SSNV265 – Modèle GTN : germination sous chargement déviatorique

Résumé :

Ce test a pour but de valider l'intégration de la porosité liée à la germination. Un chargement purement déviatorique permet d'annuler la porosité liée à la croissance de cavités, ce qui permet d'exhiber des solutions analytiques. Le problème est mis en œuvre à l'échelle du point matériel (SIMU_POINT_MAT) : c'est directement la contrainte $\boldsymbol{T}$ qui est imposée en veillant à rester dans un régime d'écrouissage positif.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

Le problème est traité à l'échelle du point matériel.

1.2 Propriétés du matériau

Le matériau obéit à la loi de comportement GTN, en activant la modélisation de la germination, en considérant un écrouissage isotrope linéaire et en n'introduisant aucune coalescence . Les caractéristiques sont les suivantes, variables selon la version du test :

$E=200\,000\,\mathrm{MPa}$	Module d'Young
$\nu=0.3$	Coefficient de Poisson
$R_0=500\,\mathrm{MPa}$	Écrouissage (terme constant)
$R_H=1\,000\,\mathrm{MPa}$	Écrouissage (terme linéaire)
$q_1=1.5$	Paramètre d'endommagement
$q_2=1.0$	Paramètre d'endommagement
$f_0=10^{-3}$	Porosité initiale

cas-test A	cas-test B	
$f_n=0.1$	$f_n=0$	Germination Gaussienne NUCL_GAUSS_PORO
$p_n=0.2$		Germination Gaussienne NUCL_GAUSS_PLAS
$s_n=0.03$		Germination Gaussienne NUCL_GAUSS_DEV
$c_0=0.03$	$c_0=0$	Germination créneau NUCL_CRAN_PORO
$\kappa_i=0.1$		Germination créneau NUCL_CRAN_INIT
$\kappa_f=0.2$		Germination créneau NUCL_CRAN_FIN
$b_0=0$	$b_0=0.50$	Germination linéaire NUCL_EPSI_PENTE
	$E^p_{eq0}=0.05$	Germination linéaire NUCL_EPSI_INIT

1.3 Conditions aux limites et chargements

On impose la contrainte $\boldsymbol{T}$ sous une forme purement déviatorique :

$$\boldsymbol{T}=T_{eq}\boldsymbol{D^0} \quad ; \quad \boldsymbol{D^0}=\begin{bmatrix} \frac{2}{3} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{3} \end{bmatrix} \tag{1}$$

La contrainte est croissante de 0 jusqu'à $T_{eq}=628.95\ \mathrm{MPa}$ pour le cas-test A et $T_{eq}=608.93\ \mathrm{MPa}$

1.4 Conditions initiales

Conditions initiales naturelles (variables internes nulles, déformations nulles) .

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

On s'appuie sur la documentation [R5.03.29] qui décrit les équations du modèle ; on adopte également les notations qui y sont introduites.

Comme la trace des contraintes est nulle, les traces des déformations élastique, plastique et totale sont également nulles. Et le jacobien de la transformation J reste alors égal à 1. En notant $d=q_1 f$ et $d_0=q_1 f_0$, on peut exprimer la contrainte équivalente de GTN :

$$T_*=\frac{T_{eq}}{1-d} \tag{2}$$

En régime plastique, la condition de cohérence établit le lien entre la contrainte et la variable d'écrouissage :

$$T_{eq}=(1-d)(R_0+R_H\kappa) \tag{3}$$

La déformation élastique vaut, avec μ le module de cisaillement :

$$\boldsymbol{E^e}=\frac{T_{eq}}{2\mu}\boldsymbol{D^0} \tag{4}$$

La loi d'évolution plastique se réduit à :

$$\dot{\boldsymbol{E}}^{\boldsymbol{p}}=\frac{3}{2}\frac{\dot\kappa}{1-d}\boldsymbol{D^0} \tag{5}$$

En particulier, la déformation plastique équivalente vaut :

$$\dot E^p_{eq}=\frac{\dot\kappa}{1-d} \tag{6}$$

Et, enfin, l'évolution de la porosité s'écrit :

$$\dot f=B(\kappa)\dot\kappa+b_0\frac{\dot\kappa}{1-q_1 f}\chi_{[E^p_{eq0};+\infty]}(E_{eq}) \quad ; \quad \dot d=q_1 B(\kappa)\dot\kappa+q_1 b_0\frac{\dot\kappa}{1-d}\chi_{[E^p_{eq0};+\infty]}(E_{eq}) \tag{7}$$

En toute généralité, l'équation différentielle ci-dessus n'admet pas de solution analytique simple. C'est pourquoi on distingue deux cas, qui correspondront aux versions A et B du cas-tests.

2.1.1 Cas A : $b_0=0$

Dans ce cas, la porosité s'écrit simplement :

$$f(\kappa)=f_0+\int_0^\kappa B(u)du \quad ; \quad d(\kappa)=d_0+q_1\int_0^\kappa B(u)du \tag{8}$$

Et la déformation plastique est obtenue par intégration de (5) :

$$\boldsymbol{E^p}(\kappa)=\frac{3}{2}\int_0^\kappa\frac{du}{1-d(u)}\boldsymbol{D^0} \tag{9}$$

2.1.2 Cas B : $B(\kappa)=0$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Dans ce cas, l'équation différentielle (7) est à variables séparables. Elle s'intègre aisément et conduit à :

$$\left(1-d(\kappa)\right)^2=\left(1-q_1 f_0\right)^2-2q_1 b_0(\kappa-\kappa_0) \quad ; \quad \kappa_0=E_{eq0}^p(1-q_1 f_0) \tag{10}$$

Et la déformation plastique est à nouveau obtenue via (9).

2.2 Résultats de référence

Les valeurs de κ utilisées pour obtenir les résultats de référence dans les cas A et B sont choisies de sorte à rester dans le domaine d'écrouissage positif du modèle (sinon, le pilotage en contrainte n'est pas réalisable). Pour le cas-test A, on choisit $\kappa=0.148$; pour le cas-test B, $\kappa=0.180$. On impose alors une contrainte croissante jusqu'à la valeur $T_{eq}(\kappa)$ selon (3).

2.3 Incertitudes sur la solution

Les résultats de référence sont obtenus de manière très précise en calculant les intégrales qui apparaissent dans la solution analytique au moyen d'une méthode des trapèzes dont le pas est choisi très fin.

2.4 Références bibliographiques

Néant

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Il s'agit du problème où la germination ne dépend que de la variable d'écrouissage ($b_0=0$).

3.2 Caractéristiques du maillage

N éant.

3.3 Grandeurs testées et résultats de la modélisation A

A l'issue du chargement, on teste la déformation (EPXX), la variable d'écrouissage (V1), la porosité (V2), la déformation plastique cumulée (V10), la porosité due à la germination (V11) et la variation logarithmique de porosité (V12).

Identification	Référence	Type	Tolérance
EPXX	0.151	ANALYTIQUE	RELATIF 5 %
V1	0.148	ANALYTIQUE	RELATIF 5 %
V2	0. 019	ANALYTIQUE	RELATIF 5 %
V10	0.149	ANALYTIQUE	RELATIF 5 %
V11	0.01 9	ANALYTIQUE	RELATIF 5 %
V12	2.969	ANALYTIQUE	RELATIF 5 %

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Il s'agit du problème où la germination ne dépend que de la déformation plastique cumulée ($B(\kappa)=0$).

4.2 Caractéristiques du maillage

Néant.

4.3 Grandeurs testées et résultats de la modélisation B

A l'issue du chargement, on teste la déformation (EPXX), la variable d'écrouissage (V1), la porosité (V2), la déformation plastique cumulée (V10), la porosité due à la germination (V11) et la variation logarithmique de porosité (V12).

Identification	Référence	Type	Tolérance
EPXX	0.190	ANALYTIQUE	RELATIF 5 %
V1	0.180	ANALYTIQUE	RELATIF 5 %
V2	0. 0 7 0	ANALYTIQUE	RELATIF 5 %
V10	0.187	ANALYTIQUE	RELATIF 5 %
V11	0.069	ANALYTIQUE	RELATIF 5 %
V12	4 .244	ANALYTIQUE	RELATIF 5 %

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Synthèse des résultats

On note un bon accord entre la modélisation et la solution de référence (inférieur à 5%). On pourrait encore réduire cet écart moyennant une discrétisation temporelle plus fine. Celle choisie permet de limiter le temps calcul de ces deux tests.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)