SSNV263 – Plasticité à écrouissage isotrope non linéaire VMIS_ISOT_NL sous chargement triaxial et cisaillement

Résumé :

Ce test a pour but de valider l'algorithme d'intégration de la loi de comportement VMIS_ISOT_NL. Le problème étudié correspond à un cylindre creux soumis à un état de contrainte triaxial + cisaillement dont les composantes sont constantes (en espace) dans le repère cylindrique.

Le problème est mis en œuvre :
- en AXIS_SI dans la modélisation A
- en AXIS_GRAD_VARI dans la modélisation B
- en 3D dans la modélisation C
- en 3D_GRAD_VARI dans la modélisation D

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

Il s'agit d'une section de cylindre dans le cas des modélisations à symétrie axiale ou d'un quart de cylindre (symétries) dans le cas des modélisations 3D. Le cylindre a pour hauteur $H=15$ mm, pour rayon intérieur $R_i=50\,\mathrm{mm}$ et pour rayon extérieur $R_e=100\,\mathrm{mm}$.

1.2 Propriétés du matériau

Le matériau obéit à la loi de comportement élastoplastique à écrouissage isotrope VMIS_ISOT_NL avec comme caractéristiques :

$E=195\,000\,\mathrm{MPa}$	Module d'Young
$\nu=0.3$	Coefficient de Poisson
$R_0=490\,\mathrm{MPa}$	Écrouissage (terme constant)
$R_H=3\,000\,\mathrm{MPa}$	Écrouissage (terme linéaire)
$R_1=60\,\mathrm{MPa}$	Écrouissage (terme exponentiel 1)
$\gamma_1=8\,500$	Écrouissage (terme exponentiel 1)
$R_2=250\,\mathrm{MPa}$	Écrouissage (terme exponentiel 2)
$\gamma_2=10$	Écrouissage (terme exponentiel 2)
$R_K=50\,\mathrm{MPa}$	Écrouissage (terme en puissance)
$p_0=10^{-3}$	Écrouissage (terme en puissance)
$\gamma_m=0.15$	Écrouissage (terme en puissance)

1.3 Conditions aux limites et chargements

Il s'agit d'un chargement en forces imposées. Elles sont exercées aux bords et dans le volume selon les formules de la solution analytique. Ce chargement est complété par une condition aux limites minimale pour bloquer le déplacement de corps rigide vertical (on bloque en vertical un point de la circonférence à l'intersection de la face inférieure et de la paroi intérieure), ainsi que les conditions de symétrie dans les modélisations 3D.

1.4 Conditions initiales

Conditions initiales naturelles (variables internes nulles, déformations nulles) .

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

On cherche à imposer un état de contrainte à symétrie axiale et dont les composantes σ_{rr}, $\sigma_{\theta\theta}$, σ_{zz} et σ_{rz} ne dépendent pas de la position (r,z). On se restreint en outre à la situation où $\sigma_{rr}=\sigma_{\theta\theta}$. Les équations d'équilibre dans le volume sont vérifiées pour peu qu'on impose une force volumique verticale :

$$f_z=-\frac{\sigma_{rz}}{r}$$

Les équations d'équilibre aux bords du cylindre nécessitent d'imposer des efforts surfaciques $\boldsymbol{T}$ égaux à $\boldsymbol{\sigma}\cdot\boldsymbol{n}$ où $\boldsymbol{n}$ désigne la normale sortante à la surface. Ils s'écrivent :

- bord supérieur $z=H$: $\boldsymbol{T}=\sigma_{zz}\boldsymbol{e_z}+\sigma_{rz}\boldsymbol{e_r}$
- bord i nférieur $z=0$: $\boldsymbol{T}=-\sigma_{zz}\boldsymbol{e_z}-\sigma_{rz}\boldsymbol{e_r}$
- p aroi intérieure $r=R_i$: $\boldsymbol{T}=-\sigma_{rr}\boldsymbol{e_r}-\sigma_{rz}\boldsymbol{e_z}$
- p aroi extérieure $r=R_e$: $\boldsymbol{T}=\sigma_{rr}\boldsymbol{e_r}+\sigma_{rz}\boldsymbol{e_z}$

Le champ de contrainte est alors à l'équilibre avec le chargement imposé.

Compte-tenu de la forme des équations de comportement, notamment leur isotropie, les composantes du champ de déformation dans le repère cylindrique sont également constantes (en espace) et se limitent à $\varepsilon_{rr}=\varepsilon_{\theta\theta}$, ε_{zz} et ε_{rz}. Ce champ de déformation est géométriquement compatible avec le champ de déplacement (à symétrie axiale) suivant :

$$u_r=\varepsilon_{rr}r \quad ; \quad u_z=\varepsilon_{zz}z+2\varepsilon_{rz}(r-R_i)$$

où on a fixé la constante d'intégration de sorte que $u_z(R_i,0)=0$, condition aux limites qui bloque le mouvement de corps rigide.

Il r este maintenant à fixer le trajet du transitoire dans l'espace des contraintes. Pour simplifier l'intégration du comportement, on opte pour un trajet radial monotone. O n impose ainsi la contrainte sous la forme $\boldsymbol{\sigma}=q\boldsymbol{\Sigma^0}$, où $q\geq 0$ désigne l'intensité des contraintes. On choisit les composantes suivantes pour $\boldsymbol{\Sigma^0}$ dans le repère cylindrique :

$$\Sigma^0_{rr}=\Sigma^0_{\theta\theta}=\frac{1}{6} \quad ; \quad \Sigma^0_{zz}=\frac{2}{3} \quad ; \quad \Sigma^0_{rz}=\frac{1}{2}$$

C'est un tenseur dont la contrainte équivalente de von Mises est égale à 1, si bien que $\sigma_{eq}=q$. On note $\boldsymbol{N^0}$ son déviateur. L'équation d'évolution de la déformation plastique s'intègre aisément puisque la direction est fixe et égale à $\boldsymbol{N^0}$:

$$\boldsymbol{\varepsilon^p}=\frac{3}{2}\kappa\,\boldsymbol{N^0}$$

La variable d'écrouissage κ ne dépend (en charge plastique) que de la contrainte équivalente q, via l'équation de cohérence :

$$q=R(\kappa)=R_0+R_H\kappa+R_1(1-e^{-\gamma_1\kappa})+R_2(1-e^{-\gamma_2\kappa})+R_K(\kappa+p_0)^{\gamma_M}$$

Il est évidemment plus simple de se donner une valeur cible pour κ (5 %, par exemple) et en déduire le chargement q requis (830.364 MPa).

Enfin, la déformation élastique se déduit directement de la contrainte :

$$\boldsymbol{\varepsilon^e}=q\left[\frac{1-\nu}{E}\boldsymbol{\Sigma^0}-\frac{\nu}{E}tr\,\boldsymbol{\Sigma^0}\,\boldsymbol{Id}\right]$$

Elle permet de remonter à la déformation $\boldsymbol{\varepsilon}=\boldsymbol{\varepsilon^e}+\boldsymbol{\varepsilon^p}$ et aux déplacements.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Dans le cas d'une formulation à gradient de plasticité, les résultats restent inchangés. En effet, la variable d'écrouissage κ est homogène, si bien que son gradient est nul : les effets non locaux n'apparaissent pas dans ce problème (aux erreurs de discrétisation spatiale près).

Enfin, on peut également appliquer l'histoire des déplacements en tout point de la structure pour retrouver la réponse en contrainte. On tire profit de cette démarche pour tester également le cas avec plateau de Lüders dans l'écrouissage (une démarche en contrainte n'est alors pas possible en raison du caractère plastique parfait du plateau). Les contraintes sont inchangées au-delà du plateau et bloquées à la contrainte équivalente du plateau pour des déformations inférieures à la limite du plateau.

2.2 Résultats de référence

On s'assurera qu'en ciblant une déformation plastique cumulée de 5 %, le modèle retrouve bien les niveaux de contraintes (σ_{rr}), de déplacements et de déformations plastiques (ε_{rz}^{p}) attendus.

2.3 Incertitudes sur la solution

Néant.

2.4 Références bibliographiques

Néant

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

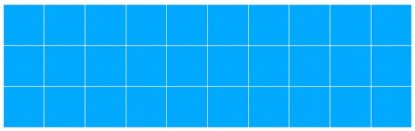
3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Il s'agit d'une modélisation AXIS_SI.

3.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage est structuré et comprend 3 0 mailles quadrangulaires quadratiques (QUAD8) .



3.3 Grandeurs testées et résultats de la modélisation A

On teste la contrainte, la déformation plastique et le déplacement à l'issue de la phase de chargement au point $r=R_{ext}$, $z=H$.

Identification	Référence	Type	Tolérance
SIXX	138.394 MPa	ANALYTIQUE	RELATIF 10^{-3}
DX	-1.285 mm	ANALYTIQUE	RELATIF 10^{-3}
DY	4 . 4 3 8 mm	ANALYTIQUE	RELATIF 10^{-3}
V6 (EPSPXY)	3.75×10^{-2}	ANALYTIQUE	RELATIF 10^{-3}

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Il s'agit d'une modélisation AXIS_GRAD_VARI.

4.2 Caractéristiques du maillage

Identiques à la modélisation A.

4.3 Grandeurs testées et résultats de la modélisation B

Identiques à la modélisation A.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

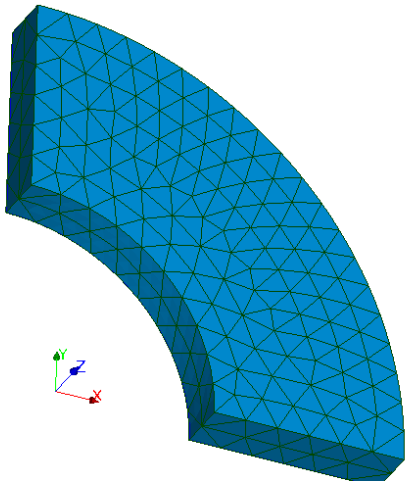
5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

Il s'agit d'une modélisation 3D.

5.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage est non structuré et comprend 1 550 tétraèdres quadratiques (TETRA10) .



5.3 Grandeurs testées et résultats de la modélisation C

On teste la contrainte, la déformation plastique et le déplacement à l'issue de la phase de chargement au point $r=R_{ext}$, $z=H$ (sur la face avant, de sorte que $\boldsymbol{e}_r=\boldsymbol{e}_x$ et $\boldsymbol{e}_\theta=\boldsymbol{e}_y$).

Identification	Référence	Type	Tolérance
SIXX	138.394 MPa	ANALYTIQUE	RELATIF 10^{-3}
DX	-1.285 mm	ANALYTIQUE	RELATIF 10^{-3}
DZ	4.438 mm	ANALYTIQUE	RELATIF 10^{-3}
V7 (EPSPXZ)	3.75×10^{-2}	ANALYTIQUE	RELATIF 10^{-3}

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Modélisation D

6.1 Caractéristiques de la modélisation

Il s'agit d'une modélisation 3D_GRAD_VARI.

6.2 Caractéristiques du maillage

Identiques à la modélisation C.

6.3 Grandeurs testées et résultats de la modélisation D

Identiques à la modélisation C.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7 Synthèse des résultats

On note un très bon accord entre la modélisation et la solution de référence, y compris en 3D où le maillage reste relativement grossier.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)