# SSNP116 - Couplage fluage/fissuration - Traction uniaxiale

**Résumé :**

Ce cas de validation est destiné à vérifier le modèle de couplage des lois de fluage de Granger avec les lois de plasticité/fissuration. Le couplage, restreint dans un premier temps à quelques lois de l'environnement non linéaire de *Code_Aster*, pourra être étendu par la suite à davantage de lois. Les paramètres des modèles de plasticité/fissuration sont choisis de façon particulière pour modéliser un comportement élasto-plastique quasi parfait, et se ramener à un problème présentant une solution analytique relativement simple.

La géométrie est constituée de trois éléments linéaires (cubes et prismes en 3D , carrés et triangles en 2D ), et trois éléments quadratiques, reliés aux précédents par des relations linéaires. Les modélisations testées ici sont les modélisations 3D, C_PLAN, et D_PLAN.

Le chargement est une traction uniaxiale en déplacement imposé.

On teste le couplage du modèle de fluage de Granger avec BETON_DOUBLE_DP et VMIS_ISOT_LINE . On dispose de la solution analytique en 3D et C_PLAN, lorsqu'il n'y a pas variation de la teneur en eau.

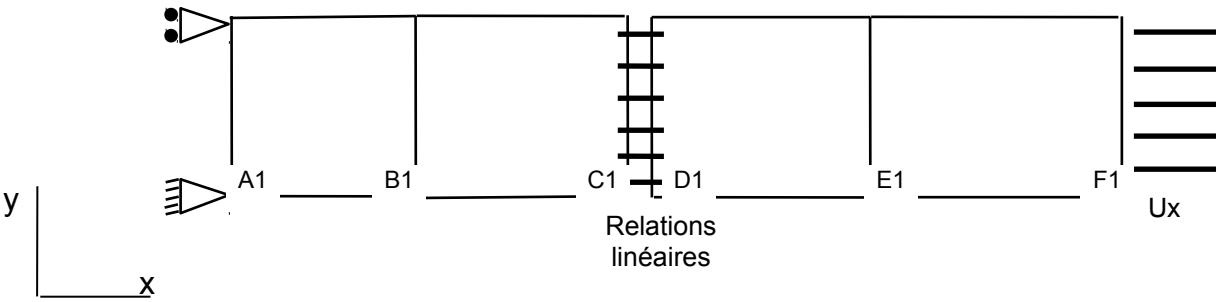
Dans les cas 3D et D_PLAN, on teste également les solutions obtenues lorsqu'il y a variation de la teneur en eau et de la température avec activation des retraits correspondants (avec signe opposé). Il s'agit alors de tests de non-régression.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 1 Problème de référence

## 1.1 Géométrie




## 1.2 Propriétés de matériaux

Les paramètres des lois de comportement sont les suivants :

**Pour les caractéristiques mécaniques en élasticité linéaire ( ELAS ) :**

Module d'Young : $E = 31\,000$ MPa
*Coefficient de Poisson :* $\nu = 0.2$
*Coefficient de dilatation thermique :* $\alpha = 10^{-5}$
*Coefficient de retrait de dessiccation :* $\kappa = 10^{-5}$

**Pour les caractéristiques mécaniques non linéaires du modèle BETON_DOUBLE_DP :**

*Résistance en compression uniaxiale :* $f'c = 40\ N/mm^2$
*Résistance en traction uniaxiale :* $f't = 4\ N/mm^2$
*Rapport des résistances en compression biaxiale/compression uniaxiale :* $\beta = 1.16$
*Énergie de rupture en compression :* $Gc = 10\ Nmm/mm^2$
*Énergie de rupture en traction :* $\mathrm{Gt} = 10000\ Nmm/mm^2$. *pour simuler un écrouissage quasi nul*
*Rapport de la limite d'élasticité à la résistance en compression uniaxiale :* $33.33\,\%$

**Pour les caractéristiques mécaniques du modèle à écrouissage linéaire VMIS_ISOT_LINE :**

*Limite élastique :* $Sy = 4\ N/mm^2$
*Pente d'écrouissage :* $\mathrm{D_sigm_epsi} = 0.1\ N/mm^2$

**Pour les caractéristiques mécaniques du modèle de fluage de GRANGER :**

*Coefficient* $J_1$ *:* $J_1 = 0.2\ MPa^{-1}$



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

*Coefficient* $\tau_1$ *:* $\tau_1 = 4\,320\,000\,s$
*Coefficient* $Q/R$ *:* QsR_K = 0.K
*La courbe de désorption vaut 1 pour toutes valeurs de l'hygrométrie, pour simplifier la solution analytique.*

## 1.3 Conditions aux limites et chargements mécaniques

Pour les calculs en $3D$ :

- Face en $x=0$ du premier cube (sa) : bloquée suivant $ox$ ,
- Nœuds des faces en $y=0$ : bloquée suivant $oy$ ,
- Nœuds des faces en $z=0$ : bloquée suivant $oz$ ,
- Relation linéaire (LIAISON_DDL) entre les nœuds extrémité des faces confondues des éléments linéaires et quadratiques adjacents (nœuds $c1$ , $c2$ , $c3$ , $c4$ liés avec les nœuds $d1$ , $d2$ , $d3$ , $d4$ ),
- Relation linéaire (LIAISON_UNIF) sur la face $sd$ pour lier les déplacements suivant $ox$ des nœuds quadratiques de cette face à ceux des nœuds sommet,
- Face en $x=x_{max}$ du dernier cube ( $sf$ ) : Traction exercée suivant $ox$ .

Pour les calculs en $2D$ :

- Ligne en $x=0$ du premier carré (la) : bloquée suivant $ox$ ,
- Nœuds des lignes en $y=0$ : bloquée suivant $oy$ ,
- Relation linéaire (LIAISON_DDL) entre les nœuds extrémité des lignes confondues des éléments linéaires et quadratiques adjacents (nœuds $c1$ , $c2$ liés avec les nœuds $d1$ , $d2$ ),
- Relation linéaire (LIAISON_UNIF) sur la ligne $ld$ pour lier les déplacements suivant $x$ des nœuds quadratiques de cette ligne à ceux des nœuds sommet,
- Ligne en $x=x_{max}$ du dernier carré ( $lf$ ) : Traction exercée suivant $ox$ .

Le champ de température est soit constant (premier calcul), soit croissant de $0\,°C$ à $20\,°C$ pour tous les autres calculs. Dans le cas où la température varie, on suppose que le champ de séchage varie de 1 à 0. Les caractéristiques matériau sont constantes. De plus, on applique un coefficient de retrait de dessiccation non nul, de telle façon que le retrait de dessiccation compense la dilatation thermique, pour vérifier que ces 2 phénomènes sont bien pris en compte.

***Remarque****. La variation de température impacte le calcul des retraits mais pas la loi de comportement mécanique, qui ne dépend pas de la température.*



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 2 Solution de référence

## 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Pour pouvoir calculer une solution analytique simple, les choix suivants ont été réalisés, l'objectif étant de valider le couplage et non les lois de plasticité/fissuration ou de fluage :

- une loi de fluage de Granger avec un seul modèle de Kelvin en série,
- une loi de plasticité / fissuration modélisant une loi élastoplastique parfaite,
- un chargement de traction uniaxiale.

La solution de référence est calculée de façon analytique, sachant qu'en traction, seul le critère de traction est activé. Les équations du modèle se ramènent à des équations scalaires permettant de calculer la solution analytique. Le seule difficulté vient de la détermination du début de la plasticité (instant et déformation de fluage) qui nécessite de résoudre par une méthode numérique une équation non linéaire à une inconnue.

Dans le cas où la teneur en eau n'est pas constante, le fluage est plus complexe à résoudre, la solution analytique n'a pas été calculée. Il s'agit donc de tests de non-régression. Toutefois, dans les cas `3D` et `D_PLAN` , on peut vérifier que l'on obtient les mêmes résultats avec les 2 modèles.

La déformation imposée (déplacement d'une extrémité de la structure) est une fonction linéaire du temps permettant de mettre en jeu fluage et plasticité.

## 2.2 Calcul de la solution de référence

On note $\varepsilon$ , la composante $xx$ de la déformation totale $\varepsilon_e$ , la composante $xx$ de la déformation élastique, $\varepsilon_{fl}$ la composante $xx$ de la déformation de fluage de Granger, et $\varepsilon_{pl}$ la composante $xx$ de la déformation plastique, $\sigma$ la composante $xx$ de la contrainte, et $E$ le module d'Young.
Le modèle de fluage retenu ne comporte qu'un seul modèle de Kelvin en série et le modèle de plasticité/fissuration est une loi élastoplastique quasi parfaite (pente d'écrouissage quasi nulle), ce qui permet de calculer aisément la solution analytique du couplage fluage/plasticité, dans le cas d'une traction simple uniaxiale. La loi élastoplastique quasi parfaite peut être obtenue à partir des lois de *Code_Aster* `BETON_DOUBLE_DP` ou `VMIS_ISOT_LINE` , en choisissant le jeu de paramètres qui convient (écrouissage quasi nul). Le chargement est une traction uniaxiale en déplacement imposé. On impose donc une déformation totale proportionnelle au temps écoulé, de la forme $\varepsilon_{xx}=\lambda_0 . t$ .
Comme il n'y a pas d'effort exercé dans les autres directions, le champ de contraintes est uniaxiale. On peut donc se ramener à un problème $1D$ pour la résolution, ce qui permet de calculer dans un deuxième temps des déformations dans les directions transverses au chargement ( $yy$ et $zz$ ).

$$\sigma=\left(\sigma_{xx},0,0,0,0,0\right) \text{ et } \varepsilon=\left(\varepsilon_{xx},\varepsilon_{yy},\varepsilon_{zz},0,0,0\right)$$

Les équations du modèle de fluage et du modèle de plasticité se confondent avec les équations scalaires suivantes, en omettant l'indice $xx$ correspondant à la première composante des tenseurs :

$\varepsilon=\lambda_0 . t$ (traction imposée)

$\varepsilon=\varepsilon_e+\varepsilon_{fl}+\varepsilon_{pl}$

$\sigma=\mu\,\dot{\varepsilon}_{fl}+K\,\varepsilon_{fl}$ avec $\mu=\dfrac{\tau_s}{J_s}$ et $K=\dfrac{1}{J_s}$

$\sigma=E\,\varepsilon_e \quad \sigma=E\left[\varepsilon-\varepsilon_{pl}-\varepsilon_{fl}\right]$



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

**Résolution en élasticité linéaire**

Avant d'atteindre le seuil de plasticité, la déformation plastique est nulle, ce qui conduit à :

$\varepsilon = \lambda_0 . t$ (traction imposée)

$\varepsilon_{pl} = 0$

$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_{fl}$

$\sigma = \mu \dot{\varepsilon}_{fl} + K \varepsilon_{fl}$ avec $\mu = \frac{\tau_s}{J_s}$ et $K = \frac{1}{J_s}$

$\sigma = E \varepsilon_e \quad \sigma = E\left[\varepsilon - \varepsilon_{fl}\right]$

On obtient l'équation différentielle permettant de calculer la déformation de fluage :

$$\sigma = E\left[\varepsilon - \varepsilon_{fl}\right] = \mu \dot{\varepsilon}_{fl} + K \varepsilon_{fl} \text{ avec } \varepsilon = \lambda_0 . t$$

La déformation de fluage s'exprime donc comme la somme d'une fonction linéaire du temps et d'une fonction exponentielle, du type :

$$\varepsilon_{fl}(t) = a . t + b + \alpha e^{-\beta . t}$$

qui donne dans l'équation différentielle :

$$0 = \mu . \dot{\varepsilon}_{fl}(t) + K . \varepsilon_{fl}(t) + E . \varepsilon_{fl}(t) - E . \lambda_0 . t$$

Soit :

$$0 = \left[(K+E) b + \mu . a\right] + \left[(K+E) a - E . \lambda_0\right] t + \left[(K+E)\alpha - \mu . \beta . \alpha\right] e^{-\beta . t}$$

d'où :

$$a = \frac{E . \lambda_0}{K+E} \qquad b = -\frac{\mu}{K+E} \frac{E . \lambda_0}{K+E} \qquad \beta = \frac{K+E}{\mu}$$

A l'instant initial, on part d'une déformation de fluage nulle, ce qui conduit à :

$$\alpha = \frac{m}{K+E} \frac{E . \lambda_0}{K+E}$$

On obtient finalement l'expression de la déformation de fluage en fonction du temps :

$$\varepsilon_{fl}^{xx}(t) = \varepsilon_{fl}(t) = \frac{\lambda_0 . E}{K+E}\left[t - \frac{\mu}{K+E}\left(1 - e^{-\frac{K+E}{\mu} t}\right)\right]$$

La composante $xx$ de la déformation élastique vaut : $\varepsilon_e = \varepsilon - \varepsilon_{fl}$ . Soit :

$$\varepsilon_e^{xx}(t) = \varepsilon_e(t) = \frac{\lambda_0 . K}{K+E} t + \frac{\lambda_0 . E . \mu}{(K+E)^2}\left(1 - e^{-\frac{K+E}{\mu} t}\right)$$

Les composantes $yy$ et $zz$ des déformations élastique et de fluage sont obtenues par multiplication de la composante $xx$ par le coefficient de Poisson.

La composante $xx$ de la contrainte vaut : $\sigma = E . \varepsilon_e = E\left(\varepsilon - \varepsilon_{fl}\right)$ . Soit :

$$\sigma_{xx}(t) = \sigma(t) = \frac{\lambda_0 . K . E}{K+E} t + \frac{\lambda_0 . E^2 . \mu}{(K+E)^2}\left(1 - e^{-\frac{K+E}{\mu} t}\right)$$

**Seuil d'élasticité**

Le comportement reste élastique jusqu'à ce qu'on atteigne la limité d'élasticité. Dans le cas d'une traction uniaxiale, la contrainte équivalente est égale à la composante non nulle de la contrainte. La plasticité intervient donc quand $\sigma_{xx}(t) = \sigma_{eq} = f_t$ (résistance en traction), soit :



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$$\frac{\lambda_0 . K . E}{K+E} t + \frac{\lambda_0 . E^2 . \mu}{(K+E)^2} \left( 1 - e^{-\frac{K+E}{\mu} t} \right) = f_t$$

Cette équation, résolue par une méthode numérique, permet d'obtenir l'instant du début de plastification $t_{plas}$ et la déformation de fluage à cet instant :

$$\varepsilon_{fl^{plas}} = \varepsilon_{fl}(t_{plas}) = \frac{\lambda_0 . E}{K+E} \left[ t_{plas} - \frac{\mu}{K+E} \left( 1 - e^{-\frac{K+E}{\mu} t_{plas}} \right) \right]$$

**Résolution en plasticité**

Le modèle de plasticité a été choisi afin d'obtenir une résolution analytique simple. Il s'agit d'une loi de plasticité quasi parfaite, obtenue en prenant un jeu particulier de paramètres pour le modèle de comportement conduisant à une pente d'écrouissage quasi nulle. Donc, en phase plastique, la contrainte (composante $xx$), égale à la contrainte équivalente vaut la résistance en traction. Les équations du modèle sont alors :

$\varepsilon = \lambda_0 . t$ (traction imposée) et $\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_{fl} + \varepsilon_{pl}$

$\sigma = m \dot{\varepsilon}_{fl} + K \varepsilon_{fl} = \mu \dot{\varepsilon}_{fl} + K \left[ \varepsilon - \varepsilon_e - \varepsilon_{pl} \right]$ avec $\mu = \frac{\tau_s}{J_s}$ et $K = \frac{1}{J_s}$

$\sigma = E \varepsilon_e \quad \sigma = E \left[ \varepsilon - \varepsilon_{pl} - \varepsilon_{fl} \right] = f_t$

avec comme conditions initiales :

$t = t_{plas} \quad \varepsilon_{fl}(t_{plas}) = \varepsilon_{fl^{plas}}$

ce qui conduit à l'équation différentielle permettant de calculer la déformation de fluage :

$\sigma = f_t = \mu \dot{\varepsilon}_{fl} + K \varepsilon_{fl}$

La déformation de fluage s'exprime donc sous la forme :

$\varepsilon_{fl}(t) = a + \alpha e^{-\beta . t}$

qui donne dans l'équation différentielle :

$0 = \mu . \dot{\varepsilon}_{fl}(t) + K . \varepsilon_{fl}(t) - f_t = \left[ K . a - f_t \right] + \left[ K . \alpha - \mu . \beta . \alpha \right] e^{-\beta . t}$ d'où :

$$a = \frac{f_t}{K} \qquad \beta = \frac{K}{\mu}$$

A l'instant $t_{plas}$, la déformation de fluage vaut $\varepsilon_{fl^{plas}}$, ce qui conduit à :

$$\alpha = \left( \varepsilon_{fl^{plas}} - \frac{f_t}{K} \right) e^{\beta . t}$$

On obtient finalement l'expression de la déformation de fluage en fonction du temps :

$$\varepsilon_{fl^{xx}}(t) = \frac{f_t}{K} + \left( \varepsilon_{fl^{plas}} - \frac{f_t}{K} \right) e^{-\frac{K}{\mu}(t - t_{plas})} \quad \text{avec } \varepsilon = \lambda_0 . t$$

La composante $xx$ de la déformation élastique vaut : $\varepsilon_e = \frac{\sigma}{E} = \frac{f_t}{E}$

La composante $xx$ de la déformation plastique vaut : $\varepsilon_{pl} = \varepsilon - \varepsilon_e - \varepsilon_{fl} = \lambda_0 . t - \varepsilon_e - \varepsilon_{fl}$ . Soit :

$$\varepsilon_{plas^{xx}}(t) = \lambda_0 . t - \frac{f_t}{E} - \frac{f_t}{K} - \left( \varepsilon_{fl^{plas}} - \frac{f_t}{K} \right) e^{-\frac{K}{m}(t - t_{plas})}$$

Les composantes $yy$ et $zz$ des déformations élastique et de fluage sont obtenues par multiplication de la composante $xx$ par le coefficient de Poisson.

La composante $xx$ de la contrainte vaut : $\sigma = f_t$



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

**Application numérique :**

On impose une déformation de $10^{-3}$ en 100 secondes, ce qui donne $\lambda_0 = 10^{-5}$

La seule difficulté consiste à calculer l'instant de la plastification $t_{plas}$ , et la déformation de fluage $\varepsilon_{fl}{}^{plas}$ qui lui correspond, par dichotomie par exemple. On obtient finalement les paramètres :

$$t_{plas} = 13.024296$$
$$e_{fl\,plas} = 1.20969985.10^{-6}$$
$$e = 1.2903226.10^{-4}$$

qui permettent d'obtenir les valeurs de référence après plastification du béton.

A 10 secondes, le comportement est un couplage fluage/élasticité. A 100 secondes, le comportement est un couplage fluage/plasticité :

| temps | 10 | 100 |
|---|---|---|
| $\sigma$ | 3.0778607 | 4.0 |
| $\varepsilon$ | $1.10^{-4}$ | $1.10^{-3}$ |
| $\varepsilon_{fl}$ | $7.1417140.10^{-7}$ | $1.7316168.10^{-5}$ |
| $\varepsilon_{e}$ | $9.9285829.10^{-5}$ | $1.2903226.10^{-4}$ |
| $\varepsilon_{fpl}$ | 0.0 | $8.5365157.10^{-4}$ |

## 2.3 Incertitude sur la solution

Elle est négligeable, de l'ordre de la précision machine.

## 2.4 Références bibliographiques

Le modèle a été défini dans le document de spécification :

1) CS SI/311-1/420AL0/RAP/00.019 Version 1.1, « Développement du couplage fluage/fissuration dans le *Code_Aster* - Spécifications »



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

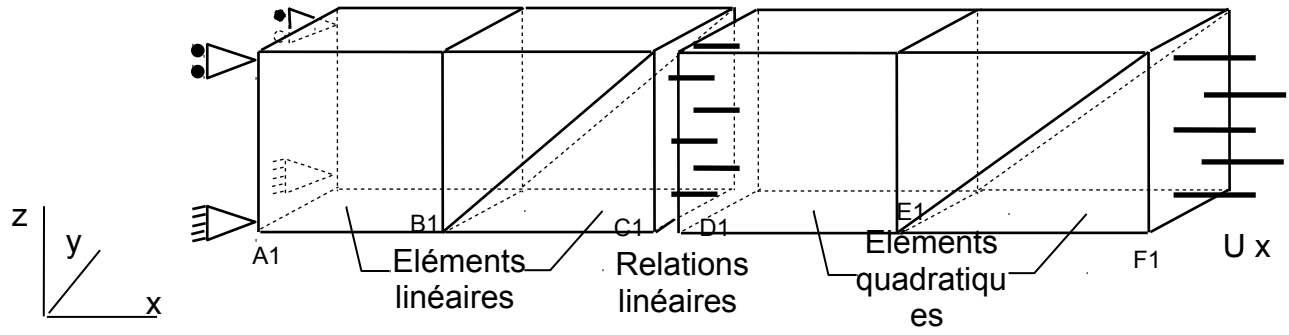
# 3 Modélisation A

## 3.1 Caractéristiques de la modélisation

3D (1 HEXA8, 2 **PENTA6**, 1 **HEXA20**, 2 **PENTA15**)

Il s'agit d'un cube à 8 nœuds et de deux prismes à 6 nœuds liés par des relations linéaires à un cube à 20 nœuds et de deux prismes à 15 nœuds. L'ensemble est soumis à une traction uniaxiale suivant la direction $x$. Les dimensions suivant $y$ et $z$ sont unitaires. Les dimensions suivant la direction $x$ sont choisies de telle sorte que tous les éléments aient la même longueur caractéristique (celle-ci vaut la racine cubique du volume pour les éléments quadratiques, et la racine cubique du volume multipliée par $\sqrt{2}$ pour les éléments linéaires).

Les champs de contraintes et déformations sont uniformes.
En $3D$, on valide le couplage des lois BETON_DOUBLE_DP et VMIS_ISOT_LINE avec la loi GRANGER_FP.




## 3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 46
Nombre de mailles et type : 1 HEXA8, 2 PENTA6, 1 HEXA20, 2 PENTA15

## 3.3 Grandeurs testées et résultats

On teste les composantes $xx$ du champ de contraintes SIGM_ELNO, du champ de déformations de fluage EPFP_ELNO, et du champ de déformation plastique EPSP_ELNO.
Pour le couplage avec la loi BETON_DOUBLE_DP, dans le cas où le séchage est constant et la solution analytiques connues, ces valeurs ont été testées au point $C1$ situé à l'interface entre les éléments linéaires et les éléments quadratiques, et au point $F1$ situé à l'extrémité de la structure, où est appliqué le déplacement imposé (en $x_{max}$).
Lorsque le séchage varie, la solution analytique n'a pas été calculée : on teste donc les mêmes composantes que précédemment mais uniquement au point $F1$ situé à l'extrémité de la structure. La solution obtenue avec BETON_DOUBLE_DP est testé en tant que non-régression, mais les valeurs obtenues servent ensuite de référence pour le modèle VMIS_ISOT_LINE.

Les tests sont effectués à l'instant 10, lorsque la plasticité n'a pas commencée, seul le fluage est présent, et à l'instant 100, après le début de la plastification du béton.

### 3.3.1 Calcul avec la loi BETON_DOUBLE_DP en isotherme (Référence)



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

**Couplage GRANGER_FP/BETON_DOUBLE_DP**

- **au point** $C1$

| Identification | Référence | *Aster* | % différence |
|---|---|---|---|
| $\sigma_{xx}$ pour $\varepsilon_{xx} 10^{-4}$ | 3.07786 | 3.07787 | 1.9.10 $^{-4}$ |
| $\varepsilon_{xx}^{fl}$ pour $\varepsilon_{xx} 10^{-4}$ | 7.14171 10 $^{-7}$ | 7.140035 10 $^{-7}$ | -0.023 |
| $\sigma_{xx}$ pour $\varepsilon_{xx} 10^{-3}$ | 4.0 | 3.999999 | -2.0.10 $^{-5}$ |
| $\varepsilon_{xx}^{fl}$ pour $\varepsilon_{xx} 10^{-3}$ | 1.73162 10 $^{-5}$ | 1.731596 10 $^{-5}$ | -0.001 |
| $\varepsilon_{xx}^{p}$ pour $\varepsilon_{xx} 10^{-3}$ | 8.53652 10 $^{-4}$ | 8.536546 10 $^{-4}$ | 3.1 10 $^{-4}$ |

- **au point** $F1$

| Identification | Référence | *Aster* | % différence |
|---|---|---|---|
| $\sigma_{xx}$ pour $\varepsilon_{xx} 10^{-4}$ | 3.07786 | 3.07787 | 1.9.10 $^{-4}$ |
| $\varepsilon_{xx}^{fl}$ pour $\varepsilon_{xx} 10^{-4}$ | 7.14171 10 $^{-7}$ | 7.140035 10 $^{-7}$ | -0.023 |
| $\sigma_{xx}$ pour $\varepsilon_{xx} 10^{-3}$ | 4.0 | 3.999998 | -6.0.10 $^{-5}$ |
| $\varepsilon_{xx}^{fl}$ pour $\varepsilon_{xx} 10^{-3}$ | 1.73162 10 $^{-5}$ | 1.731596 10 $^{-5}$ | -0.001 |
| $\varepsilon_{xx}^{p}$ pour $\varepsilon_{xx} 10^{-3}$ | 8.53652 10 $^{-4}$ | 8.536023 10 $^{-4}$ | -0.006 |

### 3.3.2 Calcul avec la loi BETON_DOUBLE_DP en non isotherme (Non régression)

Il s'agit de tests de non regression, les valeurs ne sont pas indiquées.

- **au point** $F1$

| Variable testée |
|---|
| $\sigma_{xx}$ pour $\varepsilon_{xx} 10^{-4}$ |
| $\varepsilon_{xx}^{fl}$ pour $\varepsilon_{xx} 10^{-4}$ |
| $\sigma_{xx}$ pour $\varepsilon_{xx} 10^{-3}$ |
| $\varepsilon_{xx}^{fl}$ pour $\varepsilon_{xx} 10^{-3}$ |
| $\varepsilon_{xx}^{p}$ pour $\varepsilon_{xx} 10^{-3}$ |

## 3.4 Calcul avec la loi VMIS_ISOT_LINE en non isotherme

Il s'agit de tests de non regression, les valeurs ne sont pas indiquées.

- **au point** $F1$

| Identification |
|---|
| $\sigma_{xx}$ pour $\varepsilon_{xx} 10^{-4}$ |
| $\varepsilon_{xx}^{fl}$ pour $\varepsilon_{xx} 10^{-4}$ |
| $\sigma_{xx}$ pour $\varepsilon_{xx} 10^{-3}$ |
| $\varepsilon_{xx}^{fl}$ pour $\varepsilon_{xx} 10^{-3}$ |
| $\varepsilon_{xx}^{p}$ pour $\varepsilon_{xx} 10^{-3}$ |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

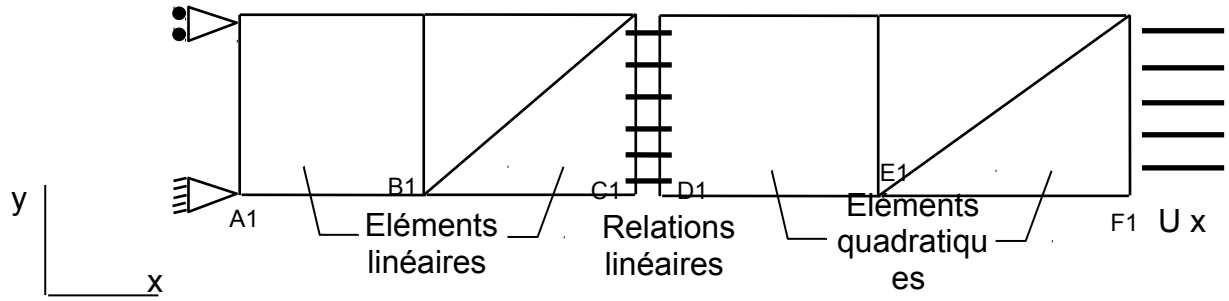
# 4 Modélisation B

## 4.1 Caractéristiques de la modélisation

**D_PLAN (1 QUAD4, 2 TRI3, 1 Q UAD8, 2 TRI6)**

Il s'agit d'un carré à 4 nœuds et de deux triangles à 3 nœuds liés par des relations linéaires à un carré à 8 nœuds et de deux triangles à 6 nœuds. L'ensemble est soumis à une traction uniaxiale suivant la direction $x$. Les dimensions suivant $y$ sont unitaires. Les dimensions suivant la direction $x$ sont choisies de telle sorte que tous les éléments aient la même longueur caractéristique (racine de la surface pour les éléments quadratiques, et racine de la surface multipliée par $\sqrt{2}$ pour les éléments linéaires).

Les champs de contraintes et déformations sont uniformes.
En $2D$ déformations planes (D_PLAN), on teste le couplage entre de la loi BETON_DOUBLE_DP avec la loi GRANGER_FP. On teste aussi le couplage de la loi VMIS_ISOT_LINE avec la loi GRANGER_FP. La solution analytique n'a pas été calculée en D_PLAN.




## 4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 20
Nombre de mailles et type : 1 QUAD4, 2 TRI3, 1 QUAD8, 2 TRI6

## 4.3 Fonctionnalités testées

On teste les composantes $xx$ du champ de contraintes SIGM_ELNO et du champ de déformations de fluage EPFP_ELNO, et du champ de déformation plastique EPSP_ELNO au point $F1$ situé à l'extrémité de la structure, où est appliqué le déplacement imposé (en $x_{max}$ ).

La solution analytique n'a pas été calculée en déformation plane. On réalise donc uniquement le même calcul avec les 2 modèles de fissuration à séchage variable. Les tests sont de type non-régression.

Les tests sont effectués à l'instant 10, lorsque la plasticité n'a pas commencée, seul le fluage est présent, et à l'instant 100, après le début de la plastification du béton.

### 4.3.1 Calcul avec la loi BETON_DOUBLE_DP en non isotherme (Non régression)

Il s'agit de tests de non regression, les valeurs ne sont pas indiquées.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

**Au point** $C1$

| Variable testée |
|---|
| $\sigma_{xx}$ pour $\varepsilon_{xx} 10^{-4}$ |
| $\varepsilon_{xx}^{fl}$ pour $\varepsilon_{xx} 10^{-4}$ |
| $\sigma_{xx}$ pour $\varepsilon_{xx} 10^{-3}$ |
| $\varepsilon_{xx}^{fl}$ pour $\varepsilon_{xx} 10^{-3}$ |
| $\varepsilon_{xx}^{p}$ pour $\varepsilon_{xx} 10^{-3}$ |

**Au point** $F1$

| Variable testée |
|---|
| $\sigma_{xx}$ pour $\varepsilon_{xx} 10^{-4}$ |
| $\varepsilon_{xx}^{fl}$ pour $\varepsilon_{xx} 10^{-4}$ |
| $\sigma_{xx}$ pour $\varepsilon_{xx} 10^{-3}$ |
| $\varepsilon_{xx}^{fl}$ pour $\varepsilon_{xx} 10^{-3}$ |
| $\varepsilon_{xx}^{p}$ pour $\varepsilon_{xx} 10^{-3}$ |

### 4.3.2 Calcul avec la loi VMIS_ISOT_LINE en non isotherme (Non régression)

Il s'agit de tests de non regression, les valeurs ne sont pas indiquées.

**Au point** $F1$

| Variable testée |
|---|
| $\sigma_{xx}$ pour $\varepsilon_{xx} 10^{-4}$ |
| $\varepsilon_{xx}^{fl}$ pour $\varepsilon_{xx} 10^{-4}$ |
| $\sigma_{xx}$ pour $\varepsilon_{xx} 10^{-3}$ |
| $\varepsilon_{xx}^{fl}$ pour $\varepsilon_{xx} 10^{-3}$ |
| $\varepsilon_{xx}^{p}$ pour $\varepsilon_{xx} 10^{-3}$ |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 5 Synthèse des résultats

Dans le cas où l'on connaît la solution analytique (non-variation du séchage), ce cas test offre des résultats très satisfaisants avec un écart inférieur à $0.02\%$ pour tous les cas de calcul. Le nombre d'itérations pour la phase plastique est généralement de l'ordre d'une dizaine ; Ceci s'explique par le choix de la loi de plasticité quasi parfaite, obtenue avec le modèle VMIS_ISOT_LINE, avec des jeux particuliers de paramètres. En fait, ce même modèle utilisé **sans** le couplage fluage/fissuration, dans les mêmes conditions de chargement et avec les mêmes paramètres, présente les mêmes difficultés de convergence.

Enfin, en 3D et en C_PLAN, on vérifie que les 2 modèles qui ont été dégénérés donnent bien des résultats quasi-similaires. En revanche, en D_PLAN, le modèle BETON_DOUBLE_DP n'est pas équivalent au modèle VMIS_ISOT_LINE du fait de l'écriture du critère qui dépend de la trace du tenseur des déformations et n'est donc pas équivalent au modèle parfaitement plastique.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)