SSNV168 – Essai triaxial drainé avec un comportement DRUCK_PRAGER adoucissant

Résumé :

Ce cas test permet de simuler un essai triaxial drainé sur quatre modélisations différentes lors d'un calcul non linéaire. Cela permet de mettre en avant l'effet du type d'écrouissage négatif dans le cas de modèle AXIS ou 3D.

Modélisation A :
- loi de comportement « DRUCK_PRAGER » à écrouissage négatif linéaire pour un confinement de $2\,MPa$.
- modèle AXIS avec des mailles QUAD4 .

Modélisation B :
- loi de comportement « DRUCK_PRAGER » à écrouissage négatif parabolique pour un confinement de $2\,MPa$.
- modélisation AXIS avec des mailles QUAD4 .

Modélisation C :
- loi de comportement « DRUCK_PRAGER » à écrouissage négatif linéaire pour un confinement de $2\,MPa$.
- modélisation 3D avec des mailles HEXA20 .

Modélisation D:
- loi de comportement « DRUCK_PRAGER » à écrouissage négatif parabolique pour un confinement de $2\,MPa$.
- modélisation 3D avec des mailles HEXA20 .

Modélisation E :
- loi de comportement « DRUCK_PRAG_N_A » à écrouissages linéaire, parabolique et exponentiel, pour un confinement de $2\,MPa$
- modèle AXIS avec des mailles QUAD4 .

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

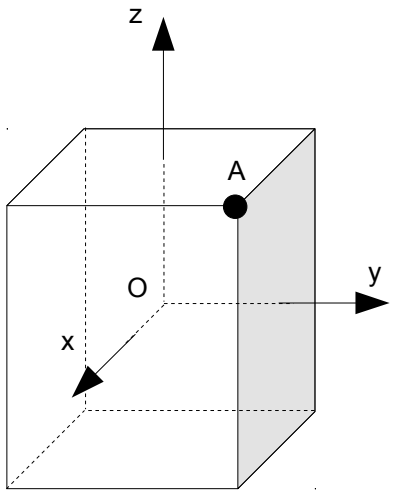
Modélisation F :

- loi de comportement « DRUCK_PRAG_N_A » à écrouissages linéaire, parabolique et exponentiel, pour un confinement de $2\,MPa$
- modèle 3D avec des mailles HEXA20 .

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



- Dimension du cube : $1\mathrm{m}\times 1\mathrm{m}\times 1\mathrm{m}$.
- Centre du cube : $O:(0.,0.,0.)$

1.2 Propriétés du matériau

- Élastique
  - $E=5800.0\,E6\,Pa$ Module d'Young
  - $\nu=0.3$ Coefficient de Poisson

- DRUCK_PRAGER ou DRUCK_PRAG_N_A avec écrouissage négatif linéaire
  - $\alpha=0.33$ Coefficient de dépendance en pression
  - $p_{ultm}=0.01$ Déformation plastique cumulée ultime
  - $\sigma^{Y}=2.57\,E6\,Pa$ Contrainte plastique
  - $h=-2.00\,E8\,Pa$ Module d'écrouissage
  - $\beta=0.33$ Coefficient de dilatance (uniquement pour DRUCK_PRAG_N_A)

- DRUCK_PRAGER avec écrouissage négatif parabolique
  - $\alpha=0.33$ Coefficient de dépendance en pression
  - $p_{ultm}=0.01$ Déformation plastique cumulée ultime
  - $\sigma^{Y}=2.57\,E6\,Pa$ Contrainte plastique
  - $\sigma^{Y}_{ultm}=0.57\,E6\,Pa$ Contrainte ultime
  - $\beta=0.33$ Coefficient de dilatance (uniquement pour DRUCK_PRAG_N_A)

- DRUCK_PRAG_N_A avec écrouissage négatif exponentiel
  - $\alpha=0.33$ Coefficient de dépendance en pression
  - $p_{c}=0.01$ Déformation plastique cumulée ultime
  - $\sigma^{Y}=2.57\,E6\,Pa$ Contrainte plastique
    $\sigma^{Y}_{ultm}=0.57\,E6\,Pa$ Contrainte ultime
  - $\beta=0.33$ Coefficient de dilatance

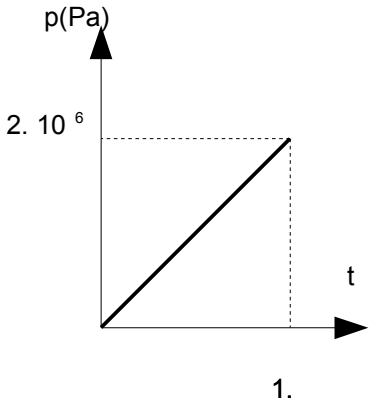
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1.3 Conditions aux limites et chargements

Les conditions aux limites et les chargements appliqués sont les suivants :

- Étape A : $t \in [0,1.]$

  On applique progressivement une compression $p = 2.10^6\, Pa$ sur 3 faces du cube (haut, devant, droite) suivant la fonction présentée sur la figure ci-dessous, et des conditions de symétrie sur les 3 autres faces (bas, derrière, gauche).

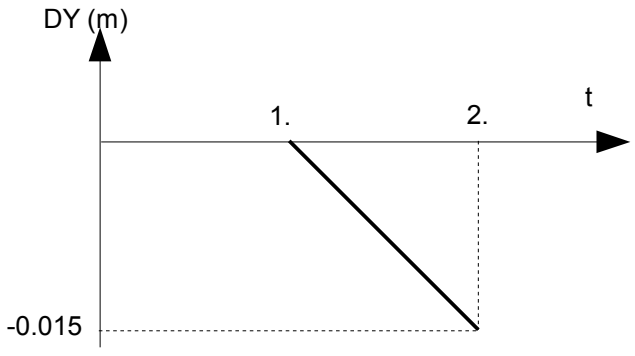


- Étape B: $t \in]1,2.]$

  A partir de l'état de contrainte à l'instant $t = 1.s$, on applique sur les faces du cube les conditions suivantes:

  Déplacements imposés :

  • le déplacement varie progressivement sur la face de droite suivant la fonction présentée sur la figure ci-dessous:



  • Des conditions de symétrie sur les 3 faces (bas, derrière, gauche).

  Chargements imposés:

  On applique une pression de $p = 2.10^6\, Pa$ sur les 2 autres faces (devant et haut).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

2.1.1 Déplacement DY

Le déplacement DY de référence au point A, correspond au déplacement imposé.

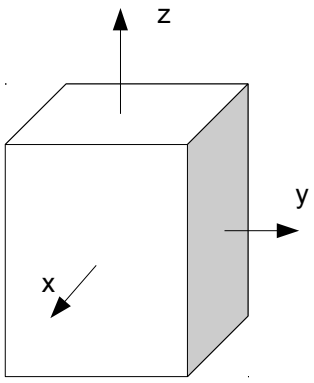
2.1.2 Contrainte $SIXX$

La contrainte $SIXX$ correspond au chargement appliqué.

2.1.3 Contrainte $SIYY$ et déformation plastique cumulée $V1$

Comparaison avec une solution analytique.

Calcul triaxial en conditions drainées avec une loi de DRUCK_PRAGER ou DRUCK_PRAG_N_A. Le calcul est effectué pour la loi DRUCK_PRAG_N_A (cas le plus général) et la solution peut être étendue au cas DRUCK_PRAGER en prenant $\beta(p)=\alpha=constante$.



$$\sigma_{eq}+\beta(p)\,tr(\sigma)-R(p)=0$$

On impose $\sigma_{xx}=\sigma_{yy}=-2\,MPa=\sigma^0$

$$\sigma_{eq}=\sqrt{\frac{3}{2}S_{II}}$$

$$S=\begin{pmatrix}\sigma_{xx}-\frac{1}{3}tr\,\sigma\\ \sigma_{yy}-\frac{1}{3}tr\,\sigma\\ \sigma_{zz}-\frac{1}{3}tr\,\sigma\end{pmatrix} \text{ avec } tr\,\sigma=\sigma_{xx}+\sigma_{yy}+\sigma_{zz}=\sigma_{zz}+2\sigma^0$$

$$S=\frac{1}{3}\begin{pmatrix}-\sigma_{zz}+\sigma^0\\ -\sigma_{zz}+\sigma^0\\ 2\sigma_{zz}-2\sigma^0\end{pmatrix}$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$$S_{II}=S.S=\frac{1}{3}\sqrt{2(\sigma_{zz}-\sigma^0)^2+(2\sigma_{zz}-2\sigma^0)^2}$$

$$\sigma_{eq}=\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)}S_{II}$$

ce qui nous donne $\boxed{\sigma_{eq}=\left|(\sigma_{zz}-\sigma^0)\right|=\sigma^0-\sigma_{zz}}$

On a donc, en régime plastique : $\sigma_{zz}=\frac{1}{\alpha-1}(R(p)-(1+2\alpha\sigma^0))$ (1)

On a aussi $\dot{\epsilon}^P=\lambda\left(\frac{3}{2}\frac{S}{\sigma_{eq}}+\beta(p)I\right)=\dot{p}\left(\begin{pmatrix}1/2\\1/2\\-1\end{pmatrix}+\beta(p)I\right)$

En notant $B(p)$ la primitive de $\beta(p)$ s'annulant en 0, il vient :

$$\epsilon^P=p\begin{pmatrix}1/2\\1/2\\-1\end{pmatrix}+B(p)I$$

La relation contrainte – déformation donne :

$$\epsilon^e_{zz}=\frac{1}{E}\sigma_{zz}-\frac{2\nu}{E}\sigma^0-\frac{1-2\nu}{E}\sigma^0$$

En utilisant l'expression de σ_{zz}, on obtient alors :

$$\epsilon_{zz}=\frac{1}{E(a-1)}(R(p)-3a\sigma^0)-p+B(p)$$ (2)

Les expressions (1) et (2) donnent un paramétrage de la réponse contrainte déformation en fonction de la variable d'écrouissage p.

On donne ci-dessous les expressions de $B(p)$ (primitive de $\beta(p)$ s'annulant en 0), en fonction du type d'écrouissage et de loi de comportement :

- DRUCK_PRAGER, pour tout écrouissage :
  $B(p)=\alpha p$
- DRUCK_PRAG_N_A, écrouissage linéaire et parabolique :
  $B(p)=\beta(1-\frac{p}{2p_{ultm}})p$
- DRUCK_PRAG_N_A, écrouissage exponentiel :
  $B(p)=\beta p_c(1-\exp(\frac{-p}{p_c}))$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2.2 Grandeurs de référence

- Contrainte $SIZZ$ au nœud A
- Déformation plastique cumulée $V1$ au nœud A
- Déplacement DY au nœud A

2.3 Résultat de référence

Pour la loi de comportement DRUCK_PRAGER :

Grandeur	Point	$Inst$	Référence, écrouissage linéaire	Référence, écrouissage parabolique
$SIXX\ (N/m^2)$	A	2.0	$-2.0\,E6$	$-2.0\,E6$
$SIZZ\ (N/m^2)$	A	1.07	$-8.09\,E6$	$-8.09\,E6$
		1.16	$-8.20\,E6$	$-8.01\,E6$
		1.34	$-6.89\,E6$	$-6.63\,E6$
		1.53	$-5.80\,E6$	$-5.81\,E6$
$V1$	A	1.07	0	0
		1.16	$1.99\,E-3$	$2.04\,E-3$
		1.34	$6.35\,E-3$	$6.42\,E-3$
		1.53	$1.09\,E-2$	$1.09\,E-2$
$DY\ (m)$	A	1.07	$-1.05\,E-3$	$-1.05\,E-3$
		1.16	$-2.40\,E-3$	$-2.40\,E-3$
		1.34	$-5.10\,E-3$	$-5.10\,E-3$
		1.53	$-7.95\,E-3$	$-7.95\,E-3$

Pour la loi de comportement DRUCK_PRAG_N_A :

Grandeur	Point	NUME_ ORDRE	Référence, écrouissage linéaire	Référence, écrouissage parabolique	Référence, écrouissage exponentiel
$SIZZ\ (N/m^2)$	A	9	$-8.77.10^6$	$-8.76.10^6$	$-8.77.10^6$
		34	$-7.20.10^6$	$-6.44.10^6$	$-7.55.10^6$
		60	$-5.86.10^6$	$-5.80.10^6$	/
$V1$	A	9	$4.69.10^{-5}$	$5.11.10^{-5}$	$4.69.10^{-5}$
		34	$5.3.10^{-3}$	$5.4.10^{-3}$	$5.3.10^{-3}$
		60	$9.8.10^{-3}$	$9.8.10^{-3}$	/
$DY\ (m)$	A	9	$-1.2.10^{-3}$	$-1.2.10^{-3}$	$-1.2.10^{-3}$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

		34	$-4.9.10^{-3}$	$-4.9.10^{-3}$	$-4.9.10^{-3}$
		60	$-8.8.10^{-3}$	$-8.8.10^{-3}$	/

2.4 Incertitude sur la solution

Solution analytique

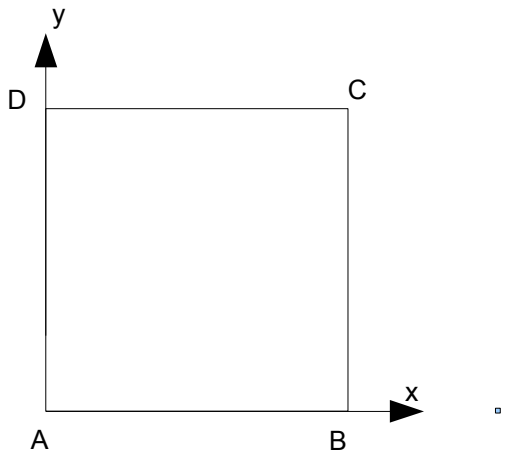
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation A

Modélisation AXIS.

Modèle de DRUCK_PRAGER à écrouissage négatif linéaire.



Nombre de nœuds 4

Nombre de mailles 5 Soit :

SEG2	4
QUAD4	1

Le carré est dans l'espace $[0.,1.]x[0.,1.]$.

Coordonnées des points (m) :

$A:(0.,0.)$
$B:(1.,0.)$
$C:(1.,1.)$
$D:(0.,1.)$

Mailles :

$M1$: surface $ABDC$
$M2$: segment AB
$M3$: segment BC
$M4$: segment CD
$M5$: segment DA

Groupes de nœuds :

A, B

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3.2 Grandeurs testées et résultats

Grandeur	Point	$Inst$	Référence	Tolérance (%)
$SIXX\ (Pa)$	C	2.0	$-2.0\,E6$	0.1
$SIYY\,(Pa)$	C	1.07	$-8.09\,E6$	0.1
		1.16	$-8.20\,E6$	0.1
		1.34	$-6.89\,E6$	0.1
		1.53	$-5.80\,E6$	0.1
$V1$	C	1.07	0	0.1
		1.16	$1.99\,E-3$	0.1
		1.34	$6.35\,E-3$	0.1
		1.53	$1.09\,E-2$	0.1
$DY\ (m)$	C	1.07	$-1.05\,E-3$	0.1
		1.16	$-2.40\,E-3$	0.1
		1.34	$-5.10\,E-3$	0.1
		1.53	$-7.95\,E-3$	0.1

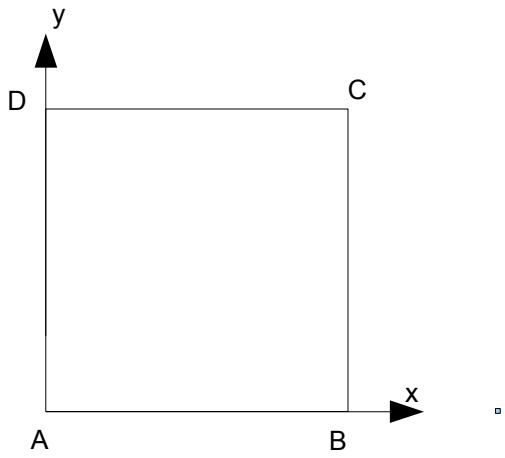
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation B

Modélisation AXIS.

Modèle de DRUCK_PRAGER à écrouissage négatif parabolique.



Nombre de nœuds 4

Nombre de mailles 5 Soit :

SEG2	4
QUAD4	1

Le carré est dans l'espace $[0.,1.]x[0.,1.]$.

Coordonnées des points (m) :

$A:(0.,0.)$
$B:(1.,0.)$
$C:(1.,1.)$
$D:(0.,1.)$

Mailles :

$M1$: surface $ABDC$
$M2$: segment AB
$M3$: segment BC
$M4$: segment CD
$M5$: segment DA

Groupes de nœuds:

A, B

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4.2 Grandeurs testées et résultats

Grandeur	Point	$Inst$	Référence	Tolérance (%)
$SIXX\ (Pa)$	C	2.0	$-2.0\,E6$	0.1
$SIYY\,(Pa)$	C	1.07	$-8.09\,E6$	0.1
		1.16	$-8.01\,E6$	0.1
		1.34	$-6.63\,E6$	0.1
		1.53	$-5.81\,E6$	0.1
$V1$	C	1.07	0	0.1
		1.16	$2.04\,E-3$	0.1
		1.34	$6.42\,E-3$	0.1
		1.53	$1.09\,E-2$	0.1
$DY\ (m)$	C	1.07	$-1.05\,E-3$	0.1
		1.16	$-2.40\,E-3$	0.1
		1.34	$-5.10\,E-3$	0.1
		1.53	$-7.95\,E-3$	0.1

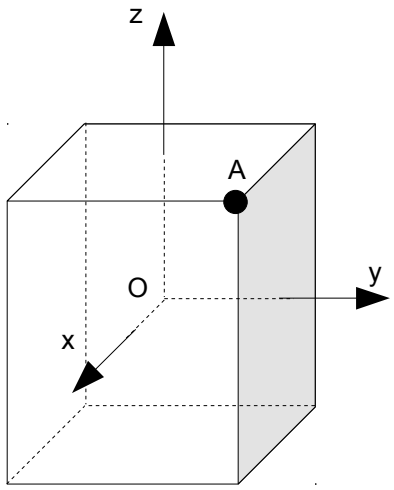
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation C

Modélisation 3D.

Modèle de DRUCK_PRAGER à écrouissage négatif linéaire.



Nombre de nœuds 20
Nombre de mailles 7 Soit :

QUAD8	6
HEXA20	1

Géométrie du cube (m) :

Centre $O(0.,0.,0.)$
Côté $C=1\,m$

Groupes de mailles :

BAS : surface du cube appartenant au plan $Z=-0.5$
$HAUT$: surface du cube appartenant au plan $Z=+0.5$
$DROITE$: surface du cube appartenant au plan $Y=+0.5$
$GAUCHE$: surface du cube appartenant au plan $Y=-0.5$
$DERRIERE$: surface du cube appartenant au plan $X=-0.5$
$DEVANT$: surface du cube appartenant au plan $X=+0.5$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5.2 Grandeurs testées et résultats

Grandeur	Point	*Inst*	Référence	Tolérance (%)
$SIXX\ (Pa)$	A	2.0	$-2.0\,E6$	0.1
$SIZZ(Pa)$	A	1.07	$-8.09\,E6$	0.1
		1.16	$-8.20\,E6$	0.1
		1.34	$-6.89\,E6$	0.1
		1.53	$-5.80\,E6$	0.1
$V1$	A	1.07	0	0.1
		1.16	$1.99\,E-3$	0.1
		1.34	$6.35\,E-3$	0.1
		1.53	$1.09\,E-2$	0.1
$DZ\ (m)$	A	1.07	$-1.05\,E-3$	0.1
		1.16	$-2.40\,E-3$	0.1
		1.34	$-5.10\,E-3$	0.1
		1.53	$-7.95\,E-3$	0.1

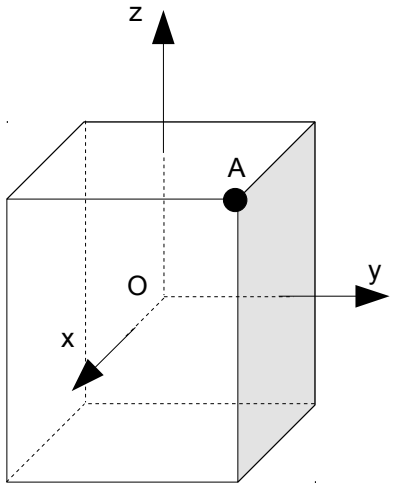
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Modélisation D

6.1 Caractéristiques de la modélisation D

Modélisation 3D.

Modèle de DRUCK_PRAGER à écrouissage négatif parabolique



Nombre de nœuds 20
Nombre de mailles 7 Soit :

QUAD8	6
HEXA20	1

Géométrie du cube (m) :

Centre $O(0.,0.,0.)$
Côté $C=1\,m$

Groupes de mailles :

BAS : surface du cube appartenant au plan $Z=-0.5$
$HAUT$: surface du cube appartenant au plan $Z=+0.5$
$DROITE$: surface du cube appartenant au plan $Y=+0.5$
$GAUCHE$: surface du cube appartenant au plan $Y=-0.5$
$DERRIERE$: surface du cube appartenant au plan $X=-0.5$
$DEVANT$: surface du cube appartenant au plan $X=+0.5$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6.2 Grandeurs testées et résultats

Grandeur	Point	*Inst*	Référence	Tolérance (%)
$SIXX\ (Pa)$	A	2.0	$-2.0\,E6$	0.1
$SIZZ\,(Pa)$	A	1.07	$-8.09\,E6$	0.1
		1.16	$-8.01\,E6$	0.1
		1.34	$-6.63\,E6$	0.1
		1.53	$-5.81\,E6$	0.1
$V1$	A	1.07	0	0.1
		1.16	$2.04\,E-3$	0.1
		1.34	$6.42\,E-3$	0.1
		1.53	$1.09\,E-2$	0.1
$DZ\ (m)$	A	1.07	$-1.05\,E-3$	0.1
		1.16	$-2.40\,E-3$	0.1
		1.34	$-5.10\,E-3$	0.1
		1.53	$-7.95\,E-3$	0.1

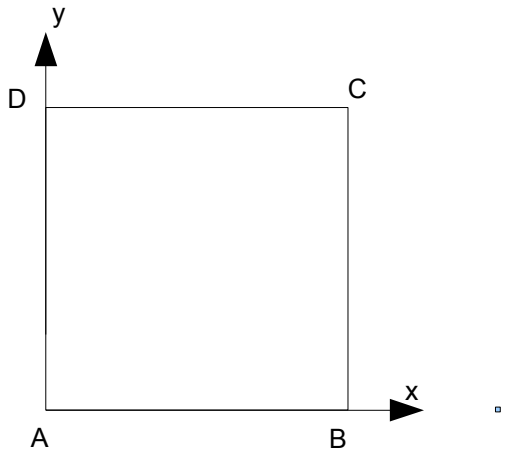
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7 Modélisation E

7.1 Caractéristiques de la modélisation E

Modélisation AXIS.

Modèle de DRUCK_PRAG_N_A à écrouissages négatif linéaire, parabolique et exponentiel.



Nombre de nœuds 4

Nombre de mailles 5 Soit :

SEG2	4
QUAD4	1

Le carré est dans l'espace $[0.,1.]x[0.,1.]$.

Coordonnées des points (m) :

$A:(0.,0.)$
$B:(1.,0.)$
$C:(1.,1.)$
$D:(0.,1.)$

Mailles :

$M1$: surface $ABDC$
$M2$: segment AB
$M3$: segment BC
$M4$: segment CD
$M5$: segment DA

Groupes de nœuds :

A, B

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7.2 Grandeurs testées et résultats

Grandeur	Point	NUME_ORDRE	Référence, écrouissage linéaire	Référence, écrouissage parabolique	Référence, écrouissage exponentiel	Tolérance %
$SIZZ\ (N/m^2)$	A	9	$-8.77.10^6$	$-8.76.10^6$	$-8.77.10^6$	0.1
		34	$-7.20.10^6$	$-6.44.10^6$	$-7.55.10^6$	0.1
		60	$-5.86.10^6$	$-5.80.10^6$	/	0.1
$V1$	A	9	$4.69.10^{-5}$	$5.11.10^{-5}$	$4.69.10^{-5}$	0.1
		34	$5.3.10^{-3}$	$5.4.10^{-3}$	$5.3.10^{-3}$	0.1
		60	$9.8.10^{-3}$	$9.8.10^{-3}$	/	0.1
$DY\ (m)$	A	9	$-1.2.10^{-3}$	$-1.2.10^{-3}$	$-1.2.10^{-3}$	0.1
		34	$-4.9.10^{-3}$	$-4.9.10^{-3}$	$-4.9.10^{-3}$	0.1
		60	$-8.8.10^{-3}$	$-8.8.10^{-3}$	/	0.1

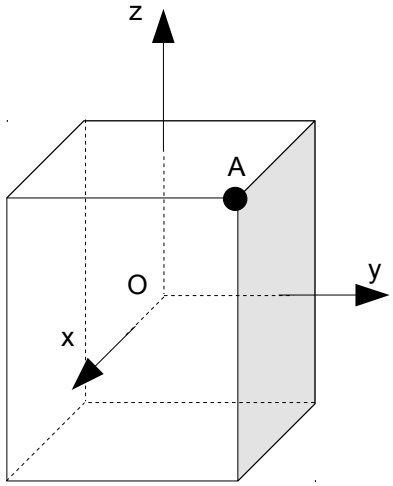
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

8 Modélisation F

8.1 Caractéristiques de la modélisation F

Modélisation 3D.

Modèle de DRUCK_PRAG_N_A à écrouissages négatif linéaire, parabolique et exponentiel.



Nombre de nœuds 20
Nombre de mailles 7 Soit :

QUAD8 6
HEXA20 1

Géométrie du cube (m) :

Centre $O(0.,0.,0.)$
Côté $C=1\,m$

Groupes de mailles :

BAS : surface du cube appartenant au plan $Z=-0.5$
$HAUT$: surface du cube appartenant au plan $Z=+0.5$
$DROITE$: surface du cube appartenant au plan $Y=+0.5$
$GAUCHE$: surface du cube appartenant au plan $Y=-0.5$
$DERRIERE$: surface du cube appartenant au plan $X=-0.5$
$DEVANT$: surface du cube appartenant au plan $X=+0.5$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

8.2 Grandeurs testées et résultats

Grandeur	Point	NUME_ORDRE	Référence, écrouissage linéaire	Référence, écrouissage parabolique	Référence, écrouissage exponentiel	Tolérance %
$SIZZ\ (N/m^2)$	A	9	$-8.77.10^6$	$-8.76.10^6$	$-8.77.10^6$	0.1
		34	$-7.20.10^6$	$-6.44.10^6$	$-7.55.10^6$	0.1
		60	$-5.86.10^6$	$-5.80.10^6$	/	0.1
$V1$	A	9	$4.69.10^{-5}$	$5.11.10^{-5}$	$4.69.10^{-5}$	0.1
		34	$5.3.10^{-3}$	$5.4.10^{-3}$	$5.3.10^{-3}$	0.1
		60	$9.8.10^{-3}$	$9.8.10^{-3}$	/	0.1
$DY\ (m)$	A	9	$-1.2.10^{-3}$	$-1.2.10^{-3}$	$-1.2.10^{-3}$	0.1
		34	$-4.9.10^{-3}$	$-4.9.10^{-3}$	$-4.9.10^{-3}$	0.1
		60	$-8.8.10^{-3}$	$-8.8.10^{-3}$	/	0.1

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

9 Synthèse des résultats

Les lois de comportement de type DRUCK_PRAGER (écrouissages linéaire et parabolique) et DRUCK_PRAGER (écrouissages linéaire, parabolique et exponentiel)et donnent des résultats satisfaisants avec les modélisations AXIS et 3D.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)