SSNV177 - Test de Willam avec la loi ENDO_ORTH_BETON

Résumé :

On présente ici le test de Willam appliqué à la loi de comportement anisotrope unilatéral dédiée au comportement du béton ENDO_ORTH_BETON (cf. [R7.01.09]) développée dans [Bib 1]. Il s'agit d'un test de traction-cisaillement qui permet d'observer la rotation du repère propre de l'endommagement dans le cas d'un chargement non proportionnel.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Présentation du test de Willam

L'objectif du test proposé par Willam et al. (cf. [Bib 2]) est d'observer la réponse du modèle lorsque le repère propre du chargement tourne. Ce test est purement théorique et il est peu probable que des résultats expérimentaux soient un jour disponibles pour ce test, compte-tenu des difficultés liées à l'étude de la rupture du béton en traction. Son intérêt majeur est de comparer l'influence de la description de l'anisotropie de l'endommagement sur la réponse du matériau par rapport aux modèles isotropes.

Ce test est la succession de deux phases de chargement :

1) Première phase : traction simple. On impose $\Delta\varepsilon_{xx}$ jusqu'à la non linéarité, c'est-à-dire le début de l'endommagement de traction.
2) Deuxième phase : en partant de l'état de déformation à la fin de la première phase, on impose deux chargements de traction et un chargement de cisaillement dans le plan de chargement de traction avec les coefficients de proportionnalité suivants :
$\left(\Delta\varepsilon_{xx}, \Delta\varepsilon_{yy}, \Delta\varepsilon_{xy}\right)=\left(0.5, 0.75, 0.5\right)$.

La Figure 1-a nous montre l'évolution des différentes composantes de la contrainte en fonction de la déformation ε_{xx} . On peut distinguer 4 phases dans le comportement :

1) La phase 1 est la phase élastique sous chargement uniaxial.
2) La phase 2 correspond à la croissance de l'endommagement dans une direction particulière. La contrainte σ_{xx} décroît dans la mesure où l'endommagement s'initie tout d'abord selon l'axe x . La contrainte σ_{yy} ne croît pas linéairement, ce qui indique que le repère propre de l'endommagement tourne.
3) La phase 3 débute lorsque l'endommagement est total dans une direction. Le repère propre de l'endommagement est alors bloqué comme on le voit sur la Figure 1-b qui montre l'évolution de l'angle entre le repère propre de l'endommagement et le repère initial (ainsi que l'angle entre le repère propre des déformations et le repère initial). On observe au cours de cette phase 3 un comportement élastique.
4) La phase 4 débute ensuite lorsque l'endommagement dans la direction orthogonale à la direction bloquée s'initie. On observe alors un adoucissement des contraintes engendré par la croissance de l'endommagement.

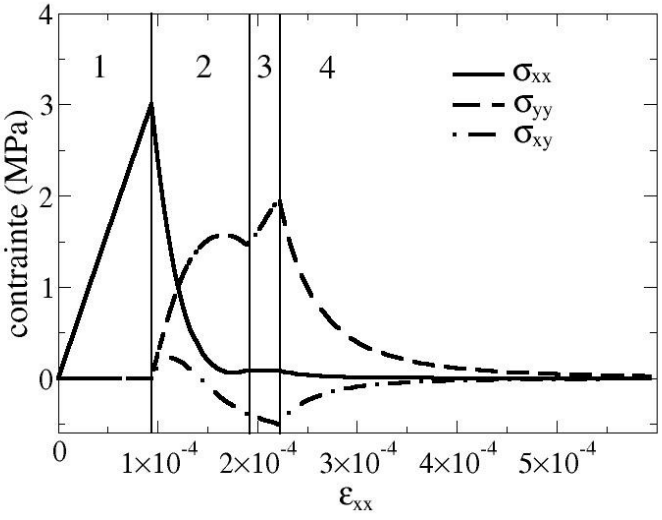


Figure 1-a Evolution des contraintes pour le test de Willam

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

On remarque en outre sur la Figure 1-b que le repère propre de l'endommagement ne tourne pas de la même manière que le repère propre des déformations. Ceci provient du fait que la loi d'évolution de l'endommagement n'est pas écrite en fonction des déformations mais en fonction des forces thermodynamiques, qui dépendent à la fois de l'état de déformation et de l'endommagement. Dans la mesure où le test de Willam est un test théorique, il nous est difficile de porter un jugement précis sur cette prédiction du modèle ENDO_ORTH_BETON.

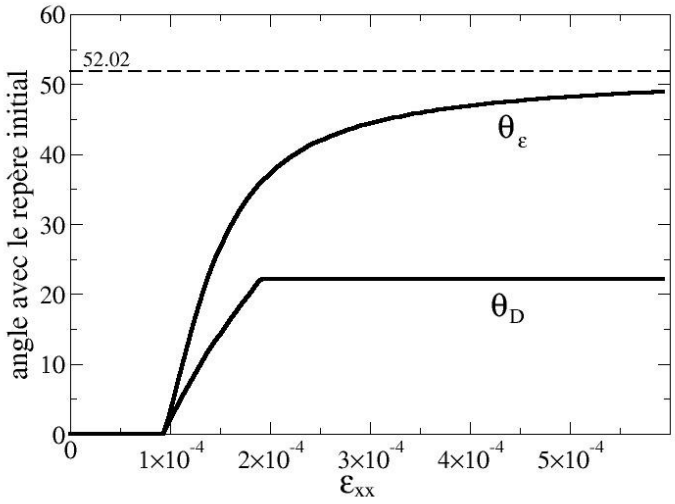


Figure 1-b Evolution des angles des repères propres des déformations et de l'endommagement par rapport au repère initial

Le comportement obtenu avec notre modèle pour le test de Willam semble caractéristique de ce qu'on peut attendre des modèles anisotropes (cf. [Bib 3]). La différence principale, par rapport aux résultats de Carol [1999], réside dans le blocage du repère propre que l'on observe avec le modèle ENDO_ORTH_BETON lorsque l'endommagement est complet dans une direction, qui n'apparaît pas dans [Bib 3].

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Problème de référence

2.1 Géométrie et conditions aux limites

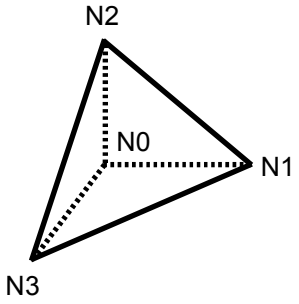
L'élément utilisé est un tétraèdre à un point de gauss. Il n'y a donc pas de problème d'homogénéité des champs dans l'élément.

Les conditions de blocages et les relations linéaires entre les nœuds qu'il faut appliquer sont résumées sur la [Figure 3]. Les arêtes $N0N1$, $N0N2$ et $N0N3$ sont de longueur 1.

Compte tenu de la géométrie de l'élément, des conditions de blocages et des relations linéaires, la déformation est directement reliée aux déplacements des nœuds :

$$\varepsilon_{xx} = DX(N1)$$
$$\varepsilon_{yy} = DY(N2)$$
$$\varepsilon_{zz} = DZ(N3)$$
$$\varepsilon_{xy} = DX(N2) = DY(N1)$$
$$\varepsilon_{xz} = DX(N3) = DZ(N1)$$
$$\varepsilon_{yz} = DY(N3) = DZ(N2)$$

A déformation imposée, il suffit donc d'imposer les déplacements aux nœuds adéquats.



Blocages :
$N0$:
$DX = DY = DZ = 0$

Relations linéaires :
$DY(N1) = DX(N2)$
$DZ(N1) = DX(N3)$
$DZ(N2) = DY(N3)$

Chargements :

Phase 1 : Traction en déplacement imposé
$DX = F^{trac}$ imposé sur $N1$

Phase 2 : Traction/Cisaillement en déplacement imposé
$DX = DY = 0.5 * F^{cisa}$ imposés sur $N1$
$DY = 0.75 * F^{cisa}$ imposé sur $N2$

Où F^{trac} et F^{cisa} sont des fonctions affines croissantes du temps

Figure 2.1-a Géométrie, conditions aux limites et chargements du test de Willam

2.2 Propriétés de matériaux

Les caractéristiques matériaux sont identiques pour les 5 tests qui sont présentés.

Les caractéristiques élastiques du matériaux sont les suivantes :

$$E = 32000\ MPa \quad ; \quad \nu = 0.2$$

On utilise le jeu de paramètres suivant pour la loi de comportement :

$ALPHA$	$K0$ (Mpa)	$ECROB$ (MJ/m^3)	$ECROD$ (MJ/m^3)	K_1 (Mpa)	K_2
0.87	2.634e-4	0	0.06	10.5	6.e-4

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Solution de référence

Ce test est un test de non régression.

3.1 Références bibliographiques

[1] V. GODARD : Modélisation de l'endommagement anisotrope du béton avec prise en compte de l'effet unilatéral : Application à la simulation numérique des enceintes de confinement. Thèse de l'Université Paris VI, 2005.

[2] K. WILLAM, E. PRAMONO, S. STURE : Fundamental issues of smeared crack models. Proc. Of the SEM-RILEM Int. Conf. On Fracture of Concrete and Rock, Shah S.P., Schwartz S.E. (eds), Society of Engineering Mechanics, p. 193-207, 1987.

[3] I. CAROL : Anisotropic damage evolution using a pseudo-logarithmic tensor rate. Mécanique des matériaux hétérogènes, Grenoble, 1999.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation A

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation 3D

Elément MECA_TETRA4.

4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 4

Nombre de mailles et types : 1 TETRA4

4.3 Trajet de chargement

Le chargement se décompose en deux phases :

- Phase 1 : Traction en déplacement imposé
  $DX = F^{trac}$ imposé sur $N1$
- Phase 2 : Traction/Cisaillement en déplacement imposé
  $DX = DY = 0.5 * F^{cisa}$ imposés sur $N1$
  $DY = 0.75 * F^{cisa}$ imposé sur $N2$

où F^{trac} et F^{cisa} sont des fonctions affines croissantes du temps

4.4 Grandeurs testées et résultats

Le test de non régression est réalisé sur la valeur des angles de rotation des repères propres de la déformation et du tenseur d'endommagement.

Pour cela, on extrait les champs de déformation (EPSI_ELGA) et d'endommagement (VARI_ELGA) à l'instant 2, et on crée les matrices (en python) correspondant aux tenseurs de déformation et d'endommagement. Ensuite, on utilise la bibliothèque LinearAlgebra de python pour calculer les vecteurs propres des matrices associées aux tenseurs de déformation et d'endommagement. Enfin, on calcule l'angle de rotation de ces vecteurs propres par rapport au repère initial.

Instant	Nom du champ	Composante	Lieu	*Aster*
2	EPSI_ELGA	Angle de rotation du repère propre	$VOLUME$, point 1	45.7160
2	VARI_ELGA	Angle de rotation du repère propre	$VOLUME$, point 1	23.0825

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Synthèse des résultats

Le test de Willam est un test simple permettant de comparer l'influence de la description de l'anisotropie de l'endommagement de la loi ENDO_ORTH_BETON sur la réponse du matériau par rapport aux modèles isotropes. Il permet en outre d'observer la réponse du modèle lorsque le repère propre du chargement tourne. On remarque ainsi sur les valeurs testées, que l'endommagement ne tourne pas de la même manière que le tenseur de déformation. De plus, l'angle de rotation du tenseur d'endommagement atteint un plateau lorsque l'endommagement est complet dans une direction, ce qu'on peut associer à la création d'une macro-fissure.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)