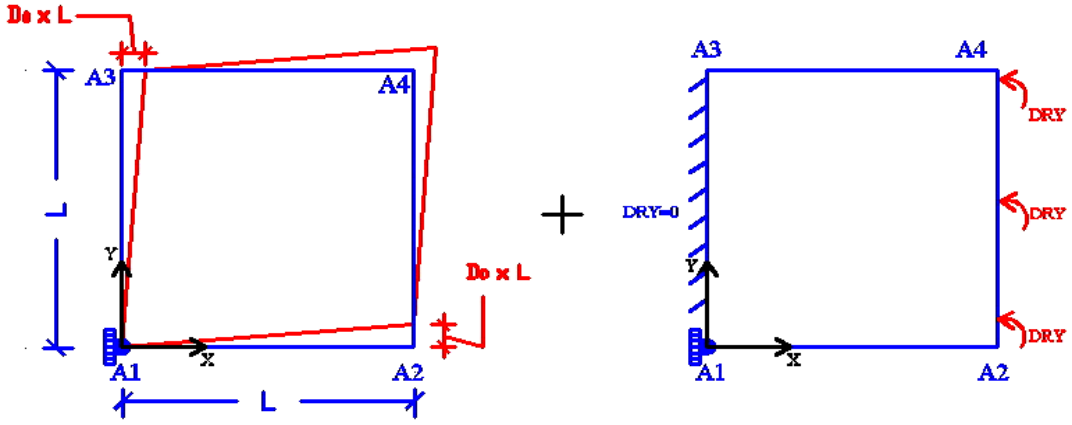
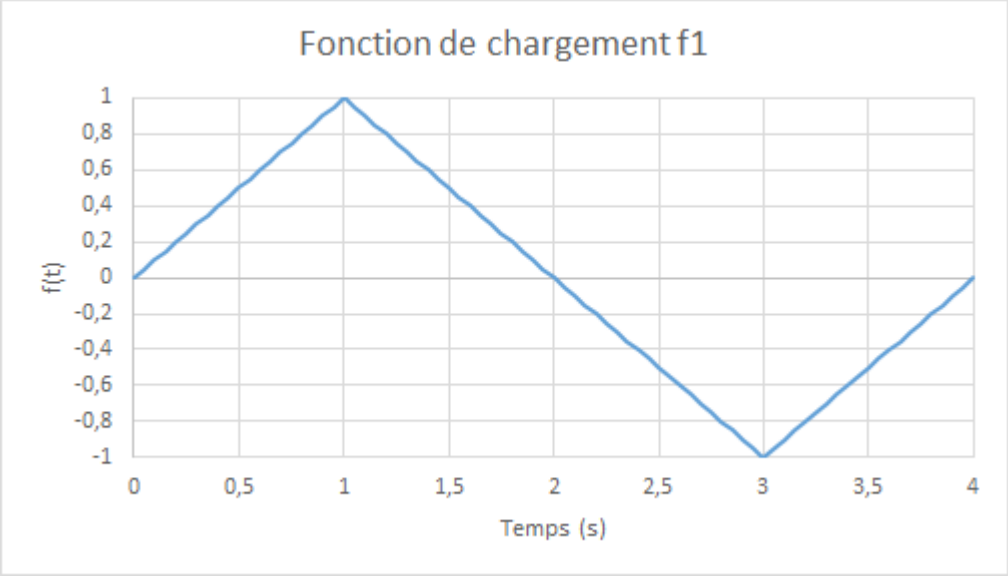



**Figure 7.1-b: Conditions aux limites**

- on impose un encastrement en $A_1$ , et
- $u_x=D_0\cdot y$ , $u_y=0$ sur l'arête $A_1-A_3$ , $u_x=0$ , $u_y=D_0\cdot x$ et $DRY=0.0$ sur l'arête $A_1-A_2$
- $u_x=D_0\cdot y$ , $u_y=D_0\cdot L$ et DRY = $R_0\times f(t)$ sur l'arête $A_2-A_4$ , $u_x=D_0\cdot L$ , $u_y=D_0\cdot x$ sur l'arête $A_3-A_4$ ,

où $D_0=1.110^{-4}\cdot f(t)$ , $R_0=6.010^{-3}$ et $f(t)$ représentent l'amplitude du chargement cyclique en fonction du paramètre (de pseudo-temps) $t$ , définie comme :


Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)




## 7.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 121.
Nombre de mailles : 200 TRIA3 ; 40 SEG2.

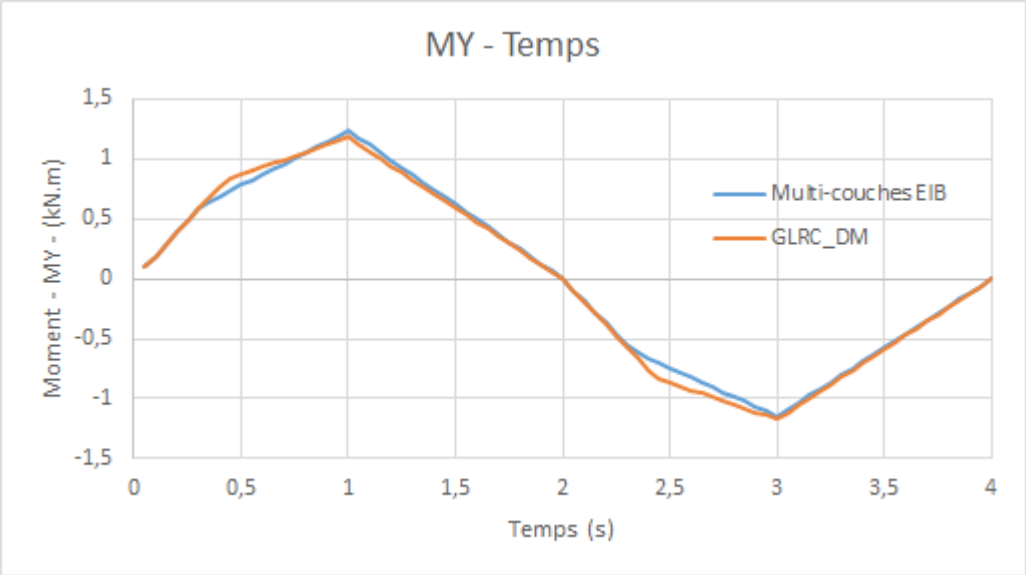
## 7.3 Grandeurs testées et résultats

On évalue par des tests de non-régression à divers instants les résultats obtenus par la modélisation GLRC_DM :

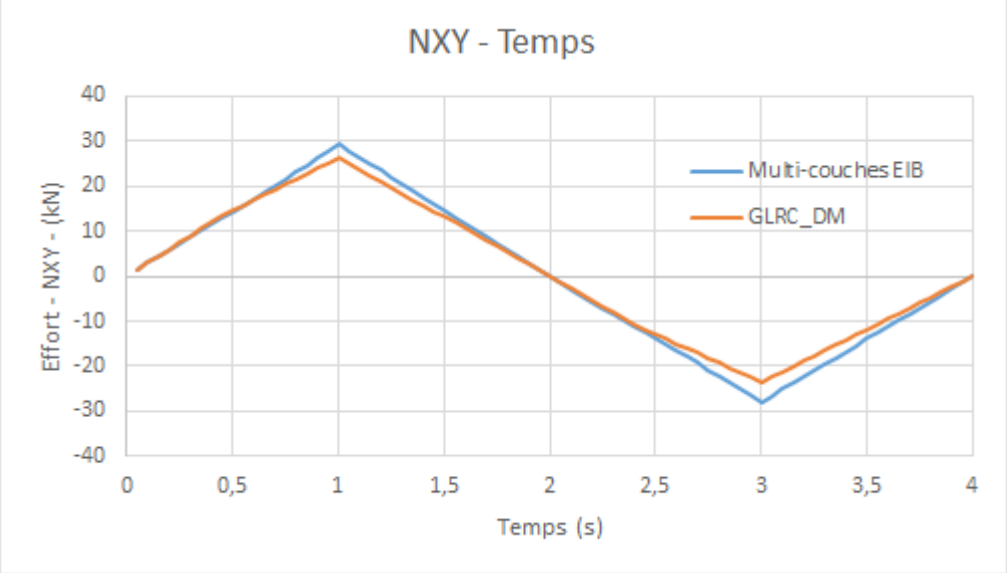
| Identification | Type de référence | Valeurs de référence | tolérance |
|---|---|---|---|
| À t=1,0 | | | |
| *Déplacement* $DX$ *en* $A2$ | NON_REGRESSION | 0 | $1\ 10^{-6}$ |
| *Déplacement* $DZ$ *en* $A2$ | NON_REGRESSION | $-3.0\ 10^{-3}$ | $1\ 10^{-4}$ |
| *Effort* $N_{yy}$ *en* $A2$ | NON_REGRESSION | 15058.8134864 | $1\ 10^{-4}$ |
| Variable d'endommagement $d1$ en $A1$ | NON_REGRESSION | 1.178108 | $1\ 10^{-4}$ |
| Variable d'endommagement $d2$ en $A1$ | NON_REGRESSION | 0.0 | $1\ 10^{-4}$ |
| À $t=2,8$ | | | |
| *Déplacement* $DX$ *en* $A4$ | NON_REGRESSION | $-8.8\ 10^{-5}$ | $1\ 10^{-4}$ |
| *Déplacement* $DZ$ *en* $A4$ | NON_REGRESSION | $1.9504378\ 10^{-3}$ | $1\ 10^{-4}$ |
| *Effort* $N_{yy}$ *en* $A4$ | NON_REGRESSION | -12047.0496585 | $1\ 10^{-4}$ |
| Variable d'endommagement $d1$ en $A1$ | NON_REGRESSION | 1.178108 | $1\ 10^{-4}$ |
| Variable d'endommagement $d2$ en $A1$ | NON_REGRESSION | 0.75196363 | $1\ 10^{-4}$ |
| À $t=3,0$ | | | |
| Variable d'endommagement $d1$ en $A1$ | NON_REGRESSION | 1.178108 | $1\ 10^{-4}$ |
| Variable d'endommagement $d2$ en $A1$ | NON_REGRESSION | 1.162571 | $1\ 10^{-4}$ |


Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

**Diagrammes comparés modèle multicouche-modèle GLRC_DM moment fléchissant $M_{yy}$ en fonction du temps :**



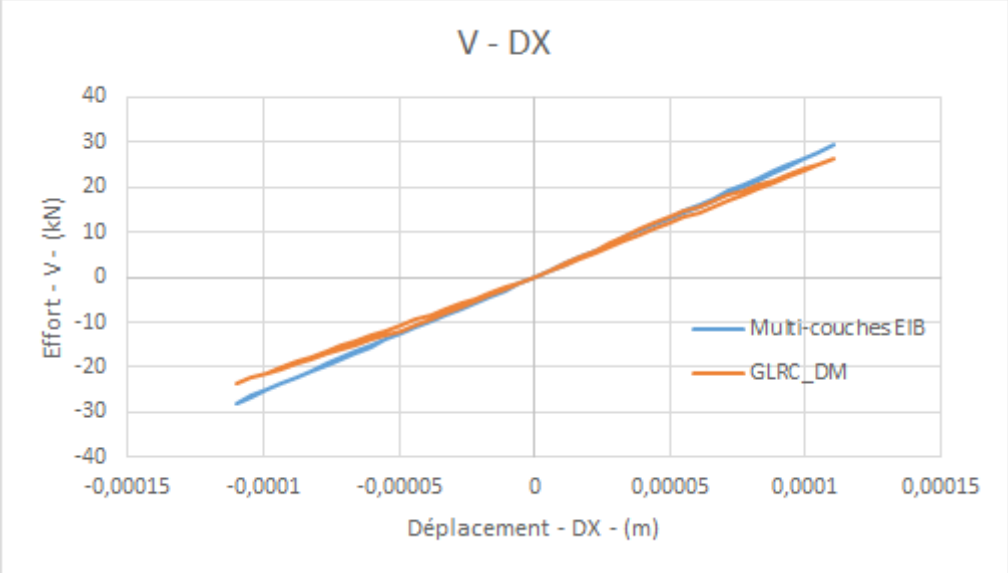

**Diagrammes comparés modèle multicouche-modèle GLRC_DM effort tranchant $N_{xy}$ en fonction du temps :**



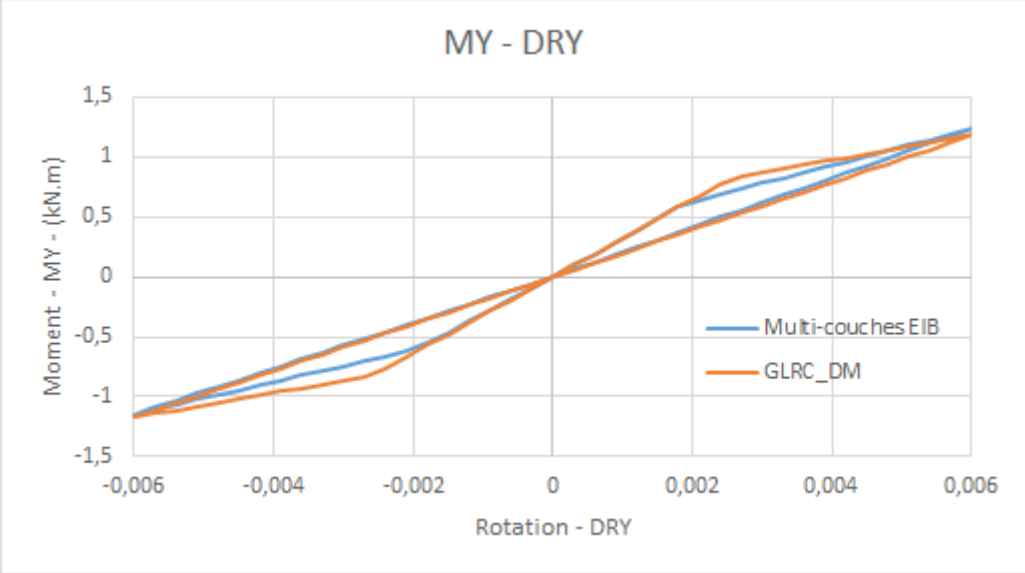



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

**Diagrammes comparés modèle multicouche-modèle GLRC_DM de l'effort tranchant moment fléchissant $N_{xy}$ en fonction de la distorsion :**



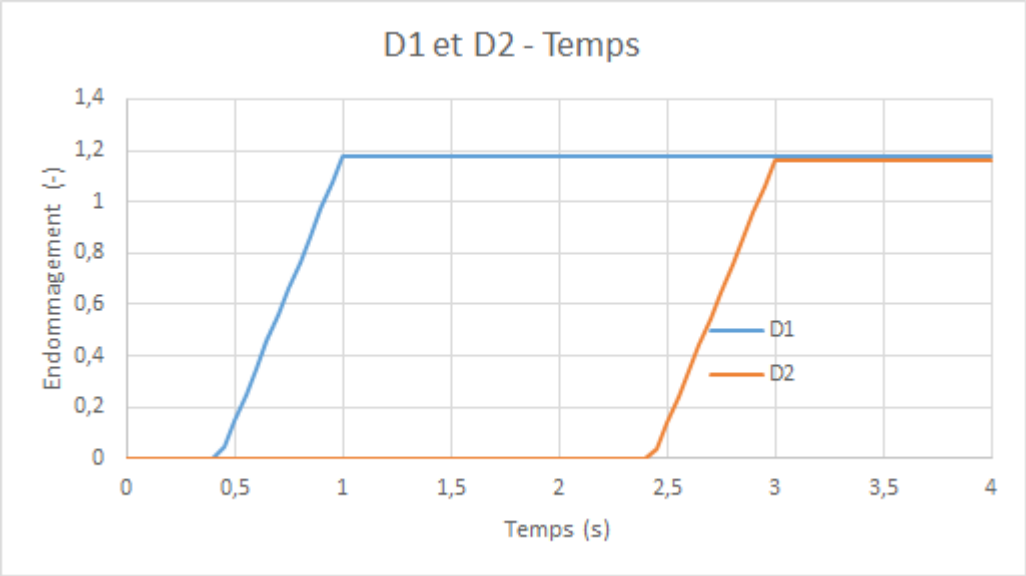

**Diagrammes comparés modèle multicouche-modèle GLRC_DM du moment fléchissant $M_{yy}$ en fonction de la rotation :**






Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

**Diagramme de l'évolution de l'endommagement du modèle GLRC_DM ( $d_1, d_2$ ) en fonction du temps :**




On vérifie, cf. [R7.01.32], qu'avec les données du cas-test, on a : $k_0 = 9{,}81138260345866 \quad J/m^2$ , d'où les densités surfaciques d'énergie dissipée :

| Instant | $d_1$ | $d_2$ | énergie dissipée $J/m^2$ |
|---|---|---|---|
| $t = 2{,}0\ s$ | 1,1781 | 0,0 | 11,5589 |
| $t = 4{,}0\ s$ | 1,1781 | 1,1626 | 22,9653 |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 8 Modélisation F

Traction – compression pure comportement élastoplastique endommageable ( GLRC_DM + Von Mises).
Dans ce test, on s'intéresse au comportement élastoplastique. On peut insérer un comportement plastique à la réponse du modèle GLRC_DM via un "kit" qui permet de mettre en série le modèle GLRC_DM avec un modèle plastique de Von Mises classique. Ce kit consiste à imposer le même tenseur des contraintes aux deux modèles et à cumuler les deux tenseurs des déformations.

## 8.1 Caractéristiques de la modélisation

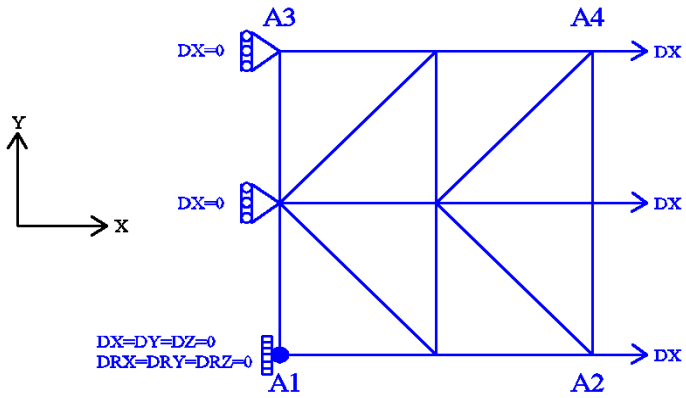



**Figure 8.1-a: maillage et conditions aux limites**

Modélisation : DKTG. $L=1.0\,m$.
Conditions aux limites :

- Encastrement en $A_1$ ;
- $DX=0.0$ sur l'arête $A_1-A_3$ ;
- $DX=U_0\times f(t)$ sur l'arête $A_2-A_4$ ;

où $U_0=3.0\times10^{-3}\,m$ et $f(t)$ représentent l'amplitude du chargement cyclique en fonction du paramètre (de pseudo-temps) $t$ comme suit :

Incrément d'intégration : $8{,}50\times10^{-3}\,s$ .

## 8.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 9.
Nombre de mailles : 8 TRIA3 ; 8 SEG2.


Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

## 8.3 Grandeurs testées et résultats

| Identification | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance |
|---|---|---|---|
| À $t=0,017$ traction - phase élastique | | | |
| *Déplacement $DY$ en $A4$* | NON_REGRESSION | 1.44237 $10^{-2}$ | 1 $10^{-4}$ |
| *Effort membranaire $N_{xx}$ en $A4$* | AUTRE_ASTER | 0 | 5 $10^{-3}$ |
| À $t=0,085$ traction - phase endommagement | | | |
| *Déplacement $DY$ en $A4$* | NON_REGRESSION | -4.84715 $10^{-1}$ | 1 $10^{-4}$ |
| *Effort membranaire $N_{xx}$ en $A4$* | NON_REGRESSION | -3.460140 $10^{-3}$ | 1 $10^{-4}$ |
| À $t=0,085$ traction - phase plasticité + endommagement | | | |
| *Effort membranaire $N_{xx}$ en $A4$* | NON_REGRESSION | -0.069405040 | 1 $10^{-4}$ |
| À $t=2,04$ traction - phase décharge | | | |
| *Effort membranaire $N_{xx}$ en $A4$* | NON_REGRESSION | -1.11050 $10^{+5}$ | 1 $10^{-4}$ |
| À $t=0,017$ traction - phase élastique | | | |
| *Densité d'énergie de déformation totale dans la dalle en $A2$* | NON_REGRESSION | 4.642785 | 1 $10^{-5}$ |
| *Densité d'énergie de déformation membranaire dans la dalle en $A2$* | NON_REGRESSION | 4.642785 | 1 $10^{-5}$ |
| *Densité d'énergie de déformation totale dans la dalle maille $M1$* | NON_REGRESSION | 4.642785 | 1 $10^{-5}$ |
| *Densité d'énergie de déformation de flexion dans la dalle maille $M1$* | AUTRE_ASTER | 0 | 1 $10^{-13}$ |
| À $t=0,085$ traction - phase endommagement | | | |
| *Densité d'énergie de déformation totale dans la dalle en $A2$* | NON_REGRESSION | 48.15097 | 1.5 $10^{-1}$ |
| *Densité d'énergie de déformation totale dans la dalle maille $M1$* | NON_REGRESSION | 48.15097 | 1.5 $10^{-1}$ |
| *Densité d'énergie de déformation de flexion dans la dalle maille $M1$* | AUTRE_ASTER | 0 | 1 $10^{-13}$ |
| À $t=1,0$ fin de charge | | | |
| *Densité d'énergie de déformation de flexion dans la dalle maille $M1$* | AUTRE_ASTER | 0 | 1 $10^{-13}$ |
| À $t=0,017$ traction - phase élastique | | | |
| *Énergie de déformation dans la dalle* | NON_REGRESSION | 4.642785 | 1 $10^{-5}$ |
| *Travail extérieur* | NON_REGRESSION | 4.642785 | 1 $10^{-5}$ |
| À $t=0,085$ traction - phase endommagement | | | |
| *Énergie de déformation dans la dalle* | NON_REGRESSION | 54.78 | 2 $10^{-2}$ |
| *Travail extérieur* | NON_REGRESSION | 54.78 | 2 $10^{-2}$ |
| À $t=1,0$ fin de charge | | | |
| *Énergie de déformation dans la dalle* | NON_REGRESSION | 817.14 | 2.5 $10^{-3}$ |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 9 Modélisation G

## 9.1 Caractéristiques de la modélisation

Cisaillement pur dans le plan comportement élastoplastique endommageable ( GLRC_DM + Von Mises).

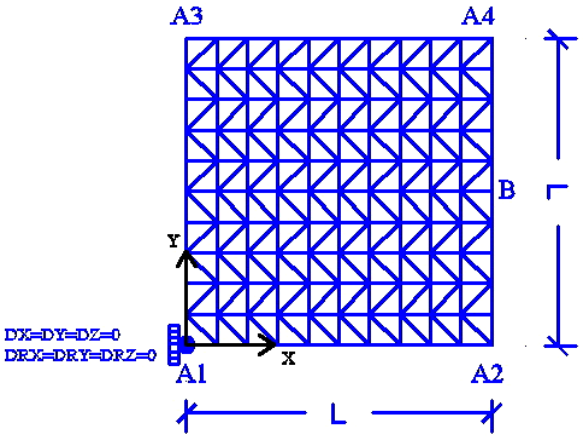



**Figure 9.1-a: maillage**

Modélisation : DKTG. $L=1.0\,m$.
Conditions aux limites (voir figure ci-dessous) :

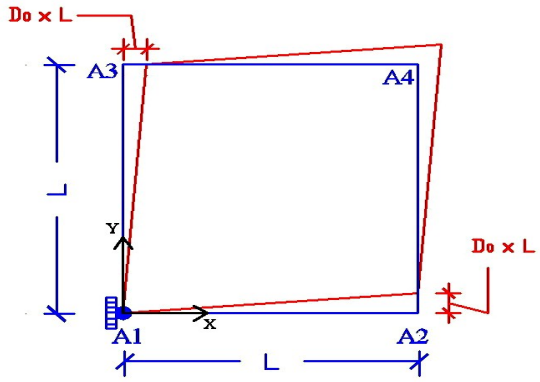
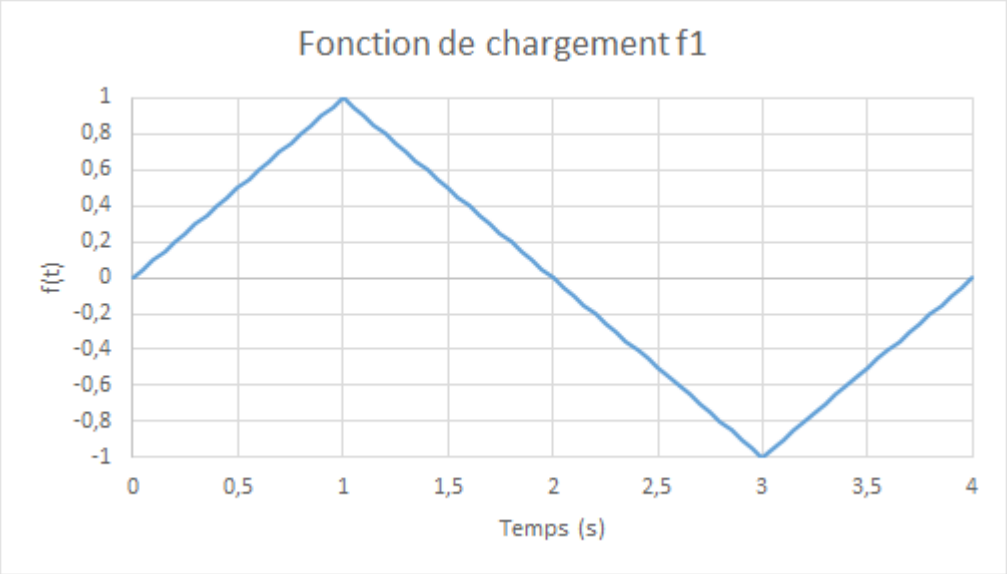



**Figure 9.1-b: conditions aux limites**

- on impose un encastrement en $A_1$ ,
- $u_x=D_0\cdot y$ , $u_y=0$ sur l'arête $A_1-A_3$ , $u_x=0$ , $u_y=D_0\cdot x$ et $DRY=0.0$ sur l'arête $A_1-A_2$ ,
- $u_x=D_0\cdot y$ , $u_y=D_0\cdot L$ et sur l'arête $A_2-A_4$ , $u_x=D_0\cdot L$ , $u_y=D_0\cdot x$ sur l'arête $A_3-A_4$ ,

où $D_0=1.110^{-4}\cdot f(t)$ , et $f(t)$ représentent l'amplitude du chargement cyclique en fonction du paramètre (de pseudo-temps) $t$ , définie comme (incrément d'intégration : $5.0\times10^{-5}$ ) :


Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)




## 9.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 121.
Nombre de mailles : 200 TRIA3 ; 40 SEG2.

## 9.3 Grandeurs testées et résultats

| Identification | Type de référence | Valeurs de référence | tolérance |
|---|---|---|---|
| À $t=0,25$ | | | |
| *Déplacement $DY$ en $A4$* | AUTRE_ASTER | 0 | $2,5\ 10^{-1}$ |
| *Effort membranaire $N_{yy}$ en $A4$* | AUTRE_ASTER | 0 | $5\ 10^{-2}$ |
| À $t=1,0$ | | | |
| *Effort membranaire $N_{yy}$ en $A4$* | NON_REGRESSION | 3353.497694 | $1,0\ 10^{-4}$ |
| À $t=2,0$ | | | |
| *Déplacement $DX$ en $A4$* | NON_REGRESSION | -0.2487559789 | $1,0\ 10^{-4}$ |
| *Effort membranaire $N_{yy}$ en $A4$* | NON_REGRESSION | 0.2670950681 | $1,0\ 10^{-4}$ |
| À $t=2,0$ | | | |
| *Effort membranaire $N_{yy}$ en $A4$* | NON_REGRESSION | -2577.113397 | $1,0\ 10^{-4}$ |
| À $t=3,0$ | | | |
| *Effort membranaire $N_{yy}$ en $A4$* | NON_REGRESSION | 25.02051934 | $1,0\ 10^{-4}$ |


Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 10 Modélisation H

## 10.1 Caractéristiques de la modélisation

Traction – Compression pures.

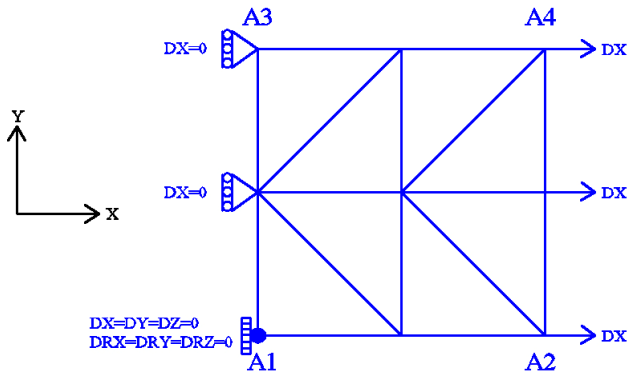



**Figure 10.1-a: maillage et conditions aux limites.**

Modélisation : DKTG
Conditions aux limites :

- Encastrement en $A_1$ ;
- $DX=0.0$ sur l'arête $A_1-A_3$ ;
- $DX=U_0\times f(t)$ sur l'arête $A_2-A_4$ ;

où $U_0=1.0\times10^{-3}m$ et $f(t)$ représentent l'amplitude du chargement cyclique en fonction du paramètre (de pseudo-temps) $t$. Pour bien vérifier le modèle, on considère une fonction de chargement comme suit :

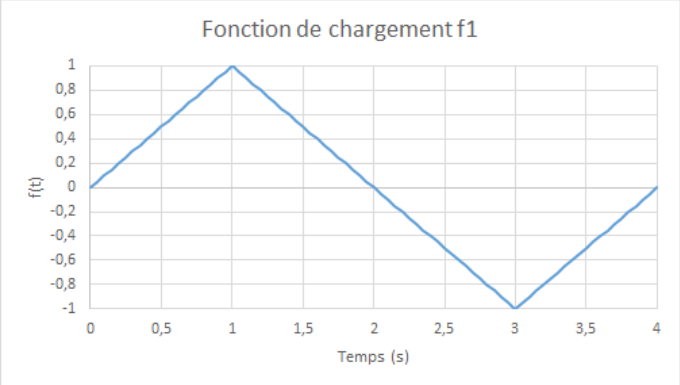



**Figure 10.1-b: fonction de chargement : traction, puis compression**

*Note : la déformation extrémale est : $1.0\times10^{-3}$ , soit environ le tiers de la déformation de passage en plasticité des aciers. Pas de temps d'intégration : $0.025\ s$.*

## 10.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 9.
Nombre de mailles : 8 TRIA3 ; 8 SEG2.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

## 10.3 Modélisation DHRC

Les modélisations correspondant à des niveaux de sollicitations élevés permettent la validation du modèle DHRC. Ce modèle est en effet à même de représenter le glissement relatif entre les barres d'armatures et le béton avoisinant lors de sollicitations d'un niveau conséquent. La modélisation H compare alors les résultats obtenus pour le modèle DHRC avec ceux des modèles GLRC_DM et EIB. Les paramètres choisis pour GLRC_DM sont alors calés en fonction des paramètres identifiés de DHRC.

### 10.3.1 Identification des paramètres

Le modèle DHRC fait appel à un grand nombre de paramètres issus d'une identification automatisée effectuée au préalable du calcul de structure, avec l'outil d'identification [SU1.10.01]. Cette identification repose sur un volume élémentaire représentatif périodique représentant une section de la plaque en béton armé, en se calant sur la périodicité de la grille d'armatures.

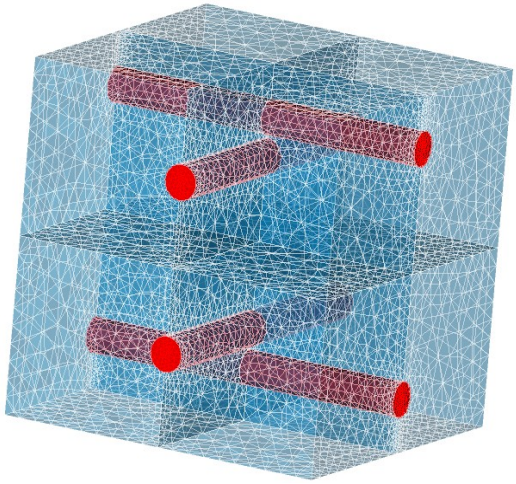


**Figure 10.3-a: maillage de la section de plaque pour l'identification des paramètres de DHRC**

Le maillage présenté à la Figure 10.3-a, obtenu avec l'outil d'identification [SU1.10.01], représente ainsi une section de la plaque étudiée de $10 \times 10 \times 10\, cm^3$ avec des aciers de diamètre $10\, mm$ correspondant à un taux de ferraillage pour chaque nappe d'armature de $8.0 \times 10^{-4}\, m^2/m$.
Les propriétés des matériaux retenues pour l'identification sont résumées dans le tableau ci-dessous :

| $E_a$ , $MPa$ | $\nu_a$ | $E_b$ , $MPa$ | $\nu_b$ | $\alpha_t$ | $\gamma_t$ | $\alpha_c$ | $\gamma_c$ | $\sigma_d$ , $MPa$ | $\tau_{crit}$ , $MPa$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 200 000 | 0,2 | 32 308 | 0,2 | 1 | -0,04 | 1,9 | 0,8 | 1,7 | 1,6 |

### 10.3.2 Caractéristiques de la modélisation

Mis à part les paramètres, la modélisation avec le modèle DHRC repose sur le même maillage et les mêmes caractéristiques que celle avec le modèle GLRC_DM.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

## 10.4 Valeurs testées et résultats

On compare les forces de réactions moyennes selon l'axe $Ox$ et les déplacements moyens selon l'axe $Oy$ *en* $A2-A4$ obtenus par la modélisation multi-couches (référence) et par les modélisations reposant sur les modèles GLRC_DM et DHRC, en terme de différences relatives; la tolérance est prise en valeur absolue sur ces différences relatives :

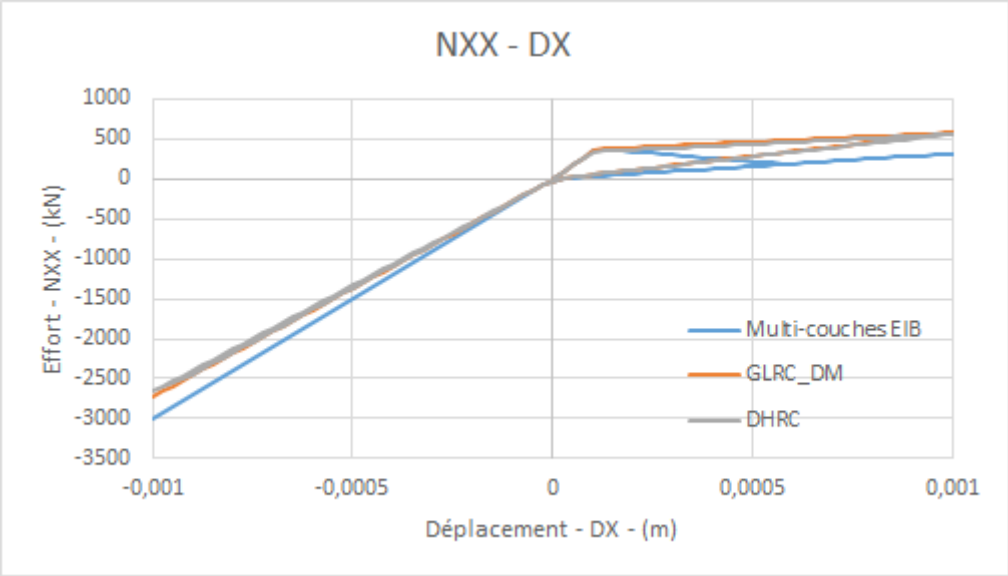
| Identification | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance |
|---|---|---|---|
| **TRACTION - ELASTIQUE** $t=0,25$ | | | |
| *Différence relative* $FX$ *EIB - GLRC_DM* | NON_REGRESSION | 0.26455822871111 | 1 $10^{-6}$ |
| *Différence relative* $DY$ *EIB - GLRC_DM* | NON_REGRESSION | 0.57056458807998 | 1 $10^{-6}$ |
| **TRACTION - ENDOMMAGEMENT** $t=1,0$ | | | |
| *Différence relative* $FX$ *EIB - GLRC_DM* | NON_REGRESSION | 0.81484181214706 | 1 $10^{-6}$ |
| **TRACTION - DECHARGEMENT** $t=1,5$ | | | |
| *Différence relative* $FX$ *EIB - GLRC_DM* | NON_REGRESSION | 0.81484181214706 | 1 $10^{-6}$ |
| **COMPRESSION - CHARGEMENT** $t=2,5$ | | | |
| *Différence relative* $FX$ *EIB - GLRC_DM* | NON_REGRESSION | -0.093933297095696 | 1 $10^{-6}$ |
| **COMPRESSION - DECHARGEMENT** $t=3,5$ | | | |
| *Différence relative* $FX$ *EIB - GLRC_DM* | NON_REGRESSION | -0.093933297003640 | 1 $10^{-6}$ |

| Identification | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance |
|---|---|---|---|
| **TRACTION - ELASTIQUE** $t=0,05$ | | | |
| *Différence relative* $FX$ *DHRC - GLRC_DM* | NON_REGRESSION | -6.60608828608E-08 | 1 $10^{-6}$ |
| *Différence relative* $DY$ *DHRC - GLRC_DM* | NON_REGRESSION | -0.0688279909399 | 1 $10^{-6}$ |
| **TRACTION - ENDOMMAGEMENT** $t=0,25$ | | | |
| *Différence relative* $FX$ *DHRC - GLRC_DM* | NON_REGRESSION | 0.0785537404869 | 1 $10^{-6}$ |
| *Différence relative* $DY$ *DHRC - GLRC_DM* | NON_REGRESSION | -0.398169320815 | 1 $10^{-6}$ |
| **TRACTION - GLISSEMENT** $t=0,8$ | | | |
| *Différence relative* $FX$ *DHRC - GLRC_DM* | NON_REGRESSION | 0.0416150757582 | 1 $10^{-6}$ |
| *Différence relative* $DY$ *DHRC - GLRC_DM* | NON_REGRESSION | -0.680937900911 | 1 $10^{-6}$ |
| **TRACTION - DECHARGEMENT** $t=1,5$ | | | |
| *Différence relative* $FX$ *DHRC - GLRC_DM* | NON_REGRESSION | 0.0287804469267 | 1 $10^{-6}$ |
| *Différence relative* $DY$ *DHRC - GLRC_DM* | NON_REGRESSION | -0.71322832543 | 1 $10^{-6}$ |
| **COMPRESSION - CHARGEMENT** $t=2,5$ | | | |
| *Différence relative* $FX$ *DHRC - GLRC_DM* | NON_REGRESSION | 0.00314213260327 | 1 $10^{-6}$ |
| *Différence relative* $DY$ *DHRC - GLRC_DM* | NON_REGRESSION | -0.322634293852 | 1 $10^{-6}$ |
| **COMPRESSION - DECHARGEMENT** $t=3,5$ | | | |
| *Différence relative* $FX$ *DHRC - GLRC_DM* | NON_REGRESSION | 0.0245224165386 | 1 $10^{-6}$ |
| *Différence relative* $DY$ *DHRC - GLRC_DM* | NON_REGRESSION | -0.355143926407 | 1 $10^{-6}$ |

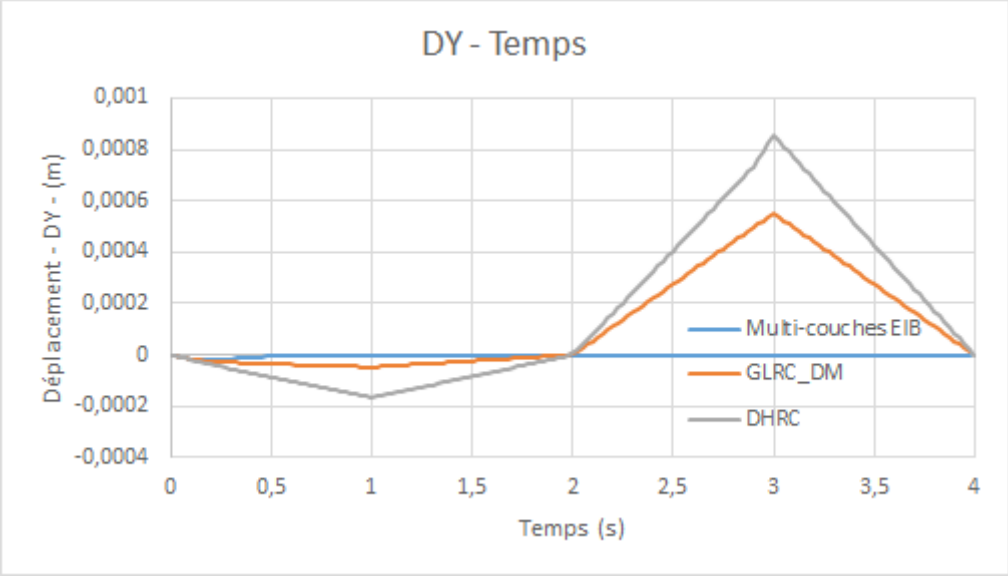


Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

**Diagrammes comparés des efforts $N_{xx}$ – déplacement $DX$ en traction/compression pour le chargement $f$ :**



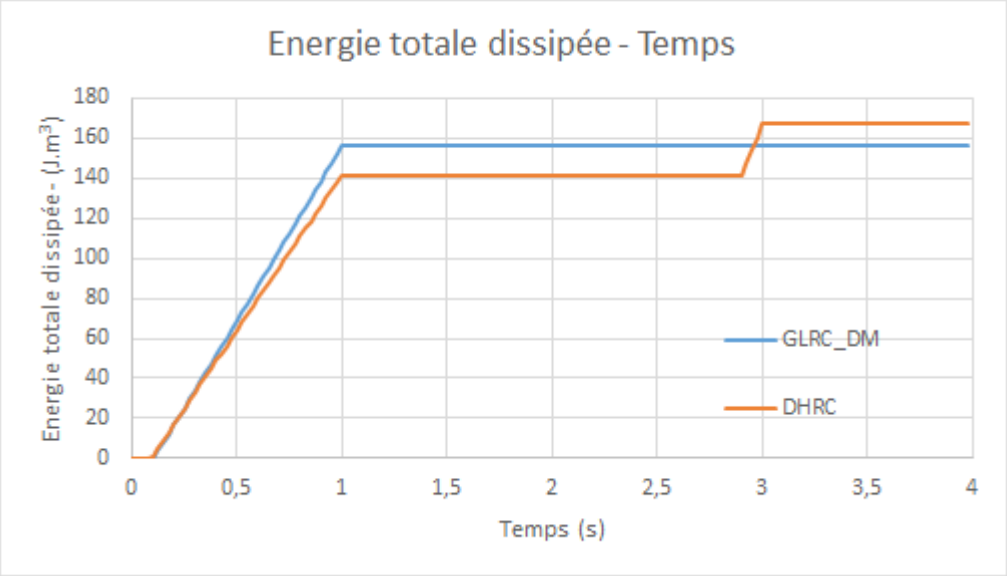

**Diagrammes comparés déplacement $DY$ (dû à l'effet de Poisson) en fonction du temps :**






Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

**Diagrammes de l'évolution de l'énergie totale dissipée par les modèles GLRC_DM et DHRC en fonction du temps :**




## 10.5 Remarques

Le cas test effectué ici vise à tester les modèles GLRC_DM et DHRC sous des sollicitations assez importantes pour qu'apparaisse effectivement la reprise de raideur des aciers sur la référence EIB. Ce cas test reprend le cas test SSNS106A en ajoutant la référence DHRC afin de comparer le modèle global GLRC_DM avec un modèle prenant en compte plus de dissipation d'énergie via la représentation de mécanismes de glissement internes à l'interface acier-béton. On remarque sur la courbe Efforts-déplacements que la réponse donnée par DHRC semble identique à celle de GLRC_DM puisqu'il n'y a pas activation du glissement entre les aciers et le béton.

On remarque d'autre part sur la courbe des déplacements $DY$ dus à l'effet de Poisson, de grandes différences entre les courbes des modèles GLRC_DM et DHRC et la courbe du modèle EIB . Ceci s'explique par le fait que les déplacements $DY$ sont calculés, dans le calcul multi-couches (EIB) sur les couches de béton, or la sollicitation appliquée est telle que le béton arrive à sa limite de résistance en traction aux alentours de l'instant $0.1\,s$ .



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 11 Modélisation I

## 11.1 Caractéristiques de la modélisation

Flexion pure alternée.

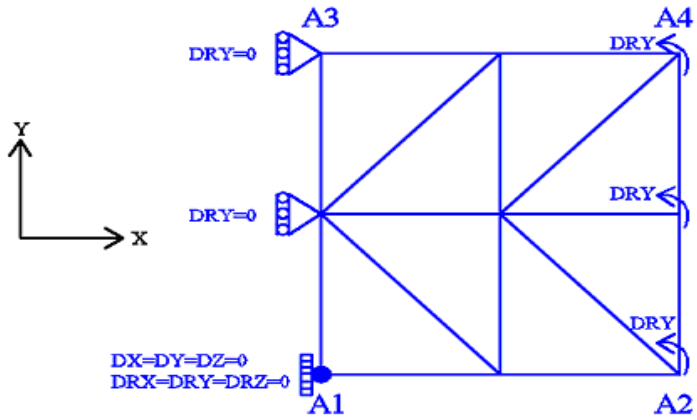



**Figure 11.1-a: maillage et conditions aux limites**

Modélisation : DKTG
Conditions aux limites :

- $DRY = 0.0$ sur l'arête $A_1 - A_3$
- $DRY = R_0 \times f(t)$ sur l'arête $A_2 - A_4$ ,

où $R_0 = 3.0 \times 10^{-2}$ et $f(t)$ est l'amplitude du chargement cyclique en fonction du paramètre (de pseudo-temps) $t$ .
Pour vérifier le modèle, on considère la fonction de chargement suivante :

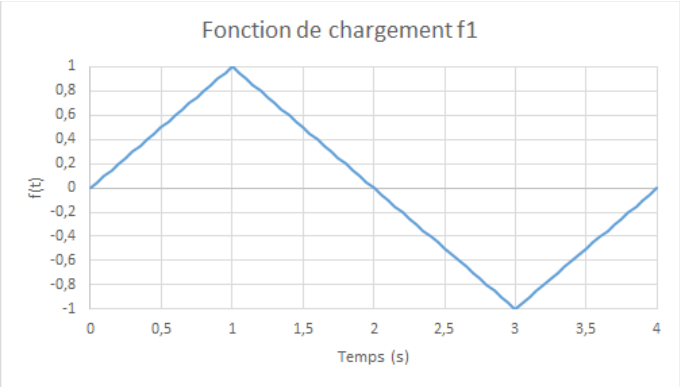



**Figure 11.1-b: fonction de chargement**

## 11.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 9.
Nombre de mailles : 8 TRIA3 ; 8 SEG2.

## 11.3 Modélisation DHRC

Les modélisations correspondant à des niveaux de sollicitations élevés permettent la validation du modèle DHRC. Ce modèle est en effet à même de représenter le glissement relatif entre les barres d'armatures et le béton avoisinant lors de sollicitations d'un niveau conséquent. La modélisation H


Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

compare alors les résultats obtenus pour le modèle DHRC avec ceux des modèles GLRC_DM et EIB. Les paramètres choisis pour GLRC_DM sont alors calés en fonction des paramètres identifiés de DHRC.

### 11.3.1 Identification des paramètres

Le modèle DHRC fait appel à un grand nombre de paramètres issus d'une identification automatisée effectuée au préalable du calcul de structure. Cette identification repose sur un volmume élémentaire représentatif périodique représentant une section de la plaque en béton armé, en se calant sur la périodicité de la grille d'armatures.

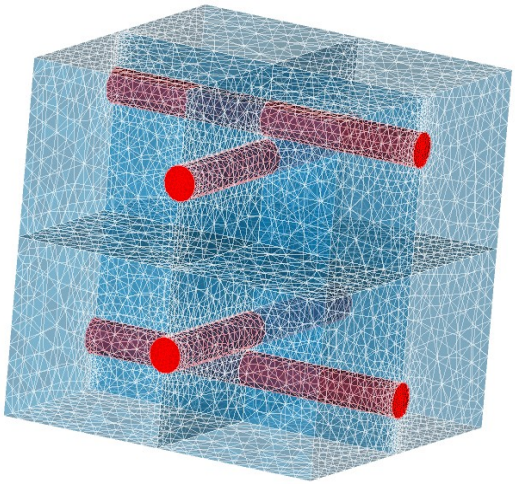


**Figure 11.3-a: maillage de la section de plaque pour l'identification des paramètres de DHRC**

Le maillage présenté à la Figure 11.3-a représente ainsi une section de la plaque étudiée de $10 \times 10 \times 10\, cm^3$ avec des aciers de diamètre $10\, mm$ correspondant à un taux de ferraillage pour chaque nappe d'armature de $8.0 \times 10^{-4}\, m^2/m$ .

Les propriétés des matériaux retenues pour l'identification sont résumées dans le tableau ci-dessous :

| $E_a\ ,\ MPa$ | $\nu_a$ | $E_b\ ,\ MPa$ | $\nu_b$ | $\alpha_t$ | $\gamma_t$ | $\alpha_c$ | $\gamma_c$ | $\sigma_d\ ,\ MPa$ | $\tau_{crit}\ ,\ MPa$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 200 000 | 0,2 | 32 308 | 0,2 | 1 | -0,04 | 1,9 | 0,8 | 1,7 | 1,6 |

### 11.3.2 Caractéristiques de la modélisation

Mis à part les paramètres, la modélisation avec le modèle DHRC repose sur le même maillage et les mêmes caractéristiques que celle avec le modèle GLRC_DM.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

## 11.4 Valeurs testées et résultats

On compare les moments de réactions moyens selon l'axe $Oy$ et les rotations moyennes selon l'axe $Ox$ en $A2-A4$ obtenus par la modélisation multi-couches (référence) et par celles reposant sur les modèles GLRC_DM et DHRC , en terme de différences relatives; la tolérance est prise en valeur absolue sur ces différences relatives :

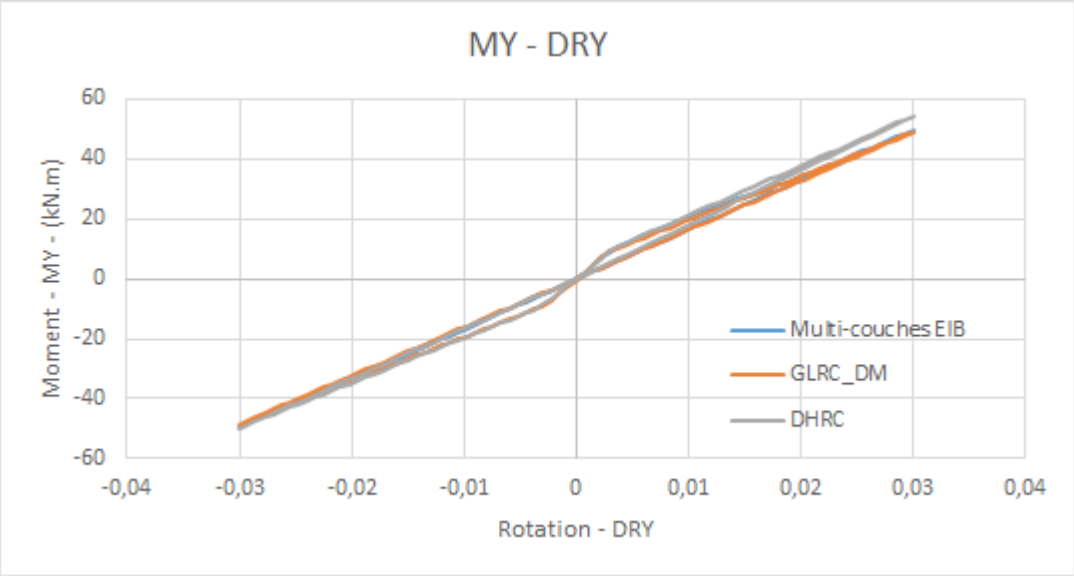
| Identification | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance |
|---|---|---|---|
| **FLEXION POSITIVE - ELASTIQUE** $t=0,25$ | | | |
| *Différence relative* $MY$ EIB - GLRC_DM | NON_REGRESSION | -0.058930777941 | 1 $10^{-6}$ |
| *Différence relative* $DRX$ EIB - GLRC_DM | NON_REGRESSION | 0.0140805136872 | 1 $10^{-6}$ |
| **FLEXION POSITIVE - ENDOMMAGEMENT** $t=1,0$ | | | |
| *Différence relative* $MY$ EIB - GLRC_DM | NON_REGRESSION | -0.013517819448 | 1 $10^{-6}$ |
| **FLEXION POSITIVE - DECHARGEMENT** $t=1,5$ | | | |
| *Différence relative* $MY$ EIB - GLRC_DM | NON_REGRESSION | -0.013517811534 | 1 $10^{-6}$ |
| **FLEXION NEGATIVE – ELASTIQUE** $t=2,25$ | | | |
| *Différence relative* $MY$ EIB - GLRC_DM | NON_REGRESSION | 0.237253648326 | 1 $10^{-6}$ |
| **FLEXION NEGATIVE - ENDOMMAGEMENT** $t=3,0$ | | | |
| *Différence relative* $MY$ EIB - GLRC_DM | NON_REGRESSION | -0.018737973869 | 1 $10^{-6}$ |
| **FLEXION NEGATIVE - DECHARGEMENT** $t=3,5$ | | | |
| *Différence relative* $MY$ EIB - GLRC_DM | NON_REGRESSION | -0.018737948559 | 1 $10^{-6}$ |

| Identification | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance |
|---|---|---|---|
| **FLEXION POSITIVE - ELASTIQUE** $t=0,05$ | | | |
| *Différence relative* $MY$ DHRC - GLRC_DM | NON_REGRESSION | 0.053928832983 | 1 $10^{-6}$ |
| *Différence relative* $DRX$ DHRC - GLRC_DM | NON_REGRESSION | -0.1370655366 | 1 $10^{-6}$ |
| **FLEXION POSITIVE - ENDOMMAGEMENT** $t=0,25$ | | | |
| *Différence relative* $MY$ DHRC - GLRC_DM | NON_REGRESSION | -0.067308303799 | 1 $10^{-6}$ |
| *Différence relative* $DRX$ DHRC - GLRC_DM | NON_REGRESSION | -0.385700593873 | 1 $10^{-6}$ |
| **FLEXION POSITIVE - GLISSEMENT** $t=0,8$ | | | |
| *Différence relative* $MY$ DHRC - GLRC_DM | NON_REGRESSION | -0.095654243115 | 1 $10^{-6}$ |
| *Différence relative* $DRX$ DHRC - GLRC_DM | NON_REGRESSION | -0.480604508583 | 1 $10^{-6}$ |
| **FLEXION POSITIVE - DECHARGEMENT** $t=1,5$ | | | |
| *Différence relative* $MY$ DHRC - GLRC_DM | NON_REGRESSION | 0.0864374984569 | 1 $10^{-6}$ |
| *Différence relative* $DRX$ DHRC - GLRC_DM | NON_REGRESSION | 0.599437578678 | 1 $10^{-6}$ |
| **FLEXION NÉGATIVE - CHARGEMENT** $t=2,05$ | | | |
| *Différence relative* $MY$ DHRC - GLRC_DM | NON_REGRESSION | 0.485367 | 1 $10^{-6}$ |
| *Différence relative* $DRX$ DHRC - GLRC_DM | NON_REGRESSION | 0.174931 | 1 $10^{-6}$ |
| **FLEXION NÉGATIVE - GLISSEMENT** $t=3,0$ | | | |
| *Différence relative* $MY$ DHRC - GLRC_DM | NON_REGRESSION | -0.027538330438 | 1 $10^{-6}$ |
| *Différence relative* $DRX$ DHRC - GLRC_DM | NON_REGRESSION | 0.0420512601078 | 1 $10^{-6}$ |
| **FLEXION NÉGATIVE - GLISSEMENT** $t=3,5$ | | | |
| *Différence relative* $MY$ DHRC - GLRC_DM | NON_REGRESSION | -0.027538305332 | 1 $10^{-6}$ |
| *Différence relative* $DRX$ DHRC - GLRC_DM | NON_REGRESSION | 0.0420503578967 | 1 $10^{-6}$ |

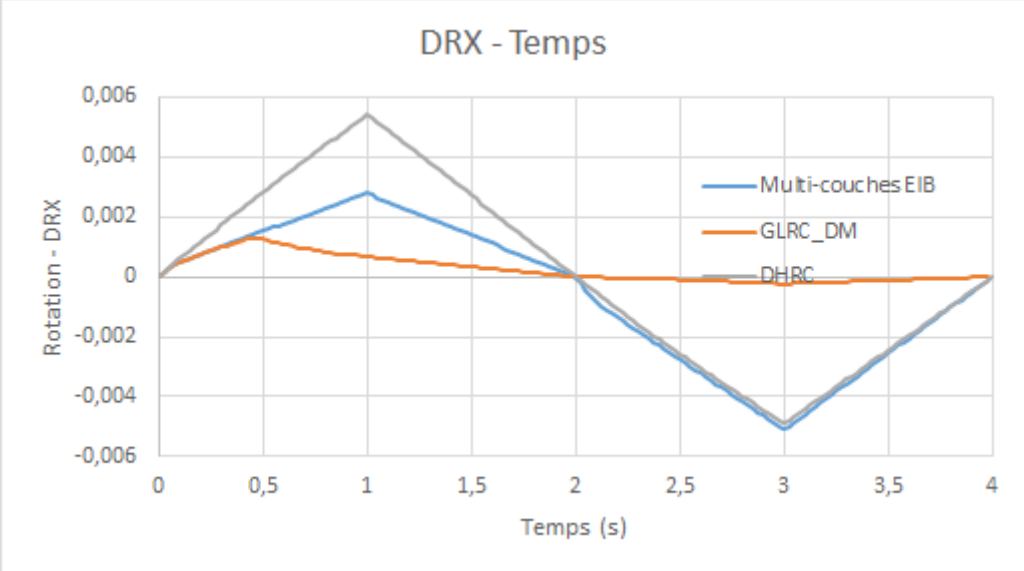


Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

**Diagrammes comparés moment $MY$ – rotation $DRY$ en flexion alternée pour le chargement $f$ :**



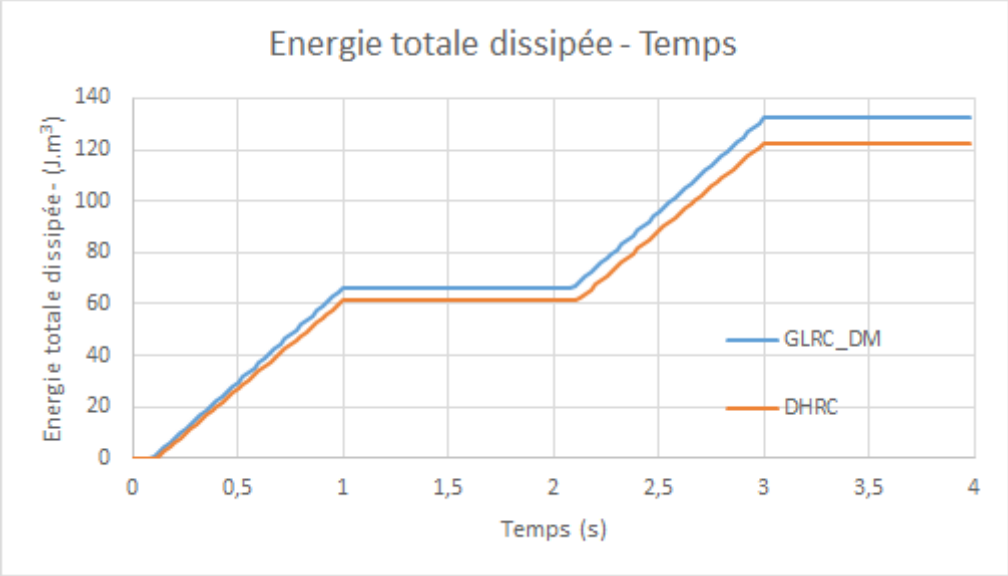

**Diagrammes comparés rotation $DRX$ (dû à l'effet de Poisson) en fonction du temps :**



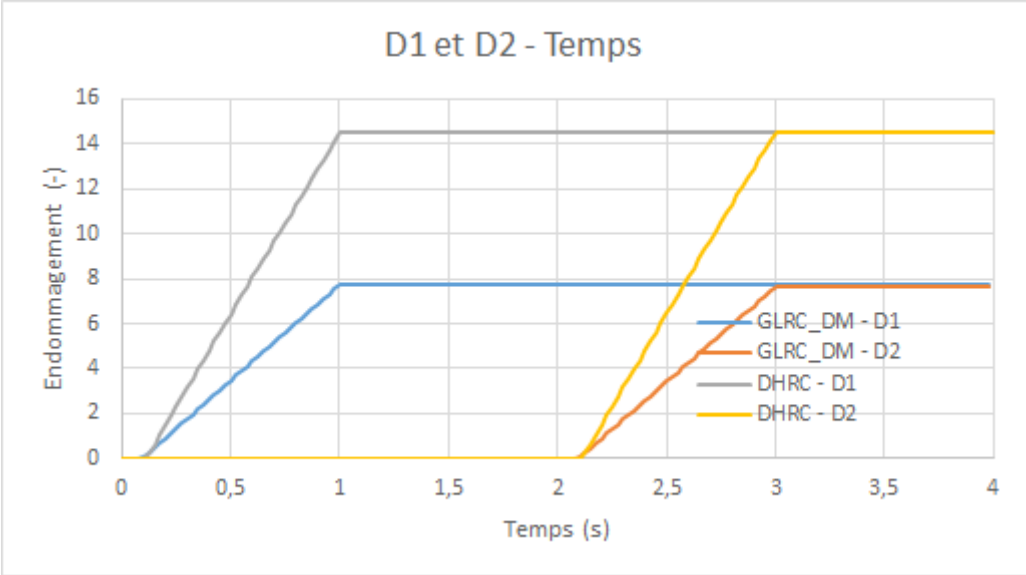



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

**Diagrammes de l'évolution de l'énergie totale dissipée par les modèles GLRC_DM et DHRC en fonction du temps :**




**Diagrammes de l'évolution de l'endommagement pour les modèles GLRC_DM et DHRC ($d_1$ pour la face supérieure et $d_2$ pour la face inférieure) en fonction du temps :**






Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

## 11.5 Remarques

Le cas test effectué ici vise à tester les modèles GLRC_DM et DHRC sous des sollicitations assez importantes pour qu'apparaisse effectivement la reprise de raideur des aciers sur la référence EIB.

Ce cas test reprend le cas test SSNS106B en ajoutant la référence DHRC afin de comparer le modèle global GLRC_DM avec un modèle prenant en compte plus de dissipation d'énergie via la représentation de mécanismes de glissement internes à l'interface acier-béton. On remarque alors sur la courbe moments-rotations que les réponses données par les modélisations GLRC_DM et DHRC se différencient de la réponse donnée par la modélisation multi-couches EIB. En effet, la modélisation du comportement de flexion est très affectée par la position des aciers dans l'épaisseur de la plaque et la considération d'un excentrement de $0,4\,cm$ dans la modélisation EIB n'est qu'approximative puisque l'enrobage des armatures et de $0,1\,cm$ pour une demi-épaisseur de plaque de $0,5\,cm$ et des aciers de diamètre $10\,mm$ .

On peut faire la même remarque qu'au §10.5 sur les rotations $DRX$ cette fois, en effet, les rotations, pour le modèle multi-couches sont elles aussi calculées sur le béton et deviennent donc nulles une fois la ruine du béton atteinte.

Par ailleurs, on observe sur les diagrammes d'évolution des variables internes d'endommagement, que la flexion positive mène à une évolution de la variable interne d'endommagement $d_2$ correspondant à l'endommagement en moitié inférieure de la plaque et que la flexion négative mène à l'évolution de la variable $d_1$ ; et ce pour les deux modèles considérés. Cela est bien en accord avec la physique attendue du problème, la plaque s'endommageant principalement dans sa partie tendue.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 12 Modélisation J

## 12.1 Caractéristiques de la modélisation

Couplage de Traction - Compression et Flexion.

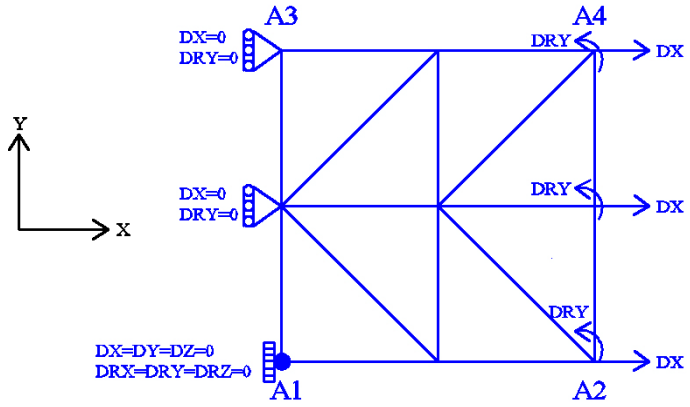



**Figure 12.1-a: maillage et conditions aux limites**

Modélisation : DKTG
Conditions aux limites : couplage de Traction – Compression et Flexion :

- $DX=0.0$ et $DRY=0.0$ sur l'arête $A_1-A_3$
- $DX=U_0\times f(t)$ et $DRY=R_0\times f(t)$ sur l'arête $A_2-A_4$,

où $U_0=1.\times10^{-3}$, $R_0=3.\times10^{-2}$ et $f(t)$ est l'amplitude du chargement cyclique en fonction du paramètre (de pseudo-temps) $t$.
On considère le chargement suivant :
La même fonction $f$ de chargement pour la membrane et la flexion :

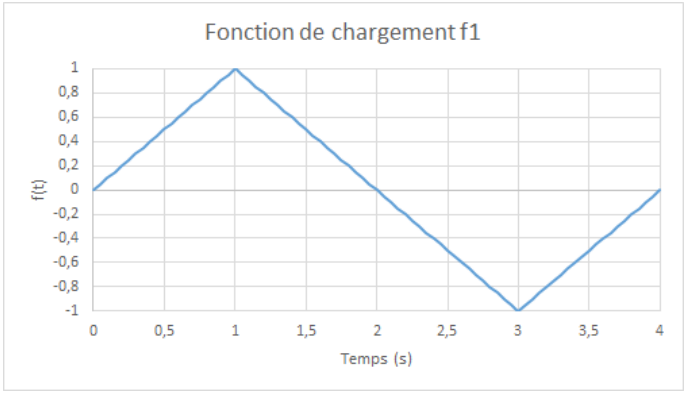



**Figure 12.1-b: fonction de chargement**

## 12.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 9.
Nombre de mailles : 8 TRIA3 ; 8 SEG2.

## 12.3 Modélisation DHRC

On se reportera à la modélisation DHRC expliquée pour les modélisations H (§10) de traction-compression pures et I (§11) de flexion pure.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

## 12.4 Valeurs testées et résultats

On compare les forces de réactions moyennes selon l'axe $Ox$ et les déplacements moyens selon l'axe $Oy$ *en* $A2-A4$ obtenus par la modélisation multi-couches (référence) et par celles reposant sur les modèles GLRC_DM et DHRC , en terme de différences relatives; la tolérance est prise en valeur absolue sur ces différences relatives :

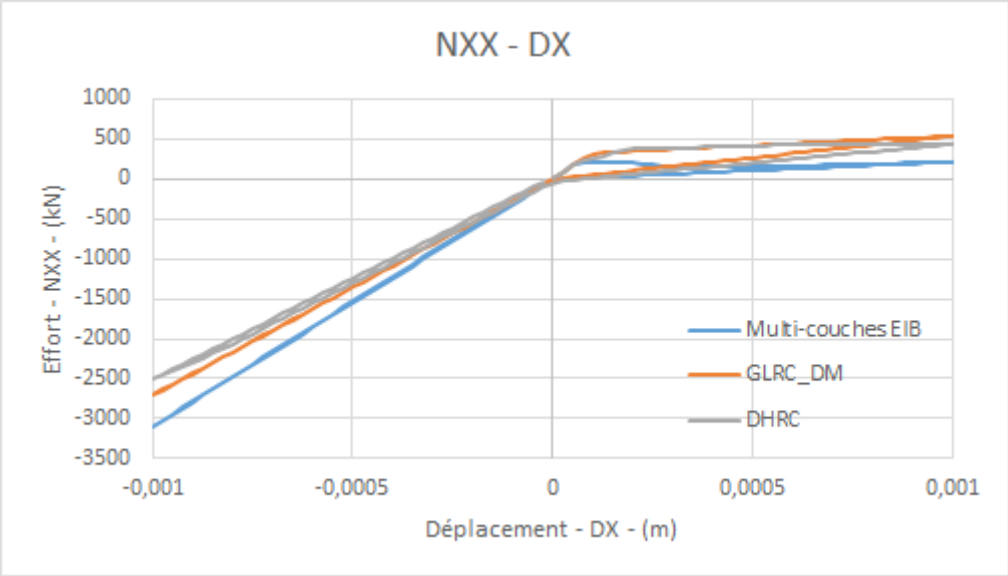
| Identification | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance |
|---|---|---|---|
| **FLEXION POSITIVE - ELASTIQUE** $t=0,25$ | | | |
| *Différence relative* $MY$ *EIB - GLRC_DM* | NON_REGRESSION | 1.82558179048 | $1\ 10^{-6}$ |
| *Différence relative* $DRX$ *EIB - GLRC_DM* | NON_REGRESSION | 10.4852341828 | $1\ 10^{-6}$ |
| **FLEXION POSITIVE - ENDOMMAGEMENT** $t=1,0$ | | | |
| *Différence relative* $MY$ *EIB - GLRC_DM* | NON_REGRESSION | 1.26753934606 | $1\ 10^{-6}$ |
| **FLEXION POSITIVE - DECHARGEMENT** $t=1,5$ | | | |
| *Différence relative* $MY$ *EIB - GLRC_DM* | NON_REGRESSION | 1.26753926003 | $1\ 10^{-6}$ |
| **FLEXION NEGATIVE – ELASTIQUE** $t=2,25$ | | | |
| *Différence relative* $MY$ *EIB - GLRC_DM* | NON_REGRESSION | -0.425273286817 | $1\ 10^{-6}$ |
| **FLEXION NEGATIVE - ENDOMMAGEMENT** $t=3,0$ | | | |
| *Différence relative* $MY$ *EIB - GLRC_DM* | NON_REGRESSION | -0.399008689191 | $1\ 10^{-6}$ |
| **FLEXION NEGATIVE - DECHARGEMENT** $t=3,5$ | | | |
| *Différence relative* $MY$ *EIB - GLRC_DM* | NON_REGRESSION | -0.399008688401 | $1\ 10^{-6}$ |

| Identification | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance |
|---|---|---|---|
| **FLEXION POSITIVE - ELASTIQUE** $t=0,05$ | | | |
| *Différence relative* $MY$ *DHRC - GLRC_DM* | NON_REGRESSION | 0.053928832983 | $1\ 10^{-6}$ |
| *Différence relative* $DRX$ *DHRC - GLRC_DM* | NON_REGRESSION | -0.1370655366 | $1\ 10^{-6}$ |
| **FLEXION POSITIVE - ENDOMMAGEMENT** $t=0,25$ | | | |
| *Différence relative* $MY$ *DHRC - GLRC_DM* | NON_REGRESSION | 0.214689998328 | $1\ 10^{-6}$ |
| *Différence relative* $DRX$ *DHRC - GLRC_DM* | NON_REGRESSION | -0.057928666514 | $1\ 10^{-6}$ |
| **FLEXION POSITIVE - GLISSEMENT** $t=0,8$ | | | |
| *Différence relative* $MY$ *DHRC - GLRC_DM* | NON_REGRESSION | 0.0792484783618 | $1\ 10^{-6}$ |
| *Différence relative* $DRX$ *DHRC - GLRC_DM* | NON_REGRESSION | 0.132806100434 | $1\ 10^{-6}$ |
| **FLEXION POSITIVE - DECHARGEMENT** $t=1,5$ | | | |
| *Différence relative* $MY$ *DHRC - GLRC_DM* | NON_REGRESSION | 0.112788628941 | $1\ 10^{-6}$ |
| *Différence relative* $DRX$ *DHRC - GLRC_DM* | NON_REGRESSION | 0.20405539779 | $1\ 10^{-6}$ |
| **FLEXION NÉGATIVE - CHARGEMENT** $t=2,05$ | | | |
| *Différence relative* $MY$ *DHRC - GLRC_DM* | NON_REGRESSION | -0.270360378252 | $1\ 10^{-6}$ |
| *Différence relative* $DRX$ *DHRC - GLRC_DM* | NON_REGRESSION | -0.509781601641 | $1\ 10^{-6}$ |
| **FLEXION NÉGATIVE - GLISSEMENT** $t=3,0$ | | | |
| *Différence relative* $MY$ *DHRC - GLRC_DM* | NON_REGRESSION | 0.119074706017 | $1\ 10^{-6}$ |
| *Différence relative* $DRX$ *DHRC - GLRC_DM* | NON_REGRESSION | -0.242672756295 | $1\ 10^{-6}$ |
| **FLEXION NÉGATIVE - GLISSEMENT** $t=3,5$ | | | |
| *Différence relative* $MY$ *DHRC - GLRC_DM* | NON_REGRESSION | 0.146471323813 | $1\ 10^{-6}$ |
| *Différence relative* $DRX$ *DHRC - GLRC_DM* | NON_REGRESSION | -0.22446671411 | $1\ 10^{-6}$ |

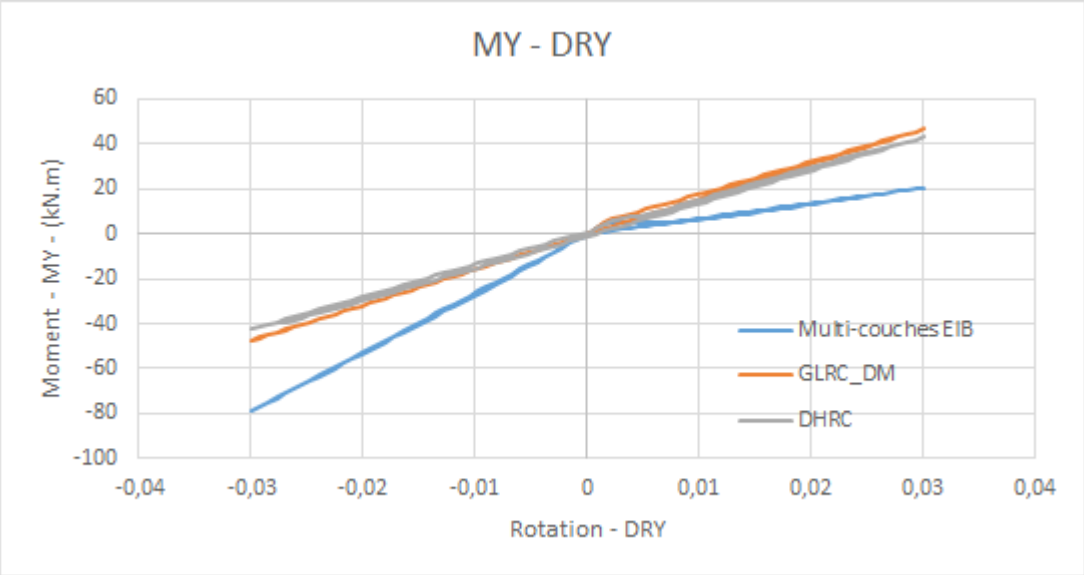


Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

**Diagrammes comparés force $FX$ – déplacement $DX$ pour le chargement $f$ :**



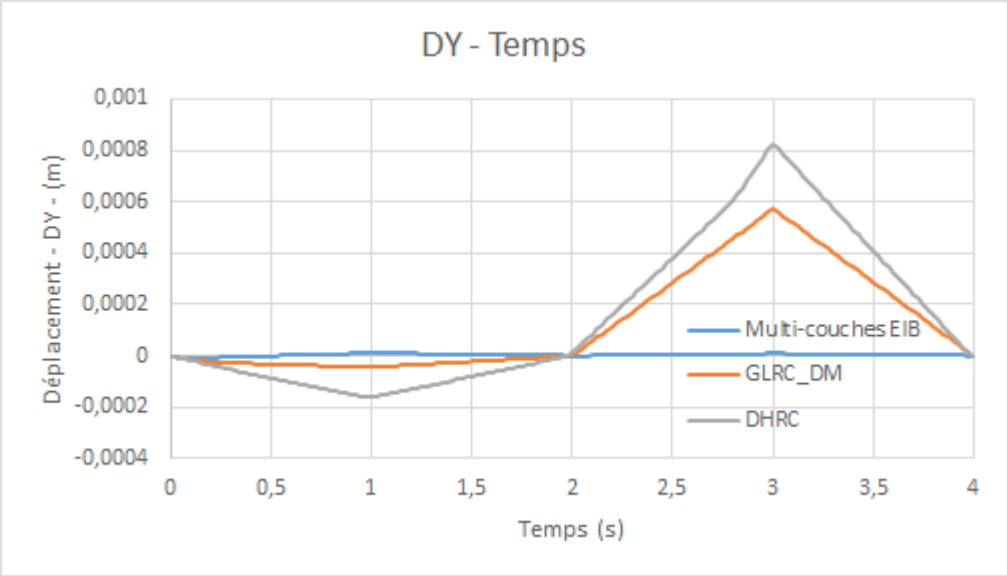

**Diagrammes comparés moment $MY$ – rotation $DRY$ pour le chargement $f$ :**



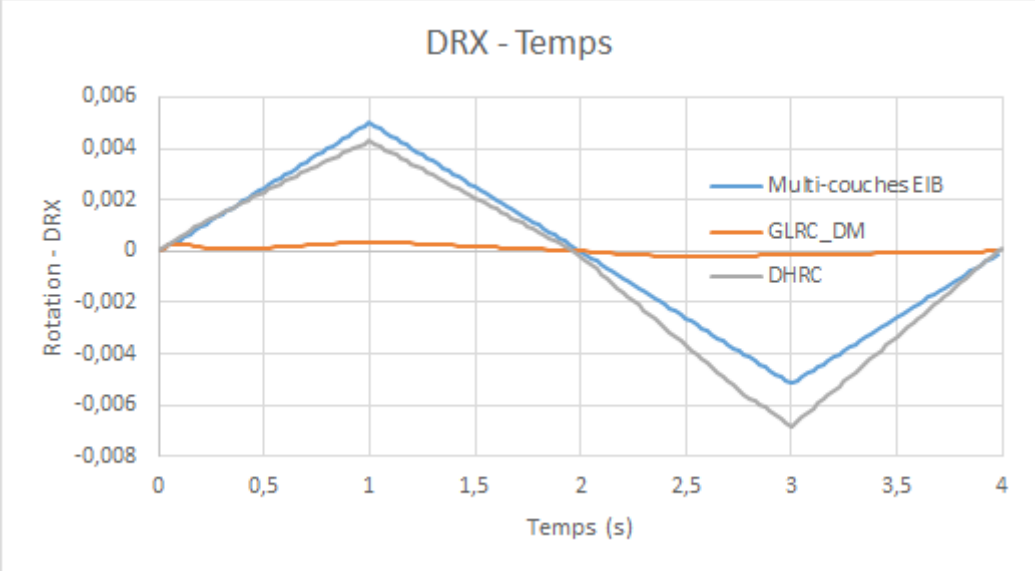



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

**Diagrammes comparés déplacement $DY$ (dû à l'effet de Poisson) en fonction du temps :**



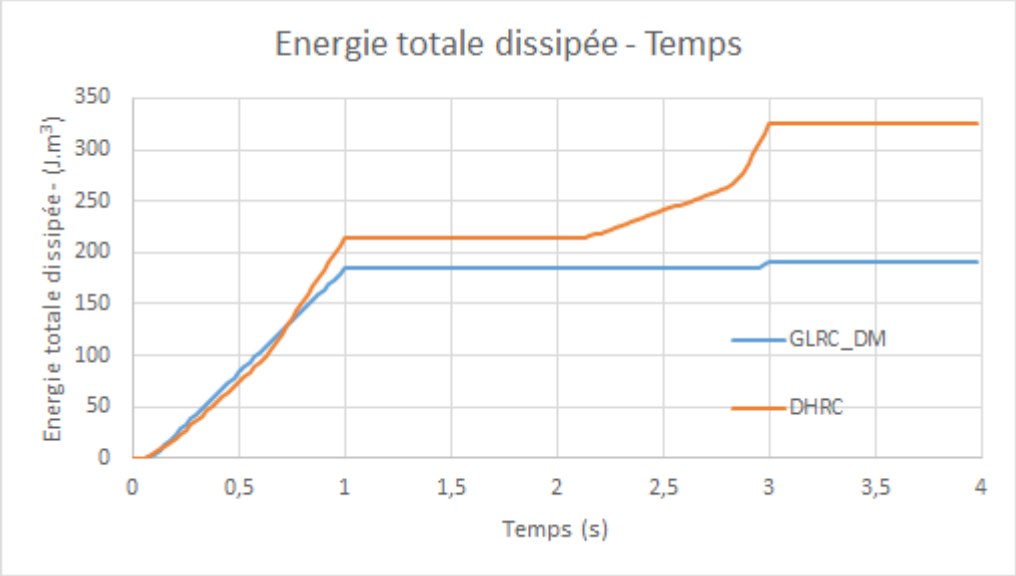

**Diagrammes comparés rotation $DRX$ (dû à l'effet de Poisson) en fonction du temps :**






Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

**Diagrammes de l'évolution de l'énergie totale dissipée par les modèles GLRC_DM et DHRC en fonction du temps :**




## 12.5 Remarques

Le cas test effectué ici vise à tester les modèles GLRC_DM et DHRC sous des sollicitations assez importantes pour qu'apparaisse effectivement la reprise de raideur des aciers sur la référence EIB et le glissement relatif acier-béton sur la modélisation DHRC. Ce cas test reprend le cas test SSNS106C en ajoutant la référence DHRC afin de comparer le modèle global GLRC_DM avec un modèle prenant en compte plus de dissipation d'énergie via la représentation de mécanismes de glissement internes à l'interface acier-béton. On retrouve les remarques faites précédemment lors de l'étude de la flexion et de la traction-compression pures.


Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 13 Modélisation K

## 13.1 Caractéristiques de la modélisation

Compression - traction avec le paramètre de la loi GLRC_DM : ALPHA_C=100.

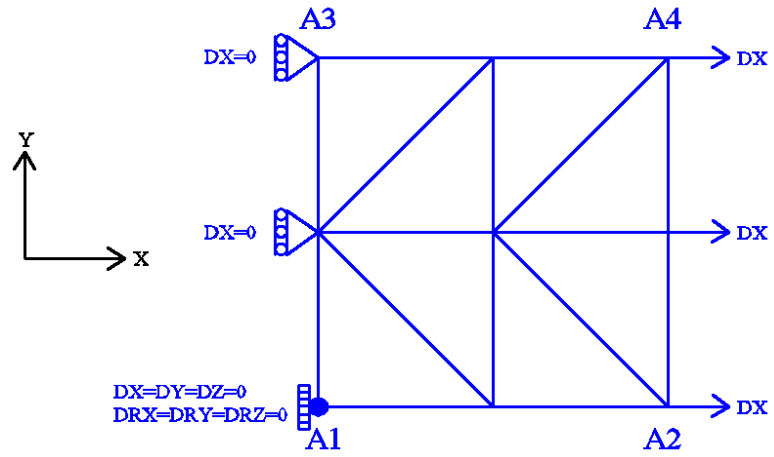



**Figure 13.1-a: maillage et conditions aux limites.**

Modélisation : DKTG
Conditions aux limites :

- Encastrement en $A_1$ ;
- $DX=0.0$ et $DRY=0.0$ sur l'arête $A_1-A_3$ ;
- $DX=U_0\times f(t)$ sur l'arête $A_2-A_4$ ;

où $U_0=2.0\times10^{-3}m$ et $f(t)$ représentent l'amplitude du chargement cyclique en fonction du paramètre (de pseudo-temps) $t$. Pour bien vérifier le modèle, on considère un cycle de chargement comme suit :

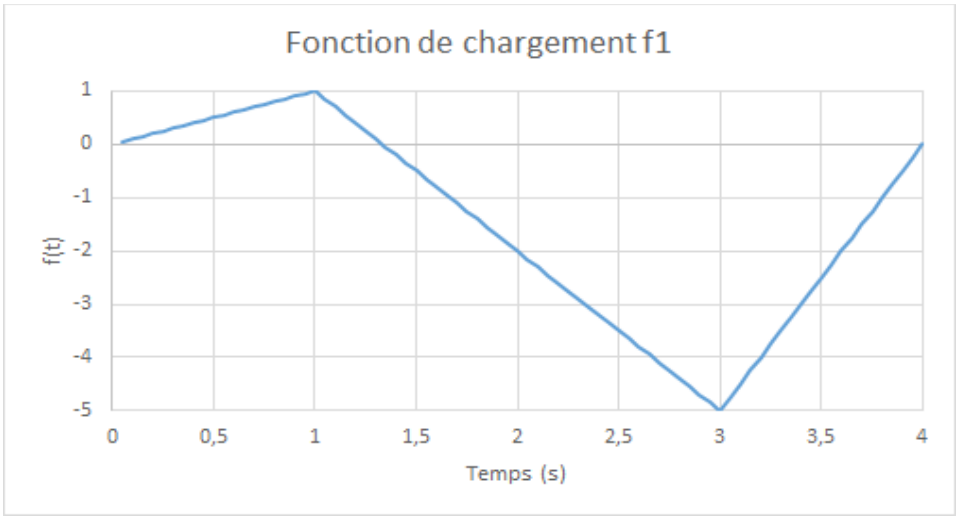



**Figure 13.1-b: Fonction de chargement $f(t)$.**

## 13.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 9. Nombre de mailles : 8 TRIA3 ; 8 SEG2.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

## 13.3 Valeurs testées et résultats

On compare les forces de réactions moyennes selon l'axe $Ox$ et les déplacements moyens selon l'axe $Oy$ *en* $A2-A4$ obtenus par la modélisation multi-couches (référence) et par celle reposant sur le modèle GLRC_DM, en terme de différences relatives; la tolérance est prise en valeur absolue sur ces différences relatives :

| Identification | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance |
|---|---|---|---|
| Dissipation à $t=0,05$ | ANALYTIQUE | 0 | $5\ 10^{-2}$ |
| Dissipation à $t=0,75$ | NON_REGRESSION | 254.9756 | $5\ 10^{-2}$ |
| Dissipation à $t=1$ | NON_REGRESSION | 346.5721 | $5\ 10^{-2}$ |
| COMPRESSION $t=0,25$ | | | |
| *Différence relative des forces* $FX$ | NON_REGRESSION | $4.046337\ 10^{5}$ | $5\ 10^{-2}$ |
| *Différence relative des déplacements* $DY$ | ANALYTIQUE | 0 | $5\ 10^{-2}$ |
| COMPRESSION $t=1,0$ | | | |
| *Différence relative des forces* $FX$ | NON_REGRESSION | $5.204660\ 10^{5}$ | $5\ 10^{-2}$ |
| *Différence relative des déplacements* $DY$ | ANALYTIQUE | 0 | 0.1 |
| COMPRESSION $t=1,5$ | | | |
| *Différence relative des forces* $FX$ | NON_REGRESSION | $-2.687820\ 10^{6}$ | $5\ 10^{-2}$ |
| *Différence relative des déplacements* $DY$ | ANALYTIQUE | 0 | 0.1 |
| TRACTION $t=3,0$ | | | |
| *Différence relative des forces* $FX$ | NON_REGRESSION | $-4.175743\ 10^{6}$ | $5\ 10^{-2}$ |
| *Différence relative des déplacements* $DY$ | ANALYTIQUE | 0 | 0.1 |
| TRACTION $t=3,5$ | | | |
| *Différence relative des forces* $FX$ | NON_REGRESSION | $-2.087571\ 10^{6}$ | $5\ 10^{-2}$ |
| *Différence relative des déplacements* $DY$ | ANALYTIQUE | 0 | 0.1 |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 14 Modélisation L

## 14.1 Caractéristiques de la modélisation

Distorsion et cisaillement pur dans le plan.

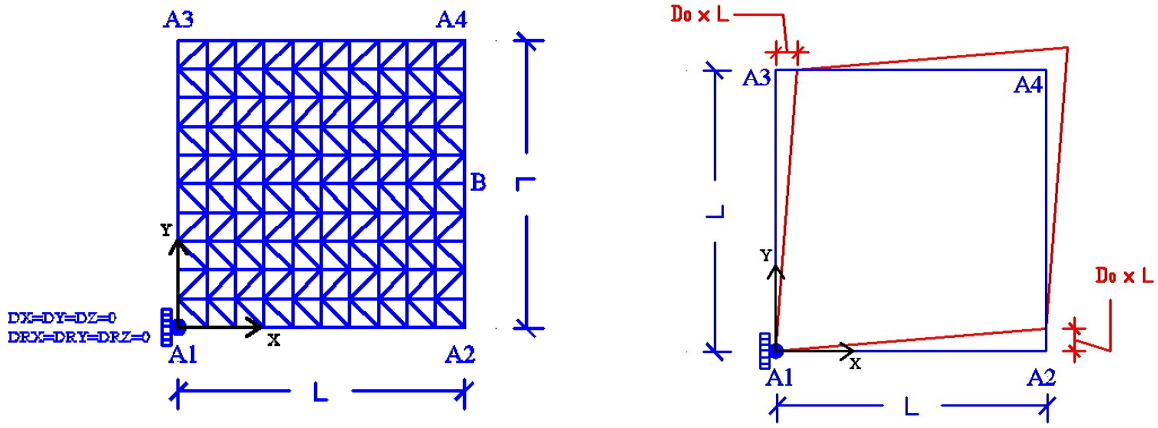



**Figure 14.1-a: Maillage et conditions aux limites**

Modélisation : DKTG. $L=1.0\,m$.

Conditions aux limites (voir figure ci-dessus à droite) de telle sorte que la plaque soit soumise à une distorsion pure : $\varepsilon_{xy}$ doit être constant ou à un cisaillement pur : on applique des efforts. Par conséquent, on applique le champ de déplacement suivant sur les bords de la plaque pour la distorsion :

$$\begin{cases} u_x = D_0 \cdot y \\ u_y = D_0 \cdot x \end{cases} \Rightarrow \varepsilon = \frac{1}{2}\left(u_{x,y} + u_{y,x}\right) = D_0$$

Donc :

- on impose un encastrement en $A_1$ ,
- $u_x = D_0 \cdot y$ , $u_y = 0$ sur l'arête $A_1 - A_3$ , $u_x = 0$ , $u_y = D_0 \cdot x$ sur l'arête $A_1 - A_2$ ,
- $u_x = D_0 \cdot y$ , $u_y = D_0 \cdot L$ sur l'arête $A_2 - A_4$ , $u_x = D_0 \cdot L$ , $u_y = D_0 \cdot x$ sur l'arête $A_3 - A_4$ ,

où $D_0 = 3.3\,10^{-3}$ et $f(t)$ représentent l'amplitude du chargement cyclique en fonction du paramètre (de pseudo-temps) $t$ , définie comme :

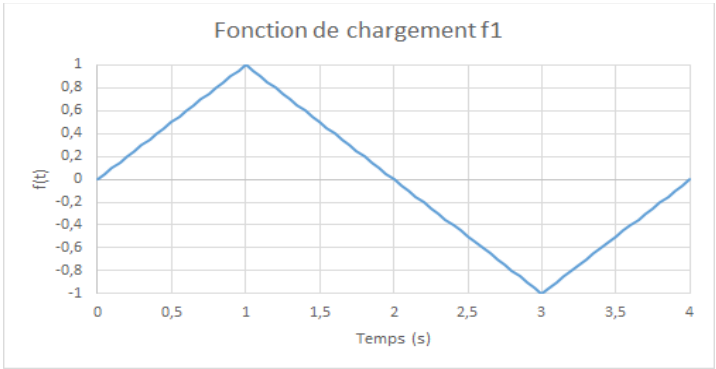



**Figure 14.1-b: fonction de chargement**

Incrément d'intégration : $0.05\,s$ .



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Pour le cisaillement, on applique les efforts suivants :

- on impose $F_y = F_0$ sur $A_2 A_4$ ,
- on impose $F_x = F_0$ sur $A_4 A_3$ ,
- on impose $F_y = -F_0$ sur $A_3 A_1$ ,
- on impose $F_x = -F_0$ sur $A_1 A_2$ ,

avec $F_0 = 5\,000\,000\ N$

## 14.2 Caractéristiques du maillage

Nœuds : 121.
Mailles : 200 TRIA3 ; 40 SEG2.

## 14.3 Modélisation DHRC

On se reportera à la modélisation DHRC expliquée pour les modélisations H (§ 10) de traction-compression pures et I (§ 11) de flexion pure.

## 14.4 Grandeurs testées et résultats

Pour la distorsion, on compare l'effort tranchant $N_{xy}$ en $B$ obtenu par les deux modélisations ; les tolérances sont prises en valeur absolue sur ces différences relatives :

| Identification | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance |
|---|---|---|---|
| **DIST. POS. - CHAR. ELAS.** $t = 0{,}25$ | | | |
| *Différence relative* $N_{xy}$ *- DHRC - GLRC_DM* | NON_REGRESSION | -0.171493969414 | $1\ 10^{-6}$ |
| **DIST. POS. - CHAR. ENDO** $t = 1{,}0$ | | | |
| *Différence relative* $N_{xy}$ *- DHRC - GLRC_DM* | NON_REGRESSION | -0.151040071429 | $1\ 10^{-6}$ |
| **DIST. POS. - DECHAR. ELAS.** $t = 1{,}5$ | | | |
| *Différence relative* $N_{xy}$ *- DHRC - GLRC_DM* | NON_REGRESSION | -0.151040071429 | $1\ 10^{-6}$ |
| **DIST. NEG. - CHAR. ELAS.** $t = 3{,}0$ | | | |
| *Différence relative* $N_{xy}$ *- DHRC - GLRC_DM* | NON_REGRESSION | -0.151040071429 | $1\ 10^{-6}$ |
| **DIST. NEGNEG.ATIVE - DECHAR. ELAS.** $t = 3{,}5$ | | | |
| *Différence relative* $N_{xy}$ *- DHRC - GLRC_DM* | NON_REGRESSION | -0.151040071429 | $1\ 10^{-6}$ |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

**Diagramme effort tranchant $N_{xy}$ (dans le plan) en fonction du temps :**

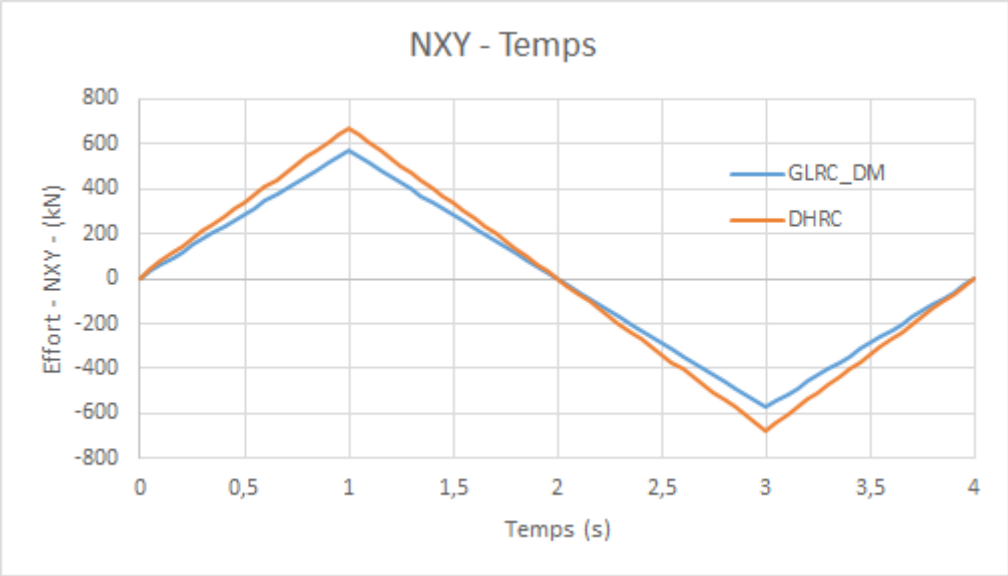
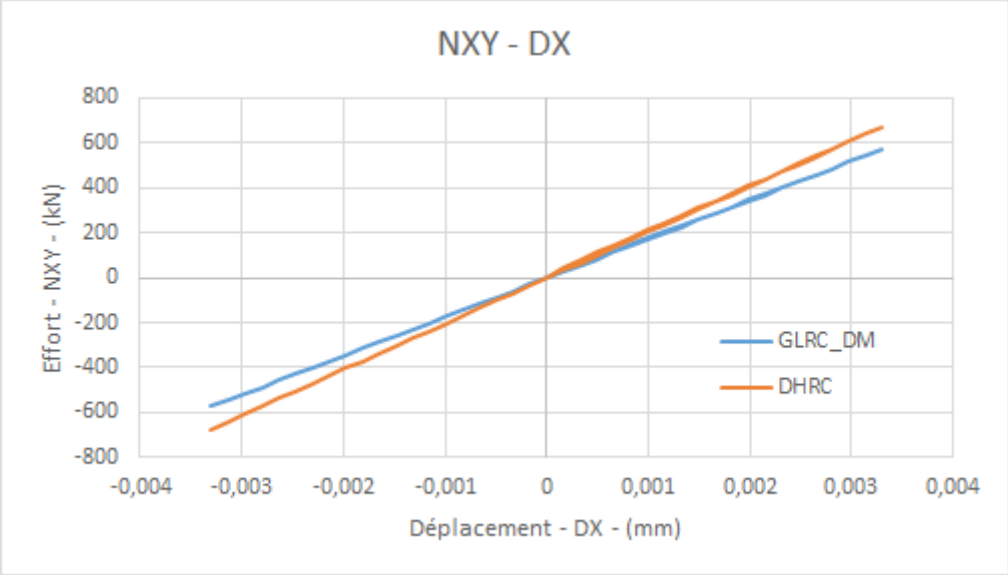



**Diagramme effort tranchant $N_{xy}$ (dans le plan) en fonction de $D_0$ imposé :**




Pour le cisaillement, on fait des tests de non régression sur les déformations de cisaillement $\varepsilon_{xy}$ en $B$ :

| Identification | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance |
|---|---|---|---|
| **CISAIL. POS. - ELAS.** $t=0,1$ | | | |
| $\varepsilon_{xy}$ - *GLRC_DM* | NON_REGRESSION | 4.7587148531429.10$^{-4}$ | 1 10$^{-6}$ |
| **CISAIL. POS. - ENDO.** $t=0,8$ | | | |
| $\varepsilon_{xy}$ - *GLRC_DM* | NON_REGRESSION | 9.09169470373.10$^{-3}$ | 1 10$^{-6}$ |
| **CISAIL. POS. - ELAS.** $t=0,1$ | | | |
| $\varepsilon_{xy}$ - *DHRC* | NON_REGRESSION | 1.78152989856.10 $^{-4}$ | 1 10$^{-6}$ |
| **CISAIL. POS. - ENDO.** $t=0,8$ | | | |
| $\varepsilon_{xy}$ - *DHRC* | NON_REGRESSION | 1.93228925951.10$^{-3}$ | 1 10$^{-6}$ |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 15 Modélisation M

## 15.1 Caractéristiques de la modélisation

Couplage flexion - cisaillement dans le plan.

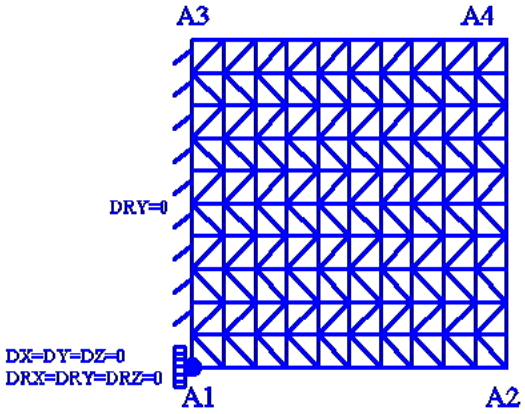



**Figure 15.1-a: maillage**

Modélisation : DKTG. $L=1.0\,m$.
Conditions aux limites (voir figure ci-dessous) :

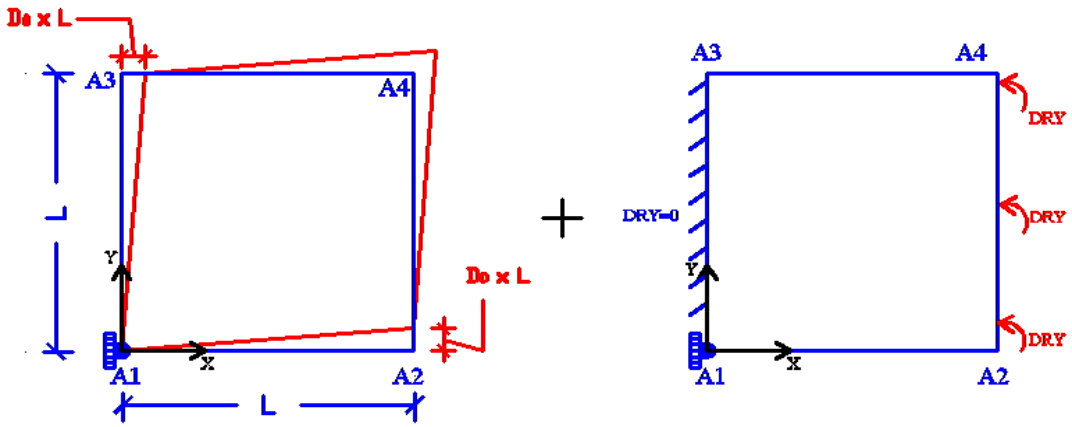
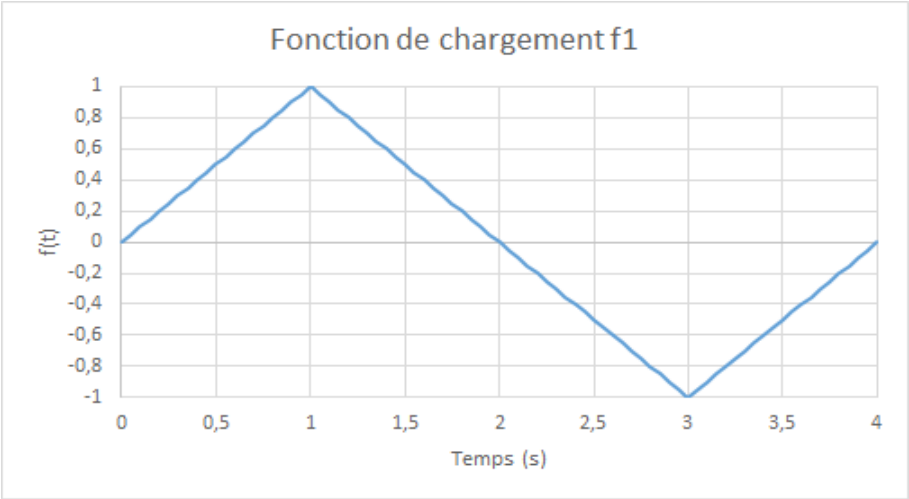



**Figure 15.1-b: Conditions aux limites**

- on impose un encastrement en $A_1$ , et ::
- $u_x=D_0\cdot y$ , $u_y=0$ sur l'arête $A_1-A_3$, $u_x=0$ , $u_y=D_0\cdot x$ et $DRY=0.0$ sur l'arête $A_1-A_2$
- $u_x=D_0\cdot y$, $u_y=D_0\cdot L$ et DRY = $R_0\times f(t)$ sur l'arête $A_2-A_4$, $u_x=D_0\cdot L$, $u_y=D_0\cdot x$ sur l'arête $A_3-A_4$,

où $D_0=3.3\,10^{-3}\cdot f(t)$, $R_0=3.0\,10^{-2}$ et $f(t)$ représentent l'amplitude du chargement cyclique en fonction du paramètre (de pseudo-temps) $t$, définie comme :


Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)




## 15.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 121.
Nombre de mailles : 200 TRIA3 ; 40 SEG2.

## 15.3 Grandeurs testées et résultats

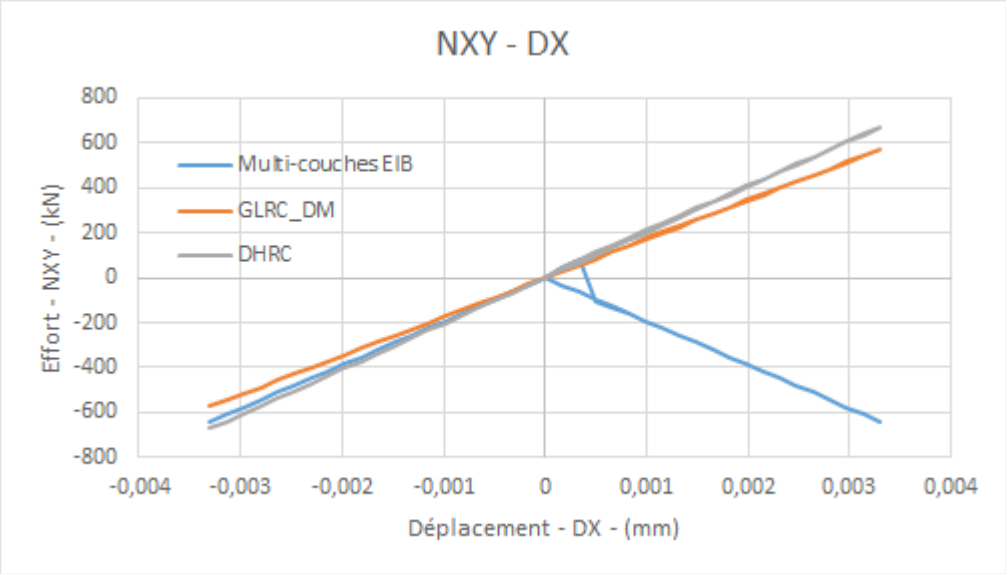
On évalue par des tests de non-régression à divers instants les résultats obtenus par la modélisation GLRC_DM :

| Identification | Type de référence | Valeurs de référence | tolérance |
|---|---|---|---|
| À t=1,0 | | | |
| *Déplacement* $DX$ *en* $A2$ | NON_REGRESSION | 0 | $1\ 10^{-6}$ |
| *Déplacement* $DZ$ *en* $A2$ | NON_REGRESSION | -0.0150132720825 | $1\ 10^{-4}$ |
| *Effort* $N_{yy}$ *en* $A2$ | NON_REGRESSION | 336025.268865 | $1\ 10^{-4}$ |
| Variable d'endommagement $d1$ en $A1$ | NON_REGRESSION | 56.9559592676 | $1\ 10^{-4}$ |
| Variable d'endommagement $d2$ en $A1$ | NON_REGRESSION | 59.5462291219 | $1\ 10^{-4}$ |
| À $t=2,8$ | | | |
| *Déplacement* $DX$ *en* $A4$ | NON_REGRESSION | -0.00264 | $1\ 10^{-4}$ |
| *Déplacement* $DZ$ *en* $A4$ | NON_REGRESSION | 0.010135582881 | $1\ 10^{-4}$ |
| *Effort* $N_{yy}$ *en* $A4$ | NON_REGRESSION | -268829.505848 | $1\ 10^{-4}$ |
| Variable d'endommagement $d1$ en $A1$ | NON_REGRESSION | 56.9559592676 | $1\ 10^{-4}$ |
| Variable d'endommagement $d2$ en $A1$ | NON_REGRESSION | 59.5462291219 | $1\ 10^{-4}$ |
| À $t=3,0$ | | | |
| Variable d'endommagement $d1$ en $A1$ | NON_REGRESSION | 59.4924066054 | $1\ 10^{-4}$ |
| Variable d'endommagement $d2$ en $A1$ | NON_REGRESSION | 59.5462291219 | $1\ 10^{-4}$ |

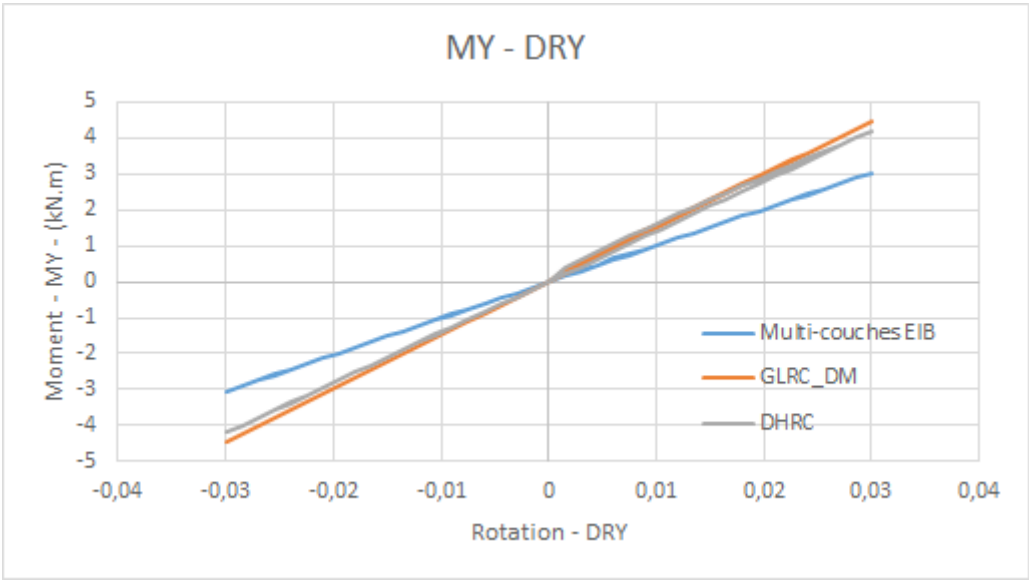
**Diagrammes comparés modèle multicouche-modèle GLRC_DM - modèle DHRC de l'effort tranchant moment fléchissant $N_{xy}$ en fonction de la distorsion :**



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)




**Diagrammes comparés modèle multicouche-modèle GLRC_DM - modèle DHRC du moment fléchissant $M_{yy}$ en fonction de la rotation :**






Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 16 Modélisation N

## 16.1 Caractéristiques de la modélisation

Flexion anticlastique

Modélisation : DKTG. $L=1.0\,m$.

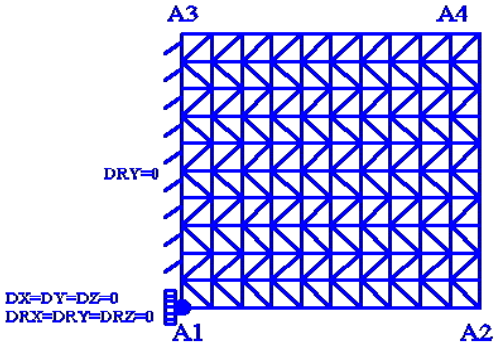



**Figure 16.1-a: maillage**

Conditions aux limites (voir figure ci-dessous) :

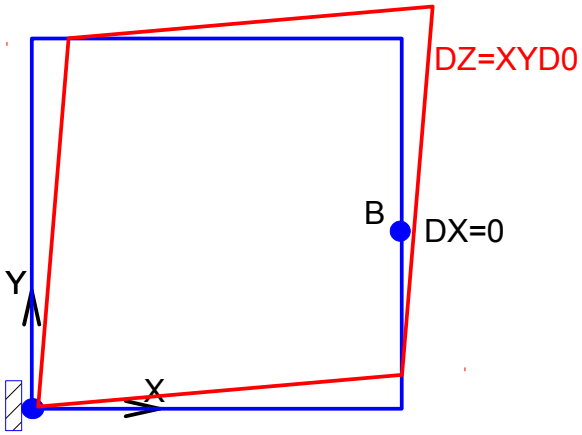


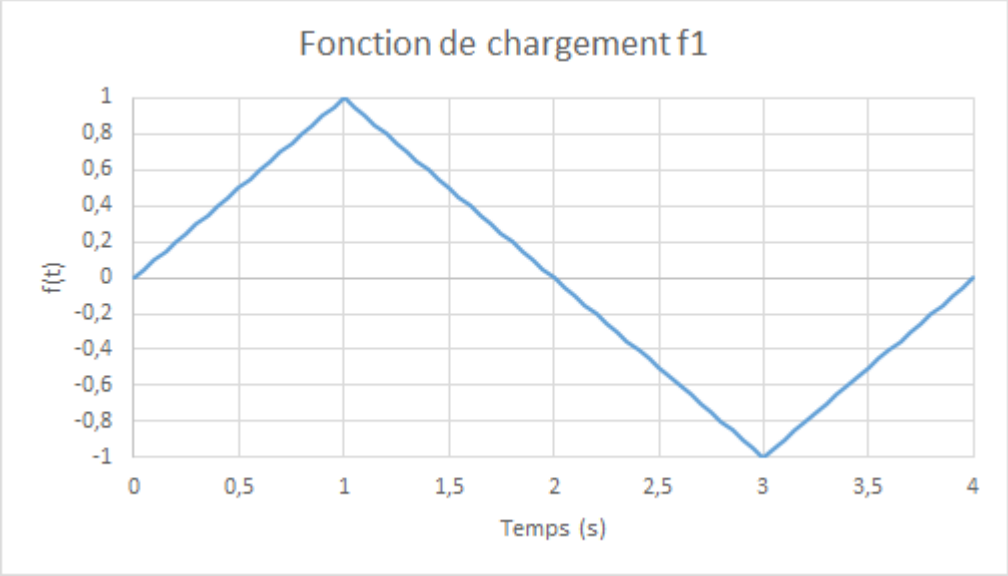

**Figure 16.1-b : Conditions aux limites**

- on impose un encastrement en $A_1$ , et on bloque le point $B$ dans son déplacement selon $Ox$ .
- $u_z=D_0\cdot y\cdot x$ sur les quatre arêtes $A_1-A_3$ , $A_1-A_2$ , $A_2-A_4$ et $A_3-A_4$

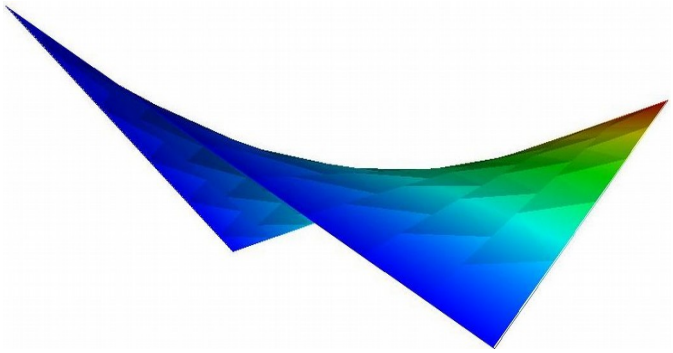
où $D_0=3.010^{-2}\cdot f(t)$ , et $f(t)$ représentent l'amplitude du chargement cyclique en fonction du paramètre (de pseudo-temps) $t$ , définie comme :



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)




La déformée d'un tel essai de flexion anticlastique est de type selle de cheval comme présenté ci-dessous :



## 16.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 121.
Nombre de mailles : 200 TRIA3 ; 40 SEG2.

## 16.3 Grandeurs testées et résultats

On évalue par des tests de non-régression à divers instants les résultats obtenus par la modélisation DHRC :

| Identification | Type de référence | Valeurs de référence | tolérance |
|---|---|---|---|
| À $t=0,05$ | | | |
| *Moment* $MXY$ *en* $B$ | NON_REGRESSION | 4282.65341065 | $1\ 10^{-6}$ |
| À $t=0,5$ | | | |
| *Moment* $MXY$ *en* $B$ | NON_REGRESSION | 30025.5726844 | $1\ 10^{-6}$ |
| À $t=1,5$ | | | |
| *Moment* $MXY$ *en* $B$ | NON_REGRESSION | 27953.608413 | $1\ 10^{-6}$ |
| À $t=3,0$ | | | |
| *Moment* $MXY$ *en* $B$ | NON_REGRESSION | -55907.216826 | $1\ 10^{-6}$ |
| À $t=3,5$ | | | |
| *Moment* $MXY$ *en* $B$ | NON_REGRESSION | -27953.608413 | $1\ 10^{-6}$ |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 17 Modélisation O

## 17.1 Caractéristiques de la modélisation

Dans cette modélisation, on vérifie que les deux chargements de dilatation thermique (température homogène dans l'épaisseur et gradient de température constant dans l'épaisseur) conduisent au même état de contrainte que deux chargements mécaniques simples équivalents : extension selon $Ox$ et flexion autour de $Oy$.

Remarque : Cette vérification est valable quelle que soit la relation de comportement.

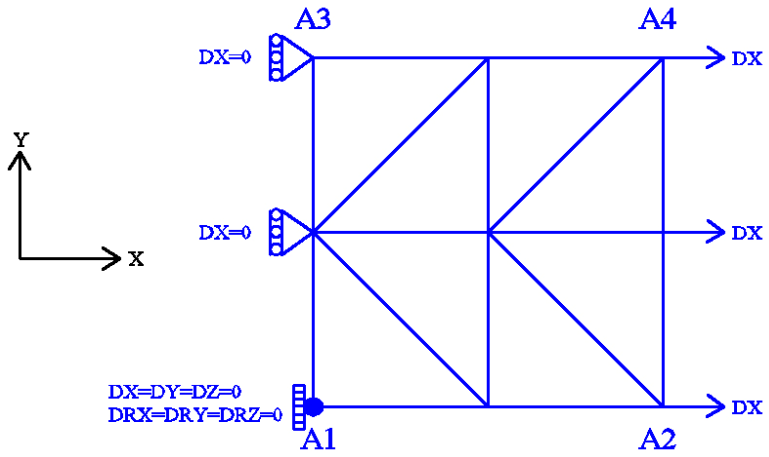



**Figure 17.1-a: maillage et conditions aux limites.**

Modélisation : DKTG
Relations de comportement : GLRC_DM, GLRC_DAMAGE, DHRC, ELAS
Conditions aux limites :

- Encastrement en $A_1$ ;
- $DX=0.0$ sur l'arête $A_1-A_3$ ;
- $DRY=0.0$ sur l'arête $A_1-A_3$

Chargement 1 (extension) :

Le calcul de référence est fait avec le chargement mécanique suivant :

- $DX=2.10^{-4}m$ sur l'arête $A_2-A_4$

Le chargement thermomécanique équivalent est :

- $DX=0.0$ sur l'arête $A_2-A_4$
- Température de référence : $+10\,°C$
- Température homogène imposée : $-10\,°C$
- Coefficient de dilatation thermique : $\alpha=1.10^{-5}/°C$

Chargement 2 (flexion) :

Le calcul de référence est fait avec le chargement mécanique suivant :

- $DRY=6.10^{-3}m$ sur l'arête $A_2-A_4$

Le chargement thermomécanique équivalent est :

- $DRY=0.0$ sur l'arête $A_2-A_4$



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

- Température de référence : $+10\,°C$,
- Gradient de température homogène imposé : $T_{inf}=+40\,°C$, $T_{mil}=+10\,°C$, $T_{\sup}=-20\,°C$,
- Coefficient de dilatation thermique : $\alpha=1.10^{-5}/°C$,
- Rappel : l'épaisseur de la coque est $0.1\,m$.

## 17.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 9. Nombre de mailles : 8 TRIA3 ; 8 SEG2.

## 17.3 Valeurs testées et résultats p our le chargement 1

Pour les chargements mécanique et thermique équivalent, on vérifie que l'effort (homogène dans la plaque) est le même. La composante significative est ici NXX.
Les résultats sont très bons. Les chargements thermomécaniques donnent les mêmes résultats que les chargements mécaniques équivalents pour toutes les relations de comportement (l'erreur est inférieure à $1.10^{-7}$).

## 17.4 Valeurs testées et résultats p our le chargement 2

Pour les chargements mécanique et thermique équivalent, on vérifie que l'effort (homogène dans la plaque) est le même. La composante significative est ici MXX.
Les résultats sont très bons. Les chargements thermomécaniques donnent les mêmes résultats que les chargements mécaniques équivalents pour toutes les relations de comportement (l'erreur est inférieure à $1.10^{-7}$).



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 18 Synthèse des résultats

Ces tests ayant pour but de valider le modèle GLRC_DM et le modèle DHRC servent aussi à montrer un certain nombre de ces faiblesses. En résumé les rôles des tests sont les suivants :

***A*** : Tester uniquement le comportement en traction/compression sous la condition d'uniformité (quasi $1D$ ). On identifie les paramètres membrane.
***B*** : Tester uniquement le comportement en flexion cyclique sous la condition d'uniformité (quasi $1D$ ). On identifie les paramètres flexion.
***C*** : Tester le comportement couplant les phénomènes de membrane et de flexion sous la condition d'uniformité (quasi $1D$ ).
***D*** : Tester le comportement pour le cisaillement et la distorsion dans le plan
***E*** : Tester le couplage de flexion et cisaillement dans le plan.
***F*** : Tester le comportement traction – compression pure – avec « kit_dll » de comportement élastoplastique endommageable (GLRC_DM + Von Mises).
***G*** : Tester le comportement traction – compression pure – avec « kit_ddl » de comportement élastoplastique endommageable (GLRC_DM + Von Mises).
***H*** : Tester le comportement en traction-compression avec des sollicitations importantes pour évaluer GLRC_DM et DHRC
***I*** : Tester le comportement en flexion alternée avec des sollicitations importantes pour évaluer GLRC_DM et DHRC
***J*** : Tester le comportement en traction-flexion alternées avec des sollicitations importantes pour apprécier le comportement sous sollicitations couplées de GLRC_DM et DHRC
**K** : Tester le comportement en compression - traction avec ALPHA_C=100 pour GLRC_DM
**L** : Tester le comportement en cisaillement pur et distorsion dans le plan avec des sollicitations élevées pour évaluer GLRC_DM et DHRC
**M** : Tester le comportement en couplage flexion et cisaillement dans le plan avec des sollicitations élevées pour évaluer GLRC_DM et DHRC
**N** : T ester le comportement en flexion anticlastique avec des sollicitations élevées pour évaluer GLRC_DM et DHRC.
***O*** : Tester un chargement thermomécanique de dilatation.

Dans la plupart des situations des modélisations A à E, les déplacements, les efforts et les moments prédits par le modèle GLRC_DM sont représentés avec une erreur modeste (<10%) par référence à un modèle multicouche, ce qui semble tout à fait satisfaisant pour un modèle ayant vocation à représenter le comportement « global » d'une structure. L'erreur plus importante est observée (~25%) lors des tests sur l'effet de Poisson dans la phase endommageante et lorsque l'endommagement est activé en membrane-flexion couplés. Le premier défaut est moins important si on s'intéresse plus à l'énergie dissipée dans le système et moins aux déplacements. Le deuxième défaut est plus gênant et montre bien qu'un modèle « global » optimal devrait toujours être calé par rapport à la sollicitation principale que l'on souhaite modéliser : on choisira en conséquence les paramètres du modèle. La contribution principale à l'erreur est probablement due à l'anisotropie du béton armé non prise totalement en compte par le modèle GLRC_DM (voir [R7.01.32]).

Les modélisations H-I-J-L-M-N permettent la comparaison directe entre les modèles de comportement GLRC_DM et DHRC, pour un choix de paramètres cohérents : on constate l'intérêt de représenter précisément la position des aciers dans l'épaisseur de la plaque, d'enrichir la description de la dissipation par la dégradation de la liaison acier-béton. Mais les réponses globales de ces deux modèles restent assez similaires dans toutes les situations de chargement: les seuils de déclenchement de l'endommagement sont concomitants, les courbes force-déplacement généralisées sont similaires; avec le modèle DHRC les termes issus du couplage par effet de Poisson semblent plus réalistes.

La modélisation O permet de valider l'utilisation de ces modèles dans le cadre d'études de bâtiment en béton armé avec chargement de dilatation thermique.

Les deux modélisations F et G où on évalue le « kit » GLRC_DM et élastoplasticité de Von Mises ont surtout une valeur démonstrative des possibilités offertes.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)