SSNV102 - Essai de traction cisaillement avec le modèle de TAHERI

Résumé :

Le problème est quasi-statique non linéaire en mécanique des structures.

On analyse la réponse d'un élément de volume à un chargement en traction-cisaillement, effectué de telle façon que cela impose un état de contrainte-déformation uniforme dans l'élément.

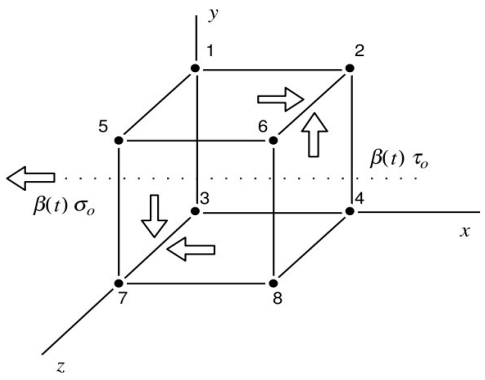
Il y a 2 modélisations : une en $3D$ volumique et une autre en contraintes planes $2D$.

On valide par ce test l'intégration numérique du modèle de comportement élasto-plastique de Saïd Taheri.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



Face YZ : $(1,3,5,7)$
Face XZ : $(3,4,7,8)$
Face $1YZ$: $(2,4,6,8)$
Face $1XZ$: $(1,2,5,6)$

$\beta(t)\tau_0$ cisaillement imposé $\begin{cases}\text{Face } 1XZ\\ \text{Face } 1YZ\end{cases}$

$\beta(t)\sigma_0$ pression imposée

$\beta(t)$ fonction d'effort

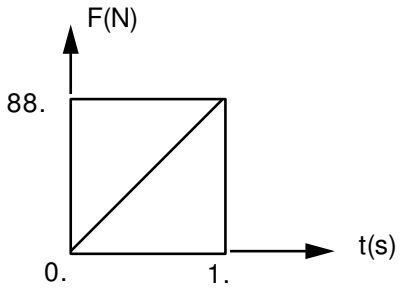
1.2 Propriétés de matériaux

élasticité isotrope $E=200\,000\ MPa$ $\nu=0,3$

plasticité Taheri $C_{inf}=0.065\ MPa$ $C_1=-0.012\ Mpa$ $s=450$ $b=30$
$m=0.1$ $a=312$ $\alpha=0.3$ $R_o=72$

1.3 Conditions aux limites et chargements

N04	$dx=dy=0$	Face YZ :	$FX=FY=-F(t)$
N08	$dx=dy=dz=0$	Face XZ :	$FX=-F(t)$
N02 , N06	$dx=0$	Face $1YZ$:	$FY=F(t)$
		Face $1XZ$:	$FX=F(t)$



1.4 Conditions initiales

Contraintes et déformations nulles à $t=0$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

On intègre numériquement le système suivant entre $t=0$ et $t=1$.

(Système différentiel ordinaire non linéaire de 6 équations à 6 inconnues résolu à l'aide de la bibliothèque NAG par une 'Backward difference method')

$$\dot{\varepsilon} - \dot{\varepsilon}_p = \dot{\beta}\frac{\sigma_o}{E} \qquad \text{éq 2.1- 1}$$

$$\dot{\gamma} - \dot{\gamma}_p = \dot{\beta}\frac{\tau_o}{2\mu} \qquad \text{éq 2.1- 2}$$

$$\dot{\varepsilon}_p - \dot{p}\frac{\partial F}{\partial \sigma} = 0 \qquad \text{éq 2.1- 3}$$

$$\dot{\gamma}_p - \dot{p}\frac{\partial F}{\partial \tau} = 0 \qquad \text{éq 2.1- 4}$$

$$\left[-\frac{3}{2}\frac{\partial F}{\partial \sigma}\left(Kx + Cs\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right) - 2\frac{\partial F}{\partial \tau}\left(Ky + Cs\frac{\partial F}{\partial \tau}\right) - HR - a\,D\,\alpha\,Z^{(\alpha-2)}\right.$$
$$\left.\left(\varepsilon_p - \varepsilon_p^n\right)\frac{\partial F}{\partial \sigma} + \frac{4}{3}\left(\gamma_p - \gamma_p^n\right)\frac{\partial F}{\partial \tau}\right]\dot{p} + \left[\frac{3}{2}\frac{\partial F}{\partial \sigma}\left(Qx + C\varepsilon_p^n\right) + 2\frac{\partial F}{\partial \tau}\left(Qy + C\gamma_p^n\right) + JR\right]\dot{\sigma}_p$$
$$= -\frac{\partial F}{\partial \sigma}\dot{\beta}\,\sigma_o - 2\frac{\partial F}{\partial \tau}\dot{\beta}\,\tau_o \qquad \text{éq 2.1- 5}$$

$$\left[1 + JR + \frac{3C}{2U}\left[\frac{3}{2}C\left(\varepsilon_p\, s - \sigma_p\,\varepsilon_p^n\right)\varepsilon_p^n + 2C\left(s\,\gamma_p - \sigma_p\,\gamma_p^n\right)\gamma_p^n\right]\right]\dot{\sigma}_p$$
$$-\left[HR + a\,D\,\alpha\,Z^{(\alpha-2)}\left[\left(\varepsilon_p - \varepsilon_p^n\right)\frac{\partial F}{\partial \sigma} + \frac{4}{3}\left(\gamma_p - \gamma_p^n\right)\frac{\partial F}{\partial \tau}\right] + KX\right.$$
$$\left.+\ 3\frac{CS}{2U}\left[\frac{3}{2}C\left(s\,\varepsilon_p - \sigma_p\,\varepsilon_p^n\right)\frac{\partial F}{\partial \sigma} + 2C\left(s\,\gamma_p - \sigma_p\,\gamma_p^n\right)\frac{\partial F}{\partial \tau}\right]\right]\dot{p} = 0 \qquad \text{éq 2.1- 6}$$

avec

$$u = b\left[1 - \frac{\sigma_p}{S}\right]$$
$$v = \frac{C\infty - C}{C}$$
$$w = \frac{1 - D}{D}$$
$$D = 1 - me^{-up}$$
$$C = C\infty - C_1 e^{-up}$$
$$K = vu \qquad Q = v\frac{bp}{s}$$
$$H = wu \qquad J = w\frac{bp}{s}$$

et

$$X = C\left(s\,\varepsilon_p - \sigma_p\,\varepsilon_p^n\right)$$
$$Y = C\left(s\,\gamma_p - \sigma_p\,\gamma_p^n\right)$$
$$U = \left[\frac{9}{4}X^2 + 3Y^2\right]^{1/2}$$
$$R = D\left(a\,Z^{\alpha} + r0\right)$$
$$Z = \left[\left(\varepsilon_p - \varepsilon_p^n\right)^2 + \frac{4}{3}\left(\gamma_p - \gamma_p^n\right)^2\right]^{1/2}$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

avec les conditions initiales :

$$\begin{aligned}
\beta(0) &= \frac{R(0)}{\left(\sigma_o^2 + 3\,\tau_o^2\right)^{1/2}} \\
\varepsilon(0) &= \beta(0)\,\frac{\sigma_o}{E} \\
\gamma(0) &= \beta(0)\,\frac{\tau_o}{2\mu} \\
p(0) &= \varepsilon_p(0) = \varepsilon_p^n = 0 \\
R(0) &= (1-m)\,r_o = \sigma_p(o)
\end{aligned}$$

$$\text{d'où } \sigma(t=1) = \begin{pmatrix} 88. & 88. & 0 \\ 88. & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

2.2 Résultats de référence

Valeurs de $\varepsilon, \gamma, \varepsilon_p, \gamma_p, p$ et σ_p aux noeuds à $t=1\ s$.

2.3 Incertitude sur la solution

Incertitude de la bibliothèque NAG.

2.4 Références bibliographiques

1) Manuel utilisateur bibliothèque NAG sur CRAY.

2) S. ANDRIEUX - P. SCHOENBERGER - S. TAHERI : A three dimensional cyclic constitutive law for metals with a semi-discret memory variable - HI-71/8147 (1992)

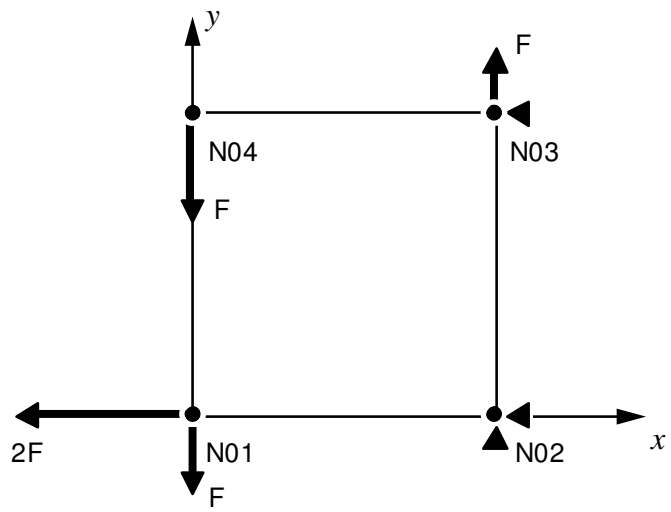
3) P. GEYER - J.M. PROIX - P. SCHOENBERGER - S. TAHERI : Modélisation des phénomènes de déformation progressive - Collection des notes internes de la DER 93NB00153

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation en contraintes planes $2D$ **,** **C_PLAN**



3.2 Caractéristiques du maillage

Quadrangle carré à 4 nœuds en contraintes planes avec :

- $largeur = 1\,mm$,
- $épaisseur = 1\,mm$.

3.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Référence	Test	Tolérance
ε sur $NO4$ à $t=1\text{s}$	0,01721	ANALYTIQUE	2,5 %
γ sur $NO4$ à $t=1\text{s}$	0,02573	ANALYTIQUE	2,5 %
ε_p sur $MA1$, point de Gauss 4 à $t=1\text{s}$	0,01678	ANALYTIQUE	2,5 %
γ_p sur $MA1$, point de Gauss 4 à $t=1\text{s}$	0,02515	ANALYTIQUE	2,5 %
ε_p sur $NO4$ à $t=1\text{s}$	0,01678	ANALYTIQUE	2,5 %
γ_p sur $NO4$ à $t=1\text{s}$	0,02515	ANALYTIQUE	2,5 %
σ_p sur $NO1$ à $t=1\text{s}$	176,0	ANALYTIQUE	0,10 %

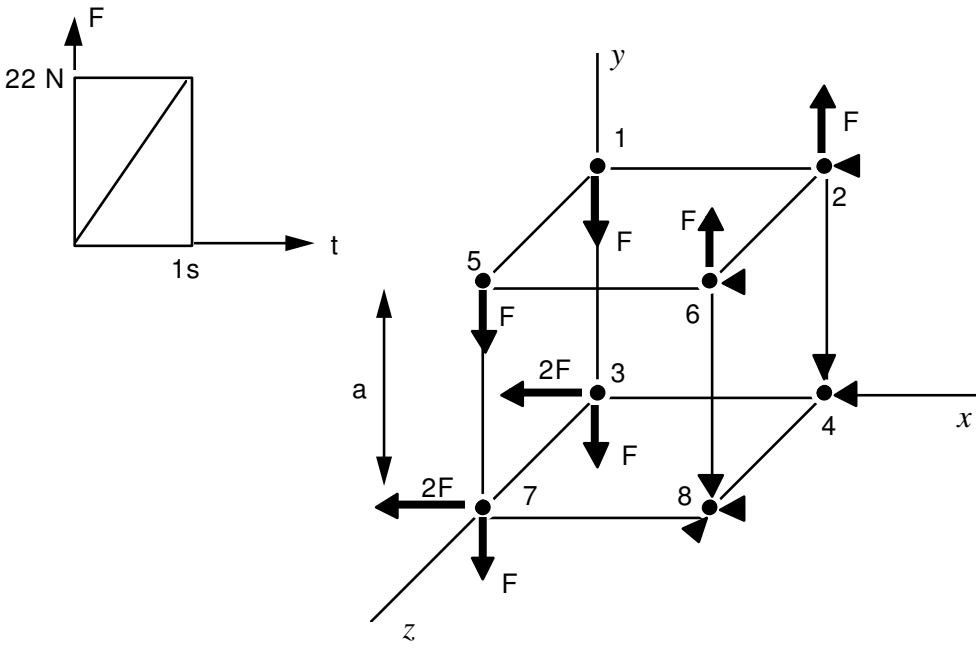
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation 3D :

Cube élémentaire maillé à l'aide d'un hexaèdre à 8 nœuds.



4.2 Caractéristiques du maillage

1 maille HEXA8, largeur côté $a=1\,mm$.

4.3 Grandeurs testées et résultats

4.3.1 Valeurs testées

Identification	Référence	Test	Tolérance
ε sur $NO4$ à $t=1\text{s}$	0,01721	ANALYTIQUE	2,5 %
γ sur $NO4$ à $t=1\text{s}$	0,02573	ANALYTIQUE	2,5 %
ε_p sur $MA1$, point de Gauss 1 à $t=1\text{s}$	0,01678	ANALYTIQUE	2,5 %
γ_p sur $MA1$, point de Gauss 1 à $t=1\text{s}$	0,02515	ANALYTIQUE	2,5 %
ε_p sur $NO4$ à $t=1\text{s}$	0,01678	ANALYTIQUE	2,5 %
γ_p sur $NO4$ à $t=1\text{s}$	0,02515	ANALYTIQUE	2,5 %
σ_p sur $NO1$ à $t=1\text{s}$	176,0	ANALYTIQUE	0,10 %

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4.3.2 Remarques

La diminution de la tolérance sur la convergence globale en déplacement n'apporte pas de gain significatif en précision.

Le nombre d'incréments de charge (6) conduit à une précision satisfaisante du résultat.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Synthèse des résultats

Bonne précision lors de la comparaison avec NAG malgré quelques difficultés de convergence avec cette bibliothèque mathématique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)