SSNV199 – Fissuration d'une poutre DCB avec des modèles cohésifs

Résumé :

Ce test permet de modéliser la propagation d'une fissure plane dans une poutre DCB (Double Cantilever Beam) tridimensionnelle élastique avec les modèles cohésifs suivants :

1) éléments finis de joint (modélisation 3D_JOINT)
2) éléments finis d'interface (modélisation 3D_INTERFACE).

Modélisation A : Elément de joint HEXA8 et loi cohésive CZM_EXP_REG
Modélisation B : Elément de joint PENTA6 et loi cohésive CZM_LIN_REG
Modélisation C : Elément de joint HEXA8 et loi cohésive CZM_EXP_REG
Modélisation D : Elément de joint PENTA6 et loi cohésive CZM_LIN_REG
Modélisation E : Elément d'interface HEXA20 et loi cohésive CZM_OUV_MIX
Modélisation F : Elément d'interface PENTA15 et loi cohésive CZM_OUV_MIX
Modélisation G : Elément d'interface HEXA20 et loi cohésive CZM_OUV_MIX
(idem que la modélisation E avec fissure initiale maillée)

Le pilotage du chargement par prédiction élastique est également testé dans toutes les modélisations. La numérotation locale *ad hoc* des éléments cohésifs est assurée par la commande MODI_MAILLAGE et le mot clé ORIE_FISSURE.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie et chargement

Dans le repère cartésien (X, Y, Z) on considère une poutre DCB tridimensionnelle définie sur le domaine $\Omega=[0,L]\times[-h,h]\times[0,b]$ de longueur $L=20\,mm$, de hauteur $2h=4mm$ et d'épaisseur $b=6mm$, avec une fissure initiale $\Gamma_0=[0,a_0]\times[0]\times[0,b]$ de longueur $a_0=5\,mm$. On impose au déplacement u les conditions aux limites suivantes :

$\boldsymbol{u}=U\,\boldsymbol{Y}$ sur l'arête $[0]\times[0^+]\times[0,b]$
$\boldsymbol{u}=-U\,\boldsymbol{Y}$ sur l'arête $[0]\times[0^-]\times[0,b]$

Compte tenu des symétries du problème, le calcul est réalisé sur la moitié de la structure (voir figure 1.1-a). Le maillage de la demi-poutre est effectué avec des éléments volumiques tétraédriques ou hexaédriques.

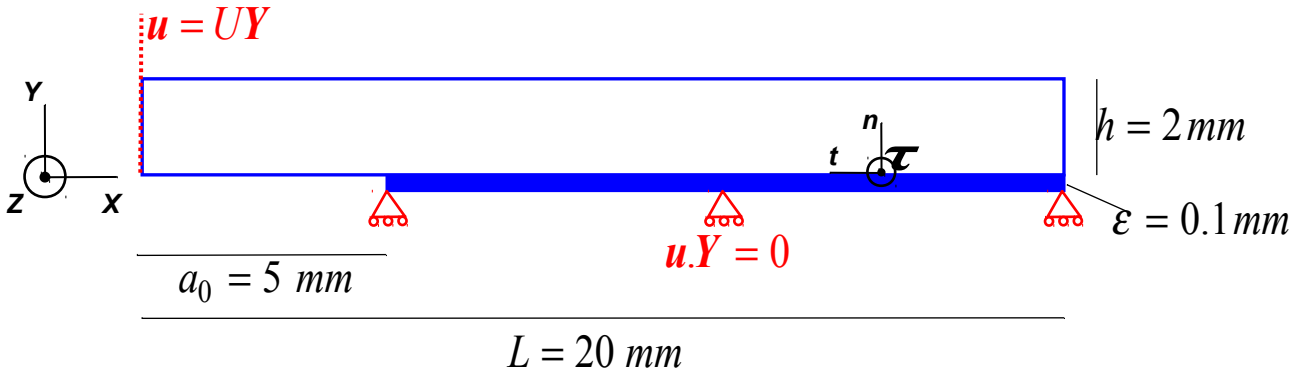


Figure 1.1-a : Schéma de la poutre DCB dans le plan (X, Y), conditions aux limites et chargement

Le trajet de fissure potentiel est maillé par une couche d'éléments cohésifs 3D (pentaèdres ou hexaèdres) d'épaisseur non nulle[1] $\varepsilon=0.1\,mm$ correspondant au domaine $[a_0, L]\times[-\varepsilon/2, \varepsilon/2]\times[0,b]$. De ce fait, le domaine volumique de la poutre est défini par $[a_0, L]\times[\varepsilon/2, h]\times[0,b]$. On impose le chargement $\boldsymbol{u}=U\,\boldsymbol{Y}$ sur l'arrête $[0]\times[\varepsilon/2]\times[0,b]$ et la condition de symétrie $\boldsymbol{u}\cdot\boldsymbol{Y}=0$ sur la partie basse de la couche de joints : $[a_0, L]\times[-\varepsilon/2, h]\times[0,b]$.

1 La numérotation locale des éléments de cette couche est réalisée avec la commande ORIE_FISSURE. On rappelle que celle-ci nécessite que les éléments n'aient pas une épaisseur nulle.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

Il existe une solution analytique approchée au problème mécanique présenté dans la partie précédente. Celle-ci est basée sur la théorie des poutres, elle est valable pour une structure élancée $h \ll L$. L'expression de la complaisance C de la DCB est donnée par :

$$C = U/F = \frac{a^3}{3EI}$$

où F désigne la force de réaction correspondant au déplacement imposé U, a la longueur de la fissure, $I = bh^3/12$ le moment d'inertie de la poutre et b son épaisseur. Le taux de restitution d'énergie G associé à une fissure de longueur a est donné par :

$$G = \frac{P^2}{2b}\frac{dC}{da} = \frac{9EI}{ba^4}U^2 \qquad \text{éq 2-1}$$

Pour une propagation stable de fissure on suppose l'hypothèse de Griffith vérifiée : $G = G_c$, ce qui conduit à l'expression de la longueur de la fissure a en fonction du chargement U ainsi que la réponse globale de la poutre :

$$a = \left(\frac{9\mathrm{EI}}{bG_c}\right)^{1/4} U^{1/2}, \qquad F = \frac{(EI)^{1/4}(bG_c)^{3/4}}{(3\mathrm{U})^{1/2}} \qquad \text{éq 2-2}$$

Notons toutefois que l'hypothèse $G = G_c$ est une approximation, du fait que l'on utilise un modèle cohésif. Celle-ci est valable si la taille de la zone cohésive[2] est petite devant la longueur de la fissure. Cela revient pour le modèle cohésif à prendre une longueur caractéristique $l_c = G_c/\sigma_c$ suffisamment petite.

3 Paramètres matériau

Les valeurs du module d'Young, du coefficient de Poisson, de la contrainte critique et de la ténacité du matériau sont choisies de la façon suivante :

$E = 100$ MPa , $\nu = 0$, $\sigma_c = 3$ MPa , $G_c = 0.9$ MPa.mm

(NB : ce sont des valeurs « tests » qui ne correspondent à aucun matériau en particulier)

Remarque *: Le problème mécanique est symétrisé : on ne modélise que la moitié d'une fissure (une seule lèvre). Cette dernière dissipe une énergie deux fois moins importante qu'une fissure complète. Pour modéliser un matériau de ténacité donnée G_c, il est donc nécessaire d'effectuer la simulation avec une valeur de $G_c/2$.*

2 Cette zone correspond à la zone de transition continue entre le matériau sain et le matériau rompu, elle n'existe pas avec l'approche de Griffith.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation A

4.1 Caractéristiques de la modélisation

La simulation est effectuée avec la modélisation 3D_JOINT. Les éléments sont de type HEXA8 pour les éléments de joint comme pour les éléments volumiques. La loi de comportement cohésive adoptée est CZM_EXP_REG. Le paramètre de régularisation de la loi PENA_ADHERENCE vaut 10^{-5}. Les éléments volumiques sont élastiques.

4.2 Caractéristiques du maillage

On réalise un maillage structuré linéaire de la demi-poutre (figure ci-dessous).
Eléments volumiques (DCB) : 216 HEXA8
Eléments de joint (trajet de fissure) : 56 HEXA8

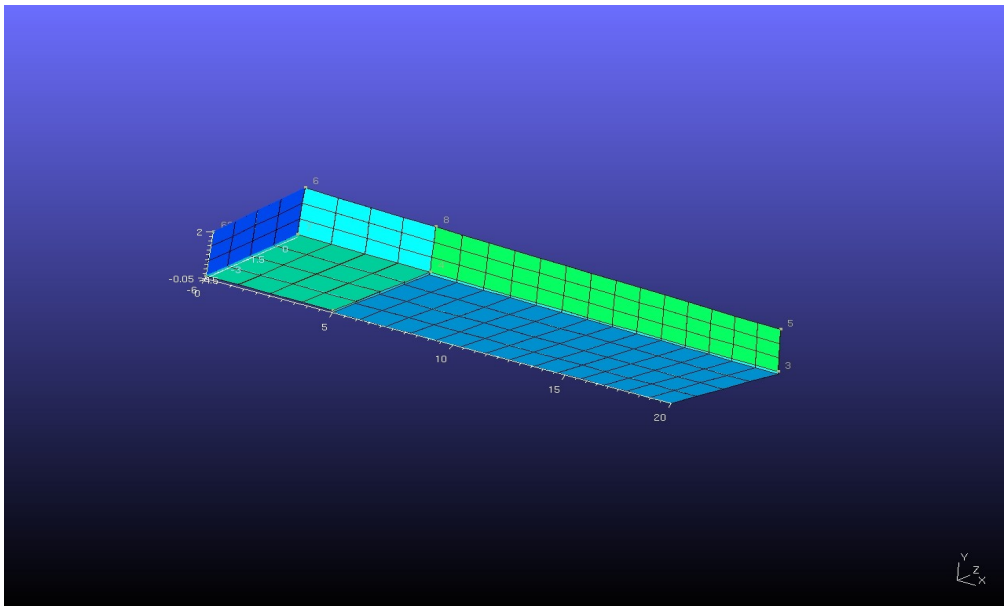


Figure 4.2-a : Schéma du maillage de la demi poutre, (la fissure initiale n'est pas maillée).

4.3 Grandeurs testées et résultats

Remarque *: Des travaux sur la comparaison des solutions numérique et analytique approchée ont été réalisés dans une note interne (cf. H-T64-2007-0342). On se contentera ici de fournir les valeurs de non régression obtenues avec Code_Aster.*
On note F^R la résultante de la force correspondant au déplacement imposé U.

Grandeur testée	*Code_Aster*
U à l'instant : 2	4.6061236901011D+00
F^R à l'instant : 2	7.0451492319953D+00
U à l'instant : 3	6.9693988127164D+00
F^R à l'instant : 3	5.7661719205232D+00
U à l'instant : 4	9.7548271517894D+00
F^R à l'instant : 4	4.8584218510416D+00

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation B

5.1 Caractéristiques de la modélisation

La simulation est effectuée avec la modélisation 3D_JOINT. Les éléments sont de type TETRA4 pour les éléments volumiques et PENTA6 pour les éléments de joint. La loi de comportement cohésive adoptée est CZM_EXP_REG. Le paramètre de régularisation de la loi PENA_ADHERENCE vaut 10^{-5}. Les éléments volumiques sont élastiques.

5.2 Caractéristiques du maillage

On réalise un maillage non structuré linéaire de la demi-poutre (figure ci-dessous).
Eléments volumiques (DCB) : 3481 TETRA4
Eléments joint (trajet de fissure) : 462 PENTA6

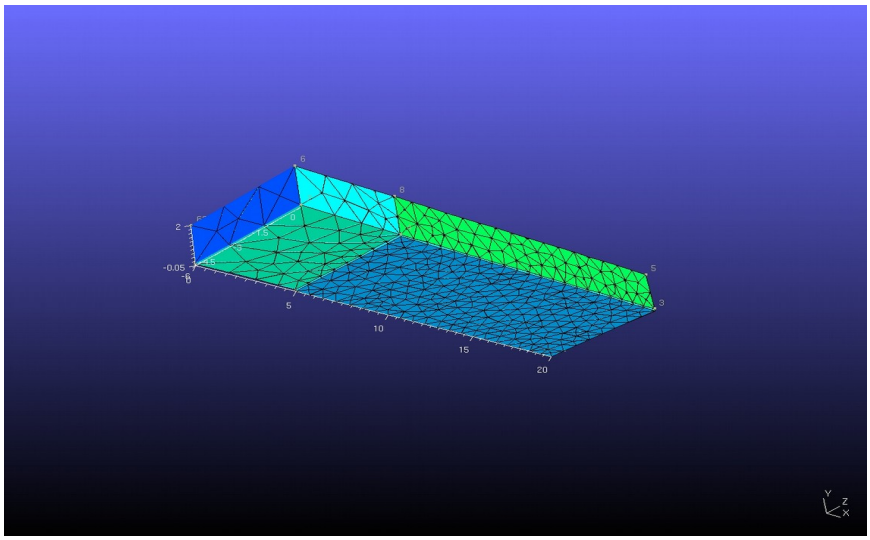


Figure 5.2-a : Schéma du maillage de la demi poutre, (la fissure initiale n'est pas maillée).

5.3 Grandeurs testées et résultats

Même remarque qu'au paragraphe 4.4.
On note F^R la résultante de la force correspondant au déplacement imposé U.

Grandeur testée	*Code_Aster*
U à l'instant : 2	4.0386002472857D+00
F^R à l'instant : 2	7.9981249343083D+00
U à l'instant : 3	6.1492839708222D+00
F^R à l'instant : 3	6.5587957007180D+00
U à l'instant : 4	8.6763623955462D+00
F^R à l'instant : 4	5.5595526657741D+00

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Modélisation C

6.1 Caractéristiques de la modélisation

La simulation est effectuée avec la modélisation 3D_JOINT. Les éléments sont de type HEXA8, pour les éléments de joint comme pour les éléments volumiques. La loi de comportement cohésive adoptée est CZM_LIN_REG. Le paramètre de régularisation de la loi PENA_ADHERENCE vaut 10^{-5}. Les éléments volumiques sont élastiques.

6.2 Caractéristiques du maillage

On réalise un maillage structuré linéaire de la demi-poutre (même maillage que la modélisation A).
Eléments volumiques (DCB) : 216 HEXA8
Eléments de joint (trajet de fissure) : 56 HEXA8

6.3 Grandeurs testées et résultats

Même remarque qu'au paragraphe 4.4.
On note F^R la résultante de la force correspondant au déplacement imposé U.

Grandeur testée	*Code_Aster*
U à l'instant : 2	4.6186712601876D+00
F^R à l'instant : 2	7.1316429152946D+00
U à l'instant : 3	6.9041423768554D+00
F^R à l'instant : 3	5.8318660215042D+00
U à l'instant : 4	9.6259568305961D+00
F^R à l'instant : 4	4.9452238152838D+00

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7 Modélisation D

7.1 Caractéristiques de la modélisation

La simulation est effectuée avec la modélisation 3D_JOINT. Les éléments sont de type TETRA4 pour les éléments volumiques et PENTA6 pour les éléments de joint. La loi de comportement cohésive adoptée est CZM_LIN_REG. Le paramètre de régularisation de la loi PENA_ADHERENCE vaut 10^{-5}. Les éléments volumiques sont élastiques.

7.2 Caractéristiques du maillage

On réalise un maillage non structuré linéaire de la demi-poutre (même maillage que modélisation B).
Eléments volumiques (DCB) : 3481 TETRA4
Eléments de joint (trajet de fissure) : 462 PENTA6

7.3 Grandeurs testées et résultats

Même remarque qu'au paragraphe 4.4.
On note F^R la résultante de la force correspondant au déplacement imposé U.

Grandeur testée	*Code_Aster*
U à l'instant : 2	4.0193719091077D+00
F^R à l'instant : 2	8.0668656941765D+00
U à l'instant : 3	6.0660030864088D+00
F^R à l'instant : 3	6.6762704371762D+00
U à l'instant : 4	8.4416874805246D+00
F^R à l'instant : 4	5.6476764257501D+00

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

8 Modélisation E

8.1 Caractéristiques de la modélisation

La simulation est effectuée avec la modélisation 3D_INTERFACE et des éléments de type HEXA20 pour les éléments d'interfaces comme pour les éléments volumiques. La loi de comportement cohésive adoptée est CZM_OUV_MIX. Le paramètre de pénalisation du lagrangien PENA_LAGR vaut 10^2, la rigidité du glissement RIGI_GLIS vaut 10. Les éléments volumiques sont élastiques.

8.2 Caractéristiques du maillage

On réalise un maillage structuré quadratique de la demi-poutre.
Eléments volumiques (DCB) : 216 HEXA20
Eléments d'interface (trajet de fissure) : 56 HEXA20

8.3 Grandeurs testées et résultats

Même remarque qu'au paragraphe 4.4.
On note F^R la résultante de la force correspondant au déplacement imposé U.

Grandeur testée	*Code_Aster*
U à l'instant : 2	5.00829D+00
F^R à l'instant : 2	6.78854D+00
U à l'instant : 3	6.97298 D+00
F^R à l'instant : 3	5.75772 D+00
U à l'instant : 4	9.12554 D+00
F^R à l'instant : 4	4.93281 D+00

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

9 Modélisation F

9.1 Caractéristiques de la modélisation

La simulation est effectuée avec la modélisation 3D_INTERFACE et des éléments de type PENTA15 pour les interfaces et TETRA10 pour les éléments volumiques. La loi de comportement cohésive adoptée est CZM_OUV_MIX. Le paramètre de pénalisation du lagrangien PENA_LAGR vaut 10^2, la rigidité du glissement RIGI_GLIS vaut 10. Les éléments volumiques sont élastiques.

9.2 Caractéristiques du maillage

On réalise un maillage non structuré quadratique de la demi-poutre.
Eléments volumiques (DCB) : 3481 TETRA10
Eléments d'interface (trajet de fissure) : 462 PENTA15

9.3 Grandeurs testées et résultats

Même remarque qu'au paragraphe 4.4.
On note F^R la résultante de la force correspondant au déplacement imposé U.

Grandeur testée	*Code_Aster*
U à l'instant : 2	4.85116 D+00
F^R à l'instant : 2	6.89090 D+00
U à l'instant : 3	6.74636 D+00
F^R à l'instant : 3	5.83393 D+00
U à l'instant : 4	8.92820 D+00
F^R à l'instant : 4	5.06475 D+00

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

10 Modélisation G

10.1 Caractéristiques de la modélisation

La simulation est effectuée avec la modélisation 3D_INTERFACE et des éléments de type HEXA20 pour les éléments d'interfaces comme pour les éléments volumiques.

Le test mécanique est identique à la modélisation E. On change uniquement le maillage : la fissure initiale est maillée (voir figure 10.2-a) et on initialise[3] à « cassés » les variables internes des éléments d'interface situés dans cette zone.
Cette modélisation sert d'exemple aux utilisateurs. Cela peut par exemple être utile lorsqu'on souhaite définir un front de fissure qui n'est pas droit (ici il est droit). Par ailleurs cela permet de prendre en compte le contact sur la fissure initiale ce qui n'est pas le cas si celle-ci n'est pas maillée avec des éléments cohésifs.

La loi de comportement cohésive adoptée est CZM_OUV_MIX. Le paramètre de pénalisation du lagrangien PENA_LAGR vaut 10^2, la rigidité du glissement RIGI_GLIS vaut 10. Les éléments volumiques sont élastiques.

10.2 Caractéristiques du maillage

On réalise un maillage structuré quadratique de la demi-poutre.
Éléments volumiques (DCB) : 216 HEXA20
Éléments d'interface, fissure initiale : 16 HEXA20, fissure potentielle : 56 HEXA20

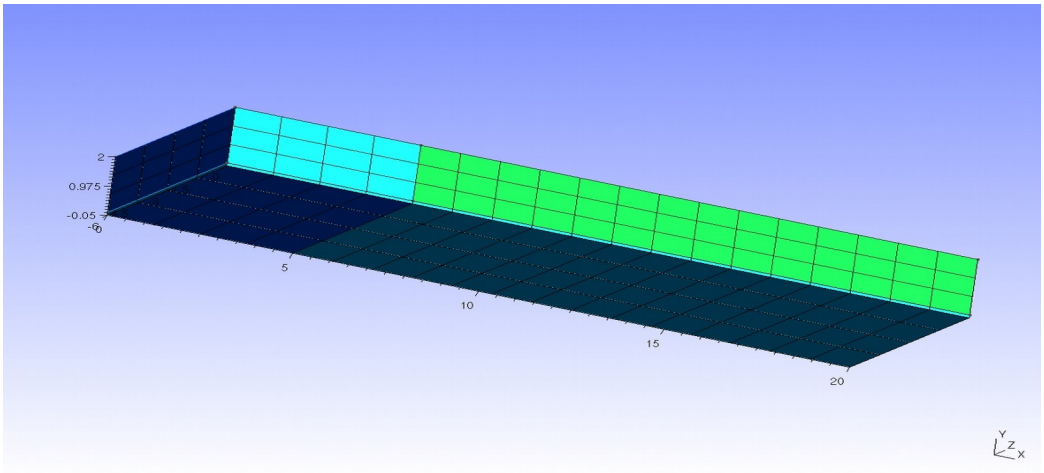


Figure 10.2-a : Schéma du maillage de la demi poutre, (la fissure initiale est maillée).

10.3 Grandeurs testées et résultats

Même remarque qu'au paragraphe 4.4.
On note F^R la résultante de la force correspondant au déplacement imposé U. On réalise exactement les mêmes tests que la modélisation E, les résultats sont identiques.

Grandeur testée	*Code_Aster*
U à l'instant : 2	5.01006 D+00

3 à partir de la commande CREA_CHAMP

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

F^R à l'instant : 2	6.78363 D+00
U à l'instant : 3	6.97518 D+00
F^R à l'instant : 3	5.75485 D+00
U à l'instant : 4	9.13210 D+00
F^R à l'instant : 4	4.93322 D+00

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

11 Synthèse des résultats

Les modèles cohésifs de joint et d'interface prédisent une propagation de la fissuration tout a fait correcte compte tenu de la solution analytique approchée. Cela permet de valider, en partie, ces types de modèles en 3D. Pour plus de détails sur les résultats numériques, on peut se reporter à la note interne H-T64-2007-03420-FR .

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)