# SSNV173 – Barreau fissuré avec X-FEM

**Résumé**

Ce test a pour but de valider deux aspects du calcul élémentaire dans le cadre de X-FEM [R7.02.12] :

- l'intégration d'une grandeur discontinue grâce à un sous-découpage de l'élément,
- l'enrichissement des fonctions de forme par la fonction Heaviside.

Ce test met en jeu un barreau parallélépipédique fissuré sur toute sa section (on parlera alors d'interface), soumis à un déplacement imposé, ce qui a pour conséquence la séparation des deux parties de la structure.

L'influence du maillage et des conditions aux limites est aussi étudiée.

On étudie aussi en $2D$ le cas d'une plaque.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 1 Problème de référence

## 1.1 Géométrie 3D

La structure est un parallélépipède droit à base carrée. Les dimensions du barreau (voir [Figure 1.1-a]) sont : $LX=5\,m$ , $LY=5\,m$ et $LZ=25\,m$ .

La fissure (ou plutôt l'interface) est introduite par des fonctions de niveau (level sets) directement dans le fichier commande à l'aide de l'opérateur DEFI_FISS_XFEM [U4.82.08]. L'interface est présente au milieu de la structure par le biais de sa représentation par une level set $LSN$ (voir [Figure 1.1-a]) d'équation :

$$LSN \text{ (pour le plan de l'interface) : } Z-\frac{LZ}{2}$$

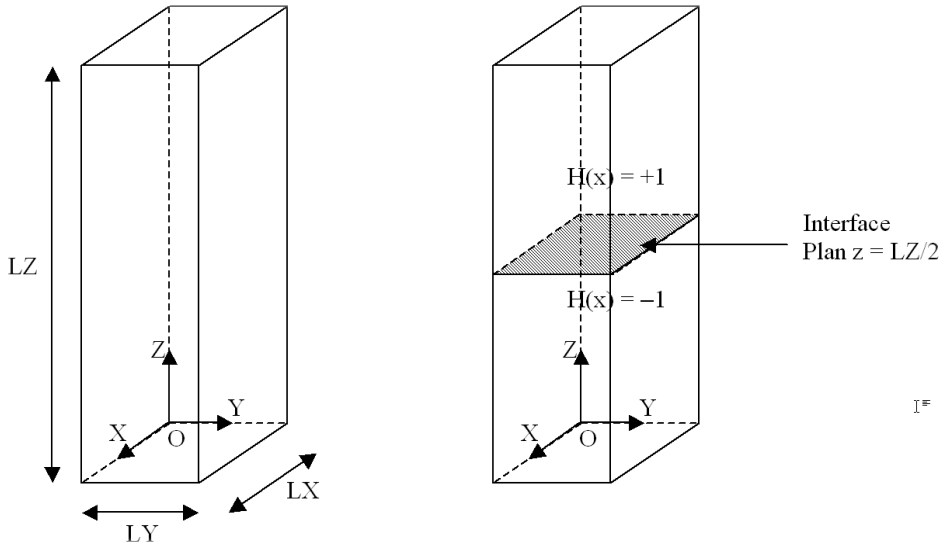



**Figure 1.1-a : Géométrie du barreau et positionnement de l'interface**

## 1.2 Géométrie 2D

La structure est un rectangle. Les dimensions du barreau (voir [Figure 1.2-a]) sont : $LX=1\,m$ , $LY=5\,m$ .

L'interface est introduite par une fonction de niveau (level set) directement dans le fichier commande à l'aide de l'opérateur DEFI_FISS_XFEM [U4.82.08]. L'interface est présente au milieu de la structure par le biais de sa représentation par une level set $LSN$ (voir [Figure 1.2-a]) d'équation :

$$LSN \text{ (pour le plan de l'interface) : } Y-\frac{LY}{2}$$



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

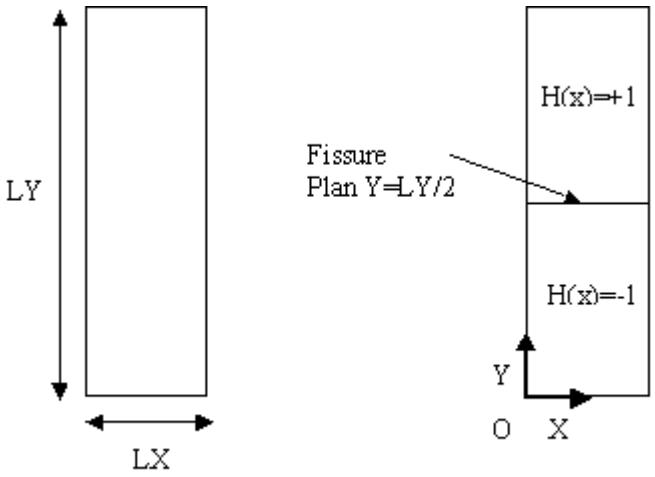



**Figure 1.2-a : Géométrie de la plaque et positionnement de l'interface**

## 1.3 Propriétés du matériau

Module d'Young : $E = 205000\ MPa$

Coefficient de Poisson : $\nu = 0.3$

## 1.4 Conditions aux limites et chargements

Les nœuds de la face inférieure du barreau sont encastrés et un déplacement est imposé sur ceux de la face supérieure. On souhaite montrer ici la possibilité de séparer un élément fini en deux avec X-FEM.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 2 Modélisation A

## 2.1 Caractéristiques du maillage

La structure est maillée par une seule maille de type HEXA8. L'interface est donc présente au sein de cet élément par le biais des level sets.

## 2.2 Conditions aux limites

Rappelons que le déplacement sous X-FEM est la somme d'un déplacement continu et d'un déplacement discontinu. Dans le cas d'une interface, sans fond de fissure, l'approximation du déplacement s'écrit de la façon suivante :

$$u^h(x)=\sum_{i\in N_n(x)} a_i\varphi_i(x)+\sum_{j\in N_n(x)\cap K_+} b_j\varphi_j(x)\left(-2\chi_-(lsn(x))\right)+\sum_{j\in N_n(x)\cap K_-} b_j\varphi_j(x)\left(2\chi_+(lsn(x))\right)$$

Où:

$a_i$ et $b_i$ sont les degrés de liberté de déplacement au nœud $i$ ,

$\Phi_i$ les fonctions de forme associées au nœud $i$ ,

$N_n(x)$ est l'ensemble des nœuds dont le support contient le point $x$ ,

$K_-$ est l'ensemble des nœuds situés dans le domaine $lsn(x)<0$ , et dont le support est entièrement coupé par l'interface,

$K_+$ est l'ensemble des nœuds situés dans le domaine $lsn(x)>0$ , et dont le support est entièrement coupé par l'interface,

$\chi_-(x)$ est une fonction caractéristique de domaine définie par $\chi_-(x)=\begin{cases}1 & \text{si } x<0\\ 0 & \text{si } x\geq 0\end{cases}$ ,

$\chi_+(x)$ est une fonction caractéristique de domaine définie par $\chi_+(x)=\begin{cases}0 & \text{si } x<0\\ 1 & \text{si } x\geq 0\end{cases}$ ,

$lsn(x)$ est la valeur de la level-set normale au point $x$

Pour plus de détails, se référer à la documentation de référence X-FEM [R7.02.12].

Vu que les nœuds près de l'interface, c'est-à-dire ici les 8 nœuds du maillage sont enrichis par des degrés de liberté supplémentaires, les conditions aux limites s'écrivent un peu différemment. Cela est relatif à l'enrichissement des fonctions de formes classiques [R7.02.12] par les fonctions caractéristiques de domaines $\chi_-(x)$ et $\chi_+(x)$ .

Imposer un déplacement nul sur les nœuds de la face inférieure revient à écrire une relation linéaire entre les degrés de liberté. Pour chaque nœud, on impose $a_{ix}=0$ (idem suivant $y$ et $z$ ) quand l'interface n'est pas conforme aux nœuds du maillage. Toutefois si l'interface était conforme aux nœuds, imposer le déplacement nul sur l'interface, sous-tend également une hypothèse vis-à-vis du saut de déplacement à travers l'interface. Cela introduit une relation supplémentaire due à la continuité/saut du déplacement. Il convient alors d'imposer la condition suivante sur les degrés de liberté de discontinuité $2b_{ix}=\Delta u=0$ .

Pour les nœuds de la face supérieure, on impose un déplacement suivant $z$ valant $10^{-6}$ et nul suivant les deux autres directions, c'est-à-dire $a_{ix}=0$ , $a_{iy}=0$ et $a_{iz}=10^{-6}$ .

Ces relations sont imposées **automatiquement** lorsque l'on utilise le mot-clé DDL_IMPO sur un nœud X-FEM. Par exemple, l'imposition du déplacement suivant $X$ nul du nœud X-FEM $N1$ se fait donc de la manière classique :



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

```
DDL_IMPO=_F(NOEUD='N1',DX=0)
```

## 2.3 Résolution analytique

La solution d'un tel problème est bien sûr évidente. On voit bien que mécaniquement parlant, les deux parties de la structure vont se détacher : la partie inférieure aura un déplacement nul et la partie supérieure aura un mouvement d'ensemble égal au déplacement imposé (voir [Figure 2.3-a]).

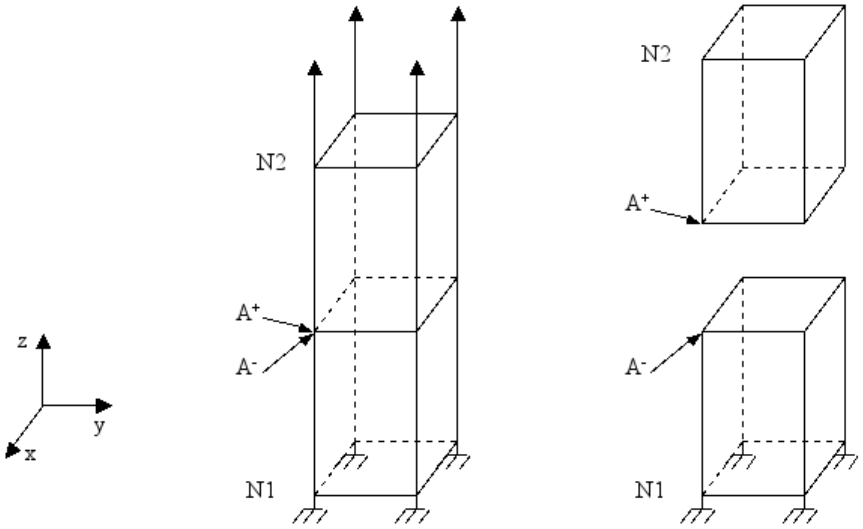



**Figure 2.3-a : États initial et final de la structure**

La solution analytique est alors la suivante : tous les déplacements suivant $x$ et $y$ sont nuls, tous les déplacements suivant $z$ en dessous de la level set sont nuls et tous les déplacements suivant $z$ au dessus de la level set sont égaux au déplacement imposé $u_z$ au sommet de la structure.

## 2.4 Grandeurs testées et résultats

L'opérateur POST_MAIL_XFEM permet de mailler les fissures représentées par la méthode X-FEM. L'opérateur POST_CHAM_XFEM, permet ensuite d'exporter les résultats X-FEM sur ce nouveau maillage. Ces deux opérateurs ne sont à utiliser que de façon postérieure au calcul à des vues de post-traitement. Ils permettent de générer des nœuds juste en dessous et au dessus de l'interface et d'exhiber leurs déplacements.

On teste donc les valeurs du déplacement juste en dessous et au dessus de l'interface après convergence des itérations de l'opérateur STAT_NON_LINE. On vérifie que l'on retrouve bien les valeurs déterminées au [§2.3].

| Identification | Référence | Tolérance |
|---|---|---|
| $DX$ pour tous les nœuds juste en dessous de l'interface | 0.00 | 1.0E-16 |
| $DY$ pour tous les nœuds juste en dessous de l'interface | 0.00 | 1.0E-16 |
| $DZ$ pour tous les nœuds juste en dessous de l'interface | 0.00 | 1.0E-16 |
| $DX$ pour tous les nœuds juste au dessus de l'interface | 0.00 | 1.0E-16 |
| $DY$ pour tous les nœuds juste au dessus de l'interface | 0.00 | 1.0E-16 |
| $DZ$ pour tous les nœuds juste au dessus de l'interface | 1.0E-6 | 1.0E-9% |

Pour tester tous les nœuds en une seule fois, on teste le MINIMUM et le MAXIMUM de la colonne.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

## 2.5 Commentaires

On remarque la discontinuité du champ de déplacements en traversant l'interface qui est possible grâce à l'enrichissement des éléments avec le degré de liberté Heaviside.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 3 Modélisation B

## 3.1 Caractéristiques du maillage

On discrétise la structure en 5 mailles de type HEXA8.

Les nœuds de part et d'autre de l'interface sont des nœuds enrichis, donc les trois mailles centrales possédant de tels nœuds sont elles aussi enrichies. Seules les deux mailles extrêmes sont des mailles classiques n'ayant que des nœuds classiques.

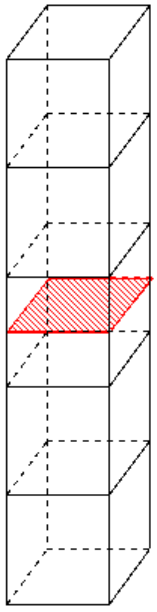


**Figure 3.1-a : maillage avec 5 HEXA8**

## 3.2 Conditions aux limites

Les conditions aux limites appliquées représentent le même phénomène physique que pour la modélisation A. On encastre les nœuds de la face inférieure et on impose un déplacement des nœuds de la face supérieure :

Face inférieure (Nœuds $N1$ , $N6$ , $N11$ , $N16$ ) : $DX=0$ , $DY=0$ et $DZ=0$
Face supérieure (Nœuds $N21$ , $N22$ , $N23$ , $N24$ ) : $DX=0$ , $DY=0$ et $DZ=uz$
Ceci constitue le 1er cas de chargement.

En fait, on prend la liberté de déplacer la partie supérieure de la structure suivant les trois directions, on choisira donc comme 2ème cas de chargement :
Face inférieure (Nœuds $N1$ , $N6$ , $N11$ , $N16$ ) : $DX=0$ , $DY=0$ et $DZ=0$
Face supérieure : $DX=ux$ , $DY=uy$ et $DZ=uz$

$$ux=1.10^{-6}$$
$$uy=2.10^{-6}$$
$$uz=3.10^{-6}$$



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

## 3.3 Résolution analytique

La solution d'un tel problème est bien sûr encore évidente. Tous les déplacements suivant $x$ et $y$ sont nuls, tous les déplacements suivant $x$, $y$ et $z$ en dessous de la level set sont nuls et tous les déplacements suivant $x$, $y$ et $z$ au dessus de la level set sont égaux au déplacement imposé $u_x$, $u_y$ et $u_z$ au sommet de la structure.

## 3.4 Grandeurs testées et résultats

On teste les valeurs du déplacement après convergence des itérations de l'opérateur STAT_NON_LINE. On vérifie que l'on retrouve bien les valeurs déterminées au [§3.3] pour les 2 cas de chargements.

On obtient le tableau suivant pour le 1er cas de chargement.

| Identification | Référence | Tolérance |
|---|---|---|
| $DX$ pour tous les nœuds juste en dessous de l'interface | 0.00 | 1.0E-16 |
| $DY$ pour tous les nœuds juste en dessous de l'interface | 0.00 | 1.0E-16 |
| $DZ$ pour tous les nœuds juste en dessous de l'interface | 0.00 | 1.0E-16 |
| $DX$ pour tous les nœuds juste au dessus de l'interface | 0.00 | 1.0E-16 |
| $DY$ pour tous les nœuds juste au dessus de l'interface | 0.00 | 1.0E-16 |
| $DZ$ pour tous les nœuds juste au dessus de l'interface | 1.0E-6 | 1.0E-9% |

On obtient le tableau suivant pour le 2ème cas de chargement.

| Identification | Référence | Tolérance |
|---|---|---|
| $DX$ pour tous les nœuds juste en dessous de l'interface | 0.00 | 1.0E-16 |
| $DY$ pour tous les nœuds juste en dessous de l'interface | 0.00 | 1.0E-16 |
| $DZ$ pour tous les nœuds juste en dessous de l'interface | 0.00 | 1.0E-16 |
| $DX$ pour tous les nœuds juste au dessus de l'interface | 1.0E-6 | 1.0E-9% |
| $DY$ pour tous les nœuds juste au dessus de l'interface | 2.0E-6 | 1.0E-9% |
| $DZ$ pour tous les nœuds juste au dessus de l'interface | 3.0E-6 | 1.0E-9% |

Pour tester tous les nœuds en une seule fois, on teste le MINIMUM et le MAXIMUM de la colonne.

## 3.5 Commentaires

On remarque la discontinuité du champ de déplacements en traversant l'interface qui est possible grâce à l'enrichissement des éléments avec le degré de liberté Heaviside.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 4 Modélisation C

## 4.1 Caractéristiques du maillage et de l'interface

On considère une structure de dimensions $LX=5m$, $LY=5m$ et $LZ=25m$. Cette structure est discrétisée avec 5 mailles HEXA8. On s'intéresse à une interface plane de normale

$$n=\begin{pmatrix}-1\\1\\1\end{pmatrix}$$

passant par le point $A$ de coordonnées $(5,5\delta,5)$. La [Figure 4.1-a] montre un zoom du 2ème élément où la trace de l'interface est représentée en rouge.

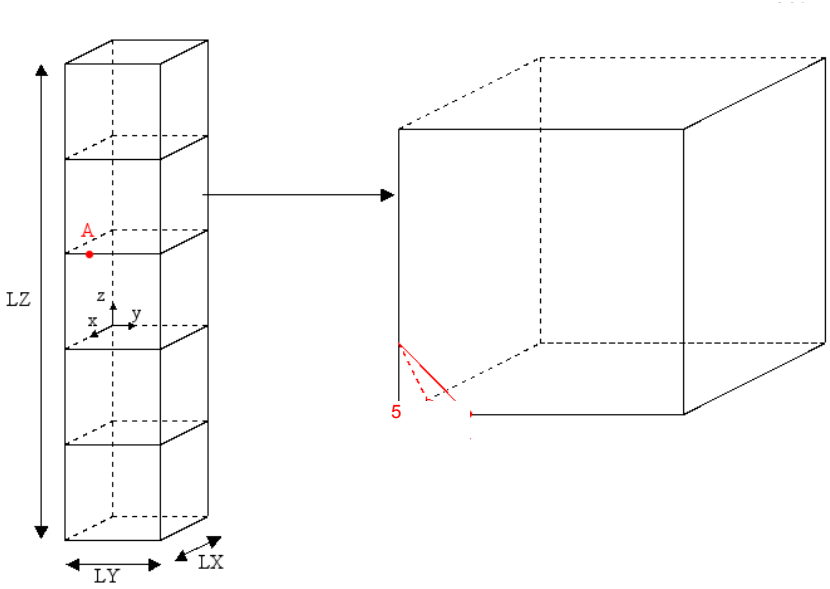



**Figure 4.1-a : Maillage c et zoom**

L'interface est caractérisée par la level set normale ayant pour équation cartésienne :

$$lsn=-x+y+z-5\delta$$

**Remarque :**

*Avec le nouvel enrichissement de saut de déplacement [R7.02.12], nous ne constatons pas de baisse de précision sur la solution en déplacement au voisinage de l'interface et de problème de conditionnement, bien que l'interface soit rasante par rapport aux nœuds du maillage.*

## 4.2 Conditions aux limites

Les conditions aux limites sont les mêmes que celles de la modélisation B. On encastre les nœuds de la face inférieure et on impose un déplacement de traction aux nœuds de la face supérieure :

Face inférieure : $DX=0$, $DY=0$ et $DZ=0$
Face supérieure : $DX=0$, $DY=0$ et $DZ=10^{-6}$

## 4.3 Grandeurs testées et résultats



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Le bon déroulement du calcul permet *a priori* de valider le cas. On teste donc les valeurs du déplacement juste au dessus de l'interface après convergence des itérations de l'opérateur STAT_NON_LINE.

| Identification | Référence | Tolérance |
|---|---|---|
| $DZ$ pour tous les nœuds juste au dessus de l'interface | $1.0\mathrm{E}-6$ | 1.0E-3% |

Pour tester tous les nœuds en une seule fois, on teste le MINIMUM et le MAXIMUM de la colonne.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 5 Modélisation D

Cette modélisation est basée sur la modélisation A.
Le type d'élément choisi pour le maillage est la seule différence entre ces deux modélisations.

## 5.1 Caractéristiques du maillage

On discrétise la structure en 6 éléments finis TETRA4
L'interface est présente au sein de ces 6 éléments par le biais des level sets.

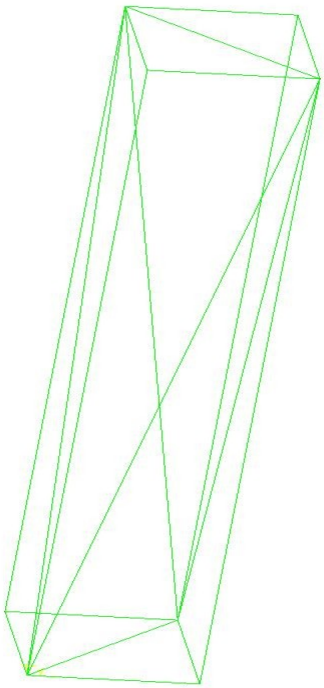


**Figure 5.1-a : Maillage**

## 5.2 Conditions aux limites

Les conditions aux limites sont celles de la modélisation A : on encastre les nœuds de la face inférieure et on impose un déplacement des nœuds de la face supérieure.

## 5.3 Résolution analytique

La solution analytique est celle présentée dans la modélisation A [§2.3] : tous les degrés de liberté suivant $x$ et $y$ sont nuls et tous les degrés de liberté suivant $z$ valent $uz/2$, où $uz=10^{-6}$



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

## 5.4 Grandeurs testées et résultats

On teste les valeurs du déplacement juste en dessous et au dessus de l'interface après convergence des itérations de l'opérateur STAT_NON_LINE. On vérifie que l'on retrouve bien les valeurs déterminées au [§2.3].

| Identification | Référence | Tolérance |
|---|---|---|
| DX pour tous les nœuds juste en dessous de l'interface | 0.00 | 1.0E-16 |
| DY pour tous les nœuds juste en dessous de l'interface | 0.00 | 1.0E-16 |
| DZ pour tous les nœuds juste en dessous de l'interface | 0.00 | 1.0E-16 |
| DX pour tous les nœuds juste au dessus de l'interface | 0.00 | 1.0E-16 |
| DY pour tous les nœuds juste au dessus de l'interface | 0.00 | 1.0E-16 |
| DZ pour tous les nœuds juste au dessus de l'interface | 1.0E-6 | 1.0E-9% |

Pour tester tous les nœuds en une seule fois, on teste le MINIMUM et le MAXIMUM de la colonne.

## 5.5 Commentaires

On remarque la discontinuité du champ de déplacements en traversant l'interface qui est possible grâce à l'enrichissement des éléments avec le degré de liberté Heaviside.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 6 Modélisation E

Cette modélisation est basée sur la modélisation B.
Le type d'élément choisi pour le maillage est la seule différence entre ces deux modélisations.

## 6.1 Caractéristiques du maillage

Chaque maille HEXA8 de la modélisation B est décomposée en 6 TETRA4 pour la modélisation E.
Ainsi la structure est discrétisée en 30 éléments finis TETRA4.

Les nœuds de part et d'autre de l'interface sont des nœuds enrichis, donc les tétraèdres contenus dans les trois mailles centrales de la modélisation B possédant de tels nœuds sont eux aussi enrichis. Seuls les tétraèdres contenus dans les deux hexaèdres extrêmes de la modélisation B sont des mailles classiques n'ayant que des nœuds classiques.

On pourra donc imposer des conditions aux limites sur les mailles extrêmes de la manière habituelle.

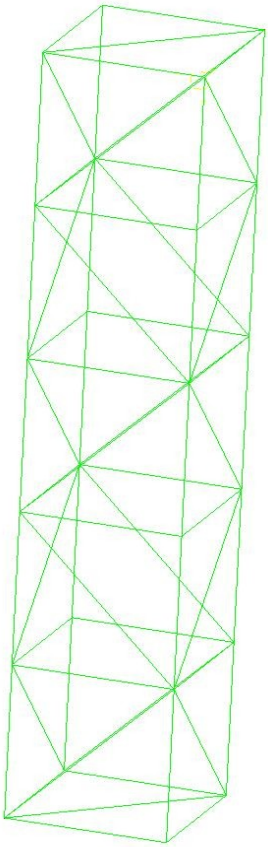


**Figure 6.1-a : Maillage**



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

## 6.2 Conditions aux limites

On encastre les nœuds de la face inférieure et on impose un déplacement des nœuds de la face supérieure :

Face inférieure : $DX=0$ , $DY=0$ et $DZ=0$
Face supérieure : $DX=0$ , $DY=0$ et $DZ=uz$ .
Ceci constitue le 1er cas de chargement.

En fait, on prend la liberté de déplacer la partie supérieure de la structure suivant les trois directions, on choisira donc comme 2ème cas de chargement :
Face inférieure: $DX=0$ , $DY=0$ et $DZ=0$
Face supérieure : $DX=ux$ , $DY=uy$ et $DZ=uz$

$$ux=10^{-6}$$
$$uy=2.10^{-6}$$
$$uz=3.10^{-6}$$

## 6.3 Résolution analytique

La solution d'un tel problème est bien sûr encore évidente : tous les déplacements suivant $x$ et $y$ sont nuls, tous les déplacements suivant $z$ en dessous de la level set sont nuls et tous les déplacements suivant $z$ au dessus de la level set sont égaux au déplacement imposé $u_z$ au sommet de la structure.

## 6.4 Grandeurs testées et résultats

On teste les valeurs du déplacement après convergence des itérations de l'opérateur STAT_NON_LINE. On vérifie que l'on retrouve bien les valeurs déterminées au [§3.3] pour les 2 cas de chargements.

On obtient le tableau suivant pour le 1er cas de chargement.

| Identification | Référence | Tolérance |
|---|---|---|
| $DX$ pour tous les nœuds juste en dessous de l'interface | 0.00 | 1.0E-16 |
| $DY$ pour tous les nœuds juste en dessous de l'interface | 0.00 | 1.0E-16 |
| $DZ$ pour tous les nœuds juste en dessous de l'interface | 0.00 | 1.0E-16 |
| $DX$ pour tous les nœuds juste au dessus de l'interface | 0.00 | 1.0E-16 |
| $DY$ pour tous les nœuds juste au dessus de l'interface | 0.00 | 1.0E-16 |
| $DZ$ pour tous les nœuds juste au dessus de l'interface | 1.0E-6 | 1.0E-9% |

On obtient le tableau suivant pour le 2ème cas de chargement.

| Identification | Référence | Tolérance |
|---|---|---|
| $DX$ pour tous les nœuds juste en dessous de l'interface | 0.00 | 1.0E-16 |
| $DY$ pour tous les nœuds juste en dessous de l'interface | 0.00 | 1.0E-16 |
| $DZ$ pour tous les nœuds juste en dessous de l'interface | 0.00 | 1.0E-16 |
| $DX$ pour tous les nœuds juste au dessus de l'interface | 1.0E-6 | 1.0E-9% |
| $DY$ pour tous les nœuds juste au dessus de l'interface | 2.0E-6 | 1.0E-9% |
| $DZ$ pour tous les nœuds juste au dessus de l'interface | 3.0E-6 | 1.0E-9% |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Pour tester tous les nœuds en une seule fois, on teste le MINIMUM et le MAXIMUM de la colonne.

## 6.5 Commentaires

On remarque la discontinuité du champ de déplacements en traversant l'interface qui est possible grâce à l'enrichissement des éléments avec le degré de liberté Heaviside.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 7 Modélisation F

## 7.1 Caractéristiques du maillage

On discrétise la structure en 5 éléments finis QUAD4.

Les nœuds de part et d'autre de l'interface sont des nœuds enrichis, donc les trois mailles centrales possédant de tels nœuds sont elles aussi enrichies. Seules les deux mailles extrêmes sont des mailles classiques n'ayant que des nœuds classiques.

On pourra donc imposer des conditions aux limites sur les mailles extrêmes de la manière habituelle.

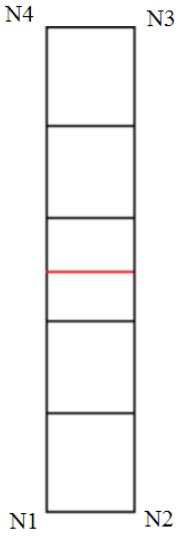



**Figure 7.1-a : Maillage F**

## 7.2 Conditions aux limites

Les conditions aux limites appliquées représentent le même phénomène physique que pour la modélisation A. On encastre les nœuds de la face inférieure et on impose un déplacement des nœuds de la face supérieure :

Face inférieure (Nœuds $N1$ et $N2$) : $DX=0$ et $DY=0$
Face supérieure (Nœuds $N3$ et $N4$) : $DX=0$ , $DY=uy=10^{-5}$ .

## 7.3 Résolution analytique

La solution d'un tel problème est bien sûr encore évidente : tous les déplacements suivant $x$ sont nuls, tous les déplacements suivant $y$ en dessous de la level set sont nuls et tous les déplacements suivant $y$ au dessus de la level set sont égaux au déplacement imposé $u_y$ au sommet de la structure.

## 7.4 Grandeurs testées et résultats

On teste les valeurs du déplacement après convergence des itérations de l'opérateur STAT_NON_LINE. On vérifie que l'on retrouve bien les valeurs déterminées au [§7.3].

| Identification | Référence | Tolérance |
|---|---|---|



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

| | | |
|---|---|---|
| DX pour tous les nœuds juste en dessous de l'interface | 0.00 | 1.0E-16 |
| DY pour tous les nœuds juste en dessous de l'interface | 0.00 | 1.0E-16 |
| DX pour tous les nœuds juste au dessus de l'interface | 0.00 | 1.0E-16 |
| DY pour tous les nœuds juste au dessus de l'interface | 1.0E-6 | 1.0E-9% |

Pour tester tous les nœuds en une seule fois, on teste le MINIMUM et le MAXIMUM de la colonne.

On teste aussi les valeurs du déplacement issu de la commande POST_CHAM_XFEM. On teste en fait la valeur de la somme des valeurs absolues des déplacements des nœuds du maillage fissuré. C'est un test de non-régression par rapport aux valeurs obtenues avec la version 8.2.13 pour $DX$ et 9.0.21 pour $DY$.

| Identification | Référence | Différence |
|---|---|---|
| SOMM_ABS(DX) | 0.000 | 1.E-12 |
| SOMM_ABS(DY) | 1.3E-05 | 1.0E-04% |

## 7.5 Commentaires

On remarque la discontinuité du champ de déplacements en traversant l'interface qui est possible grâce à l'enrichissement des éléments avec le degré de liberté Heaviside.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 8 Modélisation G

## 8.1 Caractéristiques du maillage

La structure est modélisée par un seul élément fini de type QUAD4. L'interface est donc présente au sein de cet élément par le biais des level sets.

## 8.2 Conditions aux limites

On reprend le même raisonnement que pour la modélisation A.

Sur la face inférieure on impose un déplacement nul :
$a_{ix}-b_{ix}=0$ et $a_{iy}-b_{iy}=0$.
Sur la face supérieure on impose un déplacement selon l'axe $Y$ :
$a_{ix}+b_{ix}=0$ et $a_{iy}+b_{iy}=10^{-6}$.

Ces relations sont imposées **automatiquement** lorsque l'on utilise le mot-clé DDL_IMPO sur un nœud X-FEM.

## 8.3 Résolution analytique

La solution d'un tel problème est bien sûr encore évidente : tous les déplacements suivant $x$ sont nuls, tous les déplacements suivant $y$ en dessous de la level set sont nuls et tous les déplacements suivant $y$ au dessus de la level set sont égaux au déplacement imposé $u_y$ au sommet de la structure.

## 8.4 Grandeurs testées et résultats

On teste les valeurs du déplacement après convergence des itérations de l'opérateur STAT_NON_LINE. On vérifie que l'on retrouve bien les valeurs déterminées au [§8.3].

| Identification | Référence | Tolérance |
|---|---|---|
| $DX$ pour tous les nœuds juste en dessous de l'interface | 0.00 | 1.0E-16 |
| $DY$ pour tous les nœuds juste en dessous de l'interface | 0.00 | 1.0E-16 |
| $DX$ pour tous les nœuds juste au dessus de l'interface | 0.00 | 1.0E-16 |
| $DY$ pour tous les nœuds juste au dessus de l'interface | 1.0E-6 | 1.0E-9% |

Pour tester tous les nœuds en une seule fois, on teste le MINIMUM et le MAXIMUM de la colonne.

## 8.5 Commentaires

On remarque la discontinuité du champ de déplacements en traversant l'interface qui est possible grâce à l'enrichissement des éléments avec le degré de liberté Heaviside.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 9 Modélisation H

Cette modélisation est basée sur la modélisation F.
Le type d'élément choisi pour le maillage est la seule différence entre ces deux modélisations.

## 9.1 Caractéristiques du maillage

Chaque maille QUAD4 de la modélisation F est décomposée en 2 TRIA3 pour la modélisation H.
Ainsi la structure est discrétisée en 10 éléments finis TRIA3.

Les nœuds de part et d'autre de l'interface sont des nœuds enrichis, donc les triangles contenus dans les trois mailles centrales de la modélisation F possédant de tels nœuds sont eux aussi enrichis. Seuls les triangles contenus dans les deux quadrilatères extrêmes de la modélisation F sont des mailles classiques n'ayant que des nœuds classiques.

On pourra donc imposer des conditions aux limites sur les mailles extrêmes de la manière habituelle.

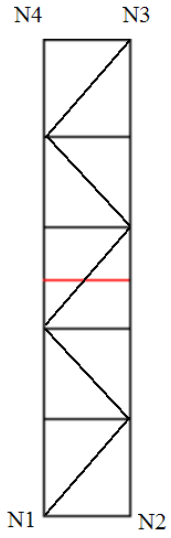



**Figure 9.1-a : Maillage H**

## 9.2 Conditions aux limites

On encastre les nœuds de la face inférieure et on impose un déplacement des nœuds de la face supérieure :

Face inférieure (Nœuds $N1$ , $N2$ ) : $DX=0$ , et $DY=0$
Face supérieure (Nœuds $N3$ , $N4$ ) : $DX=0$ et $DY=uy$

## 9.3 Résolution analytique

La solution d'un tel problème est bien sûr encore évidente : tous les déplacements suivant $x$ sont nuls, tous les déplacements suivant $y$ en dessous de la level set sont nuls et tous les déplacements suivant $y$ au dessus de la level set sont égaux au déplacement imposé $u_y$ au sommet de la structure.

## 9.4 Grandeurs testées et résultats

On teste les valeurs du déplacement après convergence des itérations de l'opérateur STAT_NON_LINE. On vérifie que l'on retrouve bien les valeurs déterminées au [§9.3].



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

| Identification | Référence | Tolérance |
|---|---|---|
| $DX$ pour tous les nœuds juste en dessous de l'interface | 0.00 | 1.0E-16 |
| $DY$ pour tous les nœuds juste en dessous de l'interface | 0.00 | 1.0E-16 |
| $DX$ pour tous les nœuds juste au dessus de l'interface | 0.00 | 1.0E-16 |
| $DY$ pour tous les nœuds juste au dessus de l'interface | 1.0E-6 | 1.0E-9% |

Pour tester tous les nœuds en une seule fois, on teste le MINIMUM et le MAXIMUM de la colonne.

## 9.5 Commentaires

Pour tester tous les nœuds en une seule fois, on teste le MINIMUM et le MAXIMUM de la colonne.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 10 Modélisation I

Cette modélisation est exactement la même que la modélisation A. La seule différence est que l'élément fini utilisé est un élément quadratique au lieu d'un élément linéaire.

## 10.1 Grandeurs testées et résultats

On teste les valeurs du déplacement après convergence des itérations de l'opérateur STAT_NON_LINE. On vérifie que l'on retrouve bien les valeurs déterminées au [§2.3].

| Identification | Référence | Tolérance |
|---|---|---|
| $DX$ pour tous les nœuds juste en dessous de l'interface | 0.00 | 1.0E-16 |
| $DY$ pour tous les nœuds juste en dessous de l'interface | 0.00 | 1.0E-16 |
| $DZ$ pour tous les nœuds juste en dessous de l'interface | 0.00 | 1.0E-16 |
| $DX$ pour tous les nœuds juste au dessus de l'interface | 0.00 | 1.0E-16 |
| $DY$ pour tous les nœuds juste au dessus de l'interface | 0.00 | 1.0E-16 |
| $DZ$ pour tous les nœuds juste au dessus de l'interface | 1.0E-6 | 1.0E-9% |

Pour tester tous les nœuds en une seule fois, on teste le MINIMUM et le MAXIMUM de la colonne.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 11 Modélisation J

Cette modélisation est exactement la même que la modélisation B. La seule différence est que les éléments finis utilisés sont des éléments quadratiques au lieu d'éléments linéaires.

## 11.1 Grandeurs testées et résultats

On teste les valeurs du déplacement après convergence des itérations de l'opérateur STAT_NON_LINE. On vérifie que l'on retrouve bien les valeurs déterminées au [§3.3] pour les 2 cas de chargements.
On obtient le tableau suivant pour le 1er cas de chargement.

| Identification | Référence | Tolérance |
|---|---|---|
| $DX$ pour tous les nœuds juste en dessous de l'interface | 0.00 | 1.0E-16 |
| $DY$ pour tous les nœuds juste en dessous de l'interface | 0.00 | 1.0E-16 |
| $DZ$ pour tous les nœuds juste en dessous de l'interface | 0.00 | 1.0E-16 |
| $DX$ pour tous les nœuds juste au dessus de l'interface | 0.00 | 1.0E-16 |
| $DY$ pour tous les nœuds juste au dessus de l'interface | 0.00 | 1.0E-16 |
| $DZ$ pour tous les nœuds juste au dessus de l'interface | 1.0E-6 | 1.0E-9% |

On obtient le tableau suivant pour le 2ème cas de chargement.

| Identification | Référence | Tolérance |
|---|---|---|
| $DX$ pour tous les nœuds juste en dessous de l'interface | 0.00 | 1.0E-16 |
| $DY$ pour tous les nœuds juste en dessous de l'interface | 0.00 | 1.0E-16 |
| $DZ$ pour tous les nœuds juste en dessous de l'interface | 0.00 | 1.0E-16 |
| $DX$ pour tous les nœuds juste au dessus de l'interface | 1.0E-6 | 1.0E-9% |
| $DY$ pour tous les nœuds juste au dessus de l'interface | 2.0E-6 | 1.0E-9% |
| $DZ$ pour tous les nœuds juste au dessus de l'interface | 3.0E-6 | 1.0E-9% |

Pour tester tous les nœuds en une seule fois, on teste le MINIMUM et le MAXIMUM de la colonne.

On teste aussi les valeurs du déplacement issu de la commande POST_CHAM_XFEM . On teste en fait la valeur de la somme des valeurs absolues des déplacements des nœuds du maillage fissuré. C'est un test de non-régression par rapport aux valeurs obtenues avec la version 8.2.13 pour $DX$ et 9.0.21 pour $DY$

| Identification | Référence | Tolérance |
|---|---|---|
| SOMM_ABS(DX) | 0.000 | 1.0E-12 |
| SOMM_ABS(DY) | 1.3E-05 | 1.0E-04% |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 12 Modélisation K

Cette modélisation est exactement la même que la modélisation B. La seule différence est que au préalable au calcul mécanique, on appelle Homard pour raffiner certaines mailles HEXA8. Ce processus engendre des mailles PYRA5.

## 12.1 Grandeurs testées et résultats

On teste les valeurs du déplacement après convergence des itérations de l'opérateur STAT_NON_LINE. On vérifie que l'on retrouve bien les valeurs déterminées au [§3.3] pour le 2ème cas de chargement.

| Identification | Référence | Tolérance |
|---|---|---|
| $DX$ pour tous les nœuds juste en dessous de l'interface | 0.00 | 1.0E-9 |
| $DY$ pour tous les nœuds juste en dessous de l'interface | 0.00 | 1.0E-9 |
| $DZ$ pour tous les nœuds juste en dessous de l'interface | 0.00 | 1.0E-9 |
| $DX$ pour tous les nœuds juste au dessus de l'interface | 1.0E-6 | 1.0E-7% |
| $DY$ pour tous les nœuds juste au dessus de l'interface | 2.0E-6 | 1.0E-7% |
| $DZ$ pour tous les nœuds juste au dessus de l'interface | 3.0E-6 | 1.0E-7% |

Pour tester tous les nœuds en une seule fois, on teste le MINIMUM et le MAXIMUM de la colonne.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 13 Synthèses des résultats

Les objectifs de ce test sont atteints :

- Il s'agit de valider la prise en compte de l'enrichissement par la fonction Heaviside des fonctions de forme classiques.
- De plus, la modélisation B permet de montrer que la position de l'interface n'a pas d'incidence sur la robustesse du calcul et la fiabilité des résultats , avec la nouvelle formulation du saut de déplacement X-FEM [R7.02.12]
- La qualité des résultats (déplacements) n'a pas été perturbée par le changement de type de maille (HEXA vers TETRA).



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)