# SSNV103 - Essai de traction cisaillement modèle de Rousselier

**Résumé :**

Il s'agit d'un problème quasi-statique non linéaire en mécanique des structures.

On analyse la réponse d'un élément de volume à un chargement en traction-cisaillement, effectué de telle façon que cela impose un état de contrainte-déformation uniforme.

Le cas test comprend 1 modélisation : en 3D .

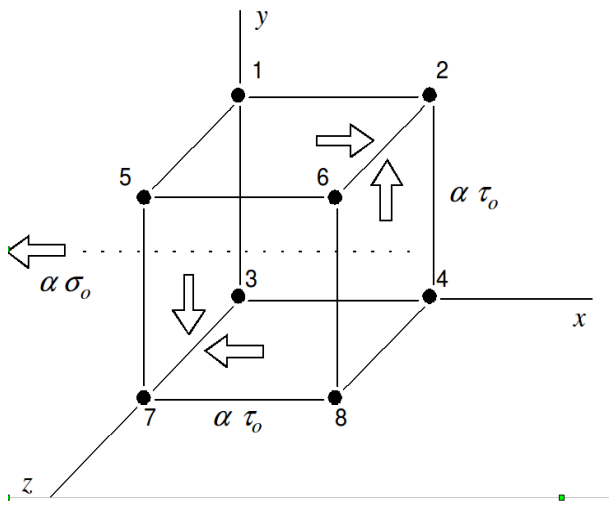
Il valide l'intégration numérique du modèle de comportement élasto-plastique avec endommagement de G. Rousselier.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 1 Problème de référence

## 1.1 Géométrie




Face $YZ$ : $(1,3,5,7)$
Face $XZ$ : $(3,4,7,8)$
Face $1YZ$ : $(2,4,6,8)$
Face $1XZ$ : $(1,2,5,6)$

$\alpha\tau_0$ cisaillement imposé $\begin{cases}\text{Face } 1XZ\\ \text{Face } 1YZ\end{cases}$
$\alpha\sigma_0$ pression imposée Face $YZ$
$\alpha(t)$ fonction d'effort

## 1.2 Propriétés de matériaux

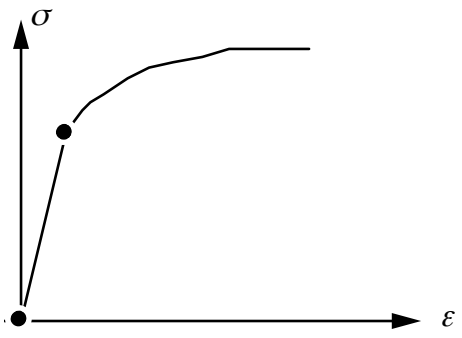
élasticité isotrope : $E=206\,400.\text{MPa}$ $\nu=0.3$

plasticité : (coefficients du modèle de Rousselier)
$D=2.$
$f_0=5.10^{-4}$
$\sigma_1=490.\text{MPa}$

La courbe de traction rationnelle est entrée point par point avec :

$$R(p)=r_i+(r_0-r_i)\,e^{-bp}$$

avec $p$ : déformation plastique cumulée
et $r_i=1500\ MPa$
$r_0=520.\text{MPa}$
$b=2.4$



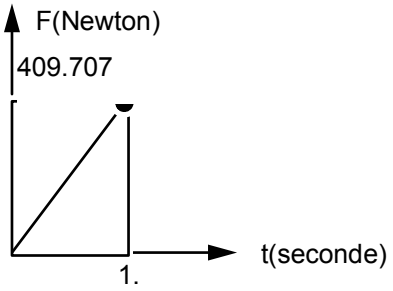


Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

## 1.3 Conditions aux limites et chargements

| | | | |
|---|---|---|---|
| *N04* | $dx=dy=0$ | Face $YZ$ : | $FX=FY=-F(t)$ |
| *N08* | $dx=dy=dz=0$ | Face $XZ$ : | $FX=-F(t)$ |
| *N02 , N06* | $dx=0$ | Face $1\mathrm{YZ}$ : | $FY=F(t)$ |
| | | Face $1\mathrm{XZ}$ : | $FX=F(t)$ |




## 1.4 Conditions initiales

Contraintes et déformations nulles à $t=0$ .



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 2 Solution de référence

## 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Le modèle $3D$ en vitesse s'écrit :

$$\begin{cases} \dot{\sigma}-\dot{\rho}\,\Lambda\,\varepsilon_e-\rho\,\Lambda\,\dot{\varepsilon}_e = 0 \quad (\Lambda \text{ tenseur élasticité isotrope linéaire}) \\ \dot{\beta}-\dot{p}\,D\exp\left(\frac{\sigma_H}{\sigma_1\,\rho}\right) = 0 \\ \dot{\varepsilon}-\dot{\varepsilon}_e-\rho\,\dot{p}\,\frac{\partial f}{\partial \sigma} = 0 \\ \dot{f} = 0 \end{cases}$$

ce qui, dans le cas d'un chargement de traction-cisaillement imposé $\left(\sigma(t)=\alpha(t)\begin{bmatrix}\sigma_0 & \tau_0 & 0\\ \tau_0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}\right)$ conduit à intégrer un système de 6 équations différentielles ordinaires en $y=(\varepsilon,\gamma,\varepsilon_e,\gamma_e,\beta,p)$ de la forme $A(y,t)\dot{y}=G(y,t)$.

$$(S)\quad \begin{cases} \dot{\alpha}\,\sigma_o+\rho^2\,F_o\,e^{\beta}\,E\,\varepsilon_e\,\dot{\beta}-\rho\,E\,\dot{\varepsilon}_e = 0 \\ \dot{\alpha}\,\tau_o+\rho^2\,F_o\,e^{\beta}\,2\mu\,\gamma_e\,\dot{\beta}-2\rho\,\mu\,\dot{\gamma}_e = 0 \\ \dot{\varepsilon}-\dfrac{\sigma_o}{\sigma_{eq\ o}}\rho\,\dot{p}-\dot{\varepsilon}_e = 0 \\ \dot{\gamma}-\dfrac{3\,\tau_o}{2\,\sigma_{eq\ o}}\rho\,\dot{p}-\dot{\gamma}_e = 0 \\ \dot{\beta}-\dot{p}\,D\,\exp\left(\dfrac{\sigma_H}{\sigma_1\,\rho}\right) = 0 \\ \dot{\alpha}\,\sigma_o\left(\dfrac{\sigma_o}{\rho\,\sigma_{eq\ o}}+\dfrac{1}{3}\,D\,F_o\,e^{\beta}\exp\left(\dfrac{\sigma_H}{\sigma_1\,\rho}\right)+3\,\dot{\alpha}\,\dfrac{\tau_o^2}{\rho\,\sigma_{eq\ o}}-\dfrac{\partial R}{\partial p}\,\dot{p}\right. \\ \quad\left.+\left(\sigma_{eq\ o}\,F_o\,e^{\beta}+D\,\sigma_1\,\rho\,F_o\,e^{\beta}\exp\left(\dfrac{\sigma_H}{\sigma_1\,\rho}\right)\left(1-\rho\,F_o\,e^{\beta}\left(1-\dfrac{\sigma_H}{\sigma_1\,\rho}\right)\right)\right)\dot{\beta}\right) = 0 \end{cases}$$

avec à $t=0$ :

$$f=0,\ \rho(0)=1,\ \beta(0)=0$$

d'où :

$$\alpha(0)\,\sigma_{eq0}-R(0)+D\sigma_1 F_0\exp\left(\frac{\alpha(0)\sigma_0}{3\,\sigma_1}\right)$$



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

qui est résolu par une méthode de NEWTON pour $\alpha(0)$ :

$$\begin{cases} \varepsilon(0) = \frac{1}{E}\alpha(0)\sigma_0 = \varepsilon_e(0) \\ \gamma(0) = \frac{1}{2\mu}\alpha(0)\tau_0 = \gamma_e(0) \\ p(0) = 0 \end{cases}$$

## 2.2 Résultats de référence

On impose $\alpha(t)=\alpha(0)+t$ avec $\sigma_0=\tau_0=150\,MPa$ .

On obtient $\alpha(0)=1.73138$ et $\alpha(1)=2.73138$ .

Le système $(S)$ est alors résolu numériquement par une 'Backward difference formula' à l'aide de la bibliothèque scientifique NAG sur CRAY. Résultat de référence = $(\varepsilon,\gamma,\beta,\rho)$ aux nœuds à $t=1$ .

## 2.3 Incertitude sur la solution

Incertitude liée à la bibliothèque NAG.

## 2.4 Références bibliographiques

1) Manuel utilisateur bibliothèque NAG sur CRAY.

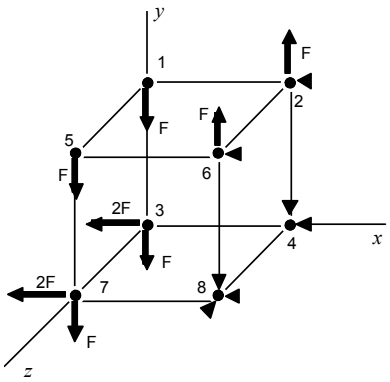


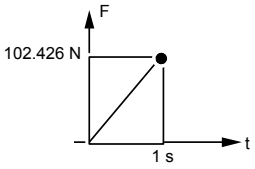
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 3 Modélisation A

## 3.1 Caractéristiques de la modélisation

**Modélisation 3D**




## 3.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 1 élément de type HEXA8.

## 3.3 Grandeurs testées et résultats de la modélisation A

| Identification | Référence | Test | Tolérance |
|---|---|---|---|
| $\varepsilon$ sur $NO1$ à $t=1\text{s}$ | 0,07830 | ANALYTIQUE | 0,11 % |
| $\gamma$ sur $NO1$ à $t=1\text{s}$ | 0,11700 | ANALYTIQUE | 0,20 % |
| $p$ sur $NO1$ à $t=1\text{s}$ | 0,15260 | ANALYTIQUE | 0,10 % |
| $\sigma_{11}$ sur $NO1$ à $t=1\text{s}$ | 409,70700 | ANALYTIQUE | 0,05% |

On teste également les paramètres de la structure de données résultats :

| Identification | Référence | Test | Tolérance |
|---|---|---|---|
| INST pour NUME_ORDRE=8 | 1 | ANALYTIQUE | 0 % |
| ITER_GLOB pour NUME_ORDRE=8 | 4 | NON_REGRESSION | 0 % |

## 3.4 Remarques

On pourrait s'attendre à une meilleure corrélation, mais il faut souligner que la bibliothèque NAG utilise la fonction $R(p)$ sous forme algébrique, alors que *Code_Aster* l'utilise sous forme d'une courbe donnée point par point.

De plus, il semble que l'intégration du taux de la fonction seuil pose des problèmes à NAG, quelle que soit la précision requise par ailleurs (la valeur du seuil $f$ étant sensiblement différente de 0 en fin d'intégration). Cependant, on peut noter la constance de cette corrélation tout au long de l'intégration $(t\in[0,1])$.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 4 Synthèse des résultats

Les valeurs de *Code_Aster* sont en bon accord avec les valeurs de référence.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)