FORMA03 - Travaux pratiques de la formation « Utilisation avancée » : charge limite d'une plaque trouée

Résumé :

Ce test 2D en contraintes planes quasi-statique permet d'illustrer sur un cas simple les questions relatives à la modélisation élastoplastique ; il met en évidence les effets de structure, de concentration de contraintes, de charge limite.
Il s'agit d'une plaque rectangulaire homogène, trouée en son centre, constituée d'un matériau élastoplastique avec écrouissage isotrope, dont l'état initial est non contraint, qui est soumise à une traction à ses extrémités. On s'intéresse à la solution élastoplastique en charge.
L'objectif du test est de montrer les possibilités de modélisation, l'utilisation de la commande STAT_NON_LINE et le post-traitement avec la plate-forme Salome-Meca.

La modélisation A correspond au calcul à force imposée en élasticité. Il illustre l'usage de la commande STAT_NON_LINE dans une configuration simplifiée (calcul purement élastique linéaire). Il sert également de référence pour les autres modélisations.

La modélisation B correspond au calcul à force imposée, de référence avec le comportement VMIS_ISOT_TRAC, et illustre l'usage des différents paramètres de la commande STAT_NON_LINE, ainsi que les commandes de dépouillement.

La modélisation C explicite le mode opératoire pour effectuer le calcul jusqu'à la charge limite, en utilisant le pilotage du chargement par un déplacement.

La modélisation D est identique à la modélisation C sauf qu'elle utilise un chargement suiveur.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Table des Matières

1 Problème de référence....4
1.1 Géométrie....4
1.2 Conditions aux limites et chargements....4
1.3 Propriétés des matériaux....4
2 Solution de référence....6
2.1 Solution élastique....6
2.2 Solution élastoplastique (charge limite)....6
2.3 Références bibliographiques....7
3 Mise en œuvre du TP....8
3.1 Déroulement du TP....8
3.2 Géométrie....8
3.3 Maillage....8
4 Modélisation A....10
4.1 Caractéristiques de la modélisation....10
4.2 Caractéristiques du maillage....10
4.3 Calcul élastique avec STAT_NON_LINE....10
4.3.1 Réalisation du calcul....10
4.3.2 Post-traitements des résultats avec Aster_Study....11
4.4 Grandeurs testées et résultats....12
5 Modélisation B....13
5.1 Caractéristiques de la modélisation....13
5.2 Caractéristiques du maillage....13
5.3 Calcul élasto-plastique avec STAT_NON_LINE....13
5.3.1 Préparation du fichier de commande....13
5.3.2 Calcul élastique....14
5.3.3 Calcul élasto-plastique en charge....14
5.3.4 Calcul élasto-plastique en charge puis décharge....16
5.4 Grandeurs testées et résultats....16
6 Modélisation C....18
6.1 Caractéristiques de la modélisation....18
6.2 Caractéristiques du maillage....18
6.3 Calcul avec charge limite....18
6.3.1 Détection « manuelle » de la charge limite....18
6.3.2 Calcul au-delà de la charge limite par pilotage....19
6.4 Grandeurs testées et résultats....20
7 Modélisation D....21
7.1 Caractéristiques de la modélisation....21
7.2 Caractéristiques du maillage....21

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

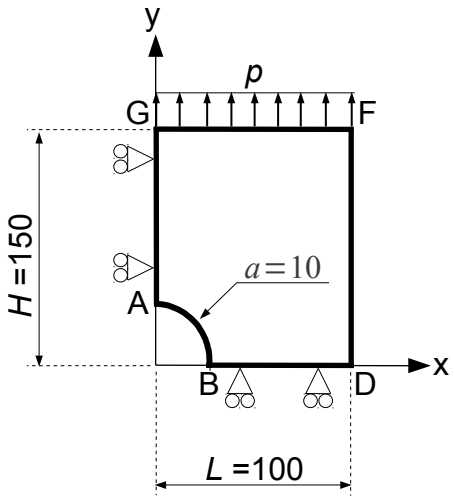
7.3 Grandeurs testées et résultats....21
8 Synthèse des résultats....22

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

Il s'agit d'une plaque rectangulaire, comportant un trou, modélisée en $2\mathrm{D}$ contraintes planes. On modélise seulement un quart de la plaque grâce aux symétries. Les dimensions sont données en millimètres.



1.2 Conditions aux limites et chargements

Conditions de symétrie
La plaque est bloquée suivant Ox le long du côté AG et suivant Oy le long du côté BD .

Chargement en contrainte imposée
Elle est soumise à une traction p suivant Oy répartie sur le côté FG .

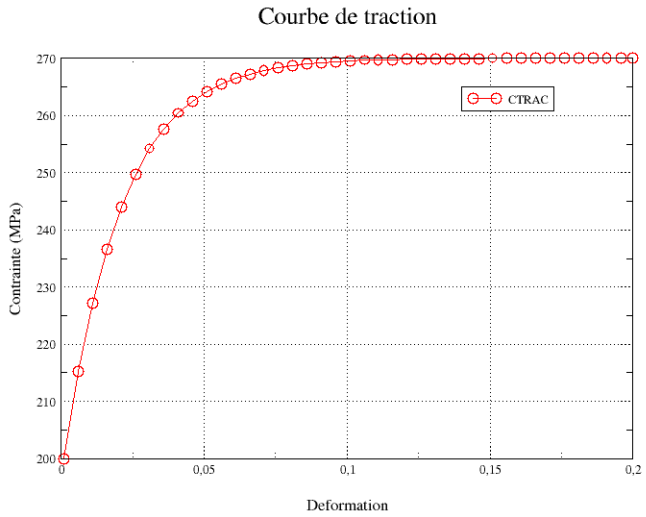
1.3 Propriétés des matériaux

Le comportement est élastoplastique de Von Mises, à écrouissage isotrope.

Les caractéristiques élastiques sont :
- Module d'Young $E=200\,000\,MPa$;
- Coefficient de Poisson $\nu=0.3$;
- Limite d'élasticité : $200\,MPa$.

L'écrouissage est déduit de la courbe de traction définie par les données suivantes (prolongement droit constant `PROL_DROITE='CONSTANT'`) :

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)



Epsilon	Sigma (*Mpa*)		Epsilon	Sigma (*Mpa*)
1.00000E-03	2.00000E+02		1.06000E-01	2.69626E+02
6.00000E-03	2.15275E+02		1.11000E-01	2.69709E+02
1.10000E-02	2.27253E+02		1.16000E-01	2.69773E+02
1.60000E-02	2.36630E+02		1.21000E-01	2.69823E+02
2.10000E-02	2.43964E+02		1.26000E-01	2.69862E+02
2.60000E-02	2.49694E+02		1.31000E-01	2.69893E+02
3.10000E-02	2.54168E+02		1.36000E-01	2.69917E+02
3.60000E-02	2.57659E+02		1.41000E-01	2.69935E+02
4.10000E-02	2.60382E+02		1.46000E-01	2.69949E+02
4.60000E-02	2.62506E+02		1.51000E-01	2.69961E+02
5.10000E-02	2.64161E+02		1.56000E-01	2.69969E+02
5.60000E-02	2.65451E+02		1.61000E-01	2.69976E+02
6.10000E-02	2.66457E+02		1.66000E-01	2.69981E+02
6.60000E-02	2.67240E+02		1.71000E-01	2.69986E+02
7.10000E-02	2.67850E+02		1.76000E-01	2.69989E+02
7.60000E-02	2.68325E+02		1.81000E-01	2.69991E+02
8.10000E-02	2.68696E+02		1.86000E-01	2.69993E+02
8.60000E-02	2.68984E+02		1.91000E-01	2.69994E+02
9.10000E-02	2.69209E+02		1.96000E-01	2.69996E+02
9.60000E-02	2.69384E+02		2.00000E-01	2.69996E+02
1.01000E-01	2.69520E+02			

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Solution élastique

En élasticité, pour une plaque **infinie,** comportant un trou de diamètre a , soumise à un chargement P selon y à l'infini, la solution analytique en contraintes planes et coordonnées polaires (r,θ) est :

$$\sigma_{rr}=\frac{P}{2}.\left[\left(1-\left(\frac{a}{r}\right)^2\right)-\left(1-4.\left(\frac{a}{r}\right)^2+3.\left(\frac{a}{r}\right)^4\right).\cos(2\theta)\right] \quad (1)$$

$$\sigma_{\theta\theta}=\frac{P}{2}.\left[\left(1+\left(\frac{a}{r}\right)^2\right)+\left(1+3.\left(\frac{a}{r}\right)^4\right).\cos(2\theta)\right] \quad (2)$$

$$\sigma_{r\theta}=\frac{P}{2}.\left[\left(1+2.\left(\frac{a}{r}\right)^2-3.\left(\frac{a}{r}\right)^4\right).\sin(2\theta)\right] \quad (3)$$

En particulier, au bord du trou ($r=a$), on a :

$$\sigma_{\theta\theta}=p.\left[1+2.\cos(2\theta)\right] \quad (4)$$

Et le long de l'axe x :

$$\sigma_{\theta\theta}=\sigma_{yy}=\frac{P}{2}.\left[\left(1+\left(\frac{a}{r}\right)^2\right)+\left(1+3.\left(\frac{a}{r}\right)^4\right)\right] \quad (5)$$

Numériquement, pour $P=1\,MPa$, et pour une plaque infinie, on a

Point	Composante	Calcul	MPa
A	$SIXX$	$\sigma_{\theta\theta}(r=a,\theta=\pi/2)$	−1
B	$SIYY$	$\sigma_{\theta\theta}(r=a,\theta=0)$	3

Pour une plaque de dimension **finie**, les abaques [bib1] permettent d'obtenir le coefficient de concentration de contraintes, et on trouve que pour une traction de $1\,MPa$, $SIGYY$ maximum vaut environ $3.03\,MPa$ au point B .

2.2 Solution élastoplastique (charge limite)

En élastoplasticité, par une approche statique en contraintes planes, on peut obtenir une borne supérieure de la charge limite pour une bande de largeur $2L$ finie et de longueur infinie, comportant un trou de largeur $2a$ et soumise à une contrainte imposée à l'infini p :

$$p^{-}_{\lim}=\frac{\sigma_y.(L-a)}{L} \quad (6)$$

Ici on obtient comme borne supérieure de la charge limite : $p^{-}_{\lim}=0.9\times270=243\,MPa$. (On prend ici $\sigma_y=270\,MPa$, car la charge limite est identique entre un matériau élastoplastique

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

parfait et un matériau dont la courbe de traction présente une asymptote horizontale à $270\,MPa$). Dans ce test (en particulier la modélisation B), on aimerait trouver, par un calcul élastoplastique, une approximation de cette charge limite, sachant que les méthodes analytiques permettent d'en connaître une borne supérieure. Nous prendrons donc la valeur $p_{\lim}^{-}$ comme référence.

2.3 Références bibliographiques

[1] Analyse limite des structures fissurées et critères de résistance. F. VOLDOIRE : Note EDF/DER/HI/74/95/26 1995

[2] « Stress concentration factors », Peterson R.E., Wiley, 1974.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Mise en œuvre du TP

3.1 Déroulement du TP

Il s'agit de mener à bien le calcul élastique en générant la géométrie, le maillage et le fichier de commandes AsterStudy à l'aide de la plate-forme Salome-Meca.
Ce TP permet de :

- Mettre en œuvre un calcul non-linéaire standard dans le module AsterStudy : gestion du chargement, des matériaux, du comportement et des paramètres de `STAT_NON_LINE` ;
- Comprendre et mettre en œuvre la notion de pilotage ;
- Faire des post-traitements « évolués » (en particulier tracer des courbes).

3.2 Géométrie

On créera la face plane du quart supérieur droit de la plaque.

Lancer le module `Geometry`.

Les principales étapes pour construire cette géométrie sont les suivantes :

- Pour définir les contours de la plaque, on peut, par exemple, utiliser l'outil « `Sketcher` » (Menu `New Entity → Basic → 2D Sketch`) . Il est plus simple de commencer par le point B de coordonnées $(10,0)$. En partant de B , pour l'arc de cercle, utiliser `Element Type(Arc)` et `Destination(Direction/Perpendicular)` , et définir le rayon `10` et l'angle et le rayon `90°`. On obtient le point A . Puis utiliser `Element Type(Line)` et donner les autres points (G , F , D) par leurs coordonnées absolues. Terminer par `Sketch Closure`.
- On obtient alors un contour fermé `(Sketch_ 1 )` sur lequel on doit construire une face (Menu `New Entity → Build → Face`) . La géométrie de la plaque est alors complète.
- Construire des groupes utiles pour le calcul. Ici on construit les 5 groupes d es arêtes sur lesquels s'appuieront les conditions aux limites (symétries et chargement) : `gauche` pour le bord AG , `haut` pour le bord GF et `bas` pour le bord BD , `droite` pour le bord FD et `trou` pour l'arc AB . Menu `New Entity → Group → Create Group` : Sélectionner le type d'entité géométrique (ici la ligne, `edge`) et sélectionner le bord directement dans la fenêtre graphique, e nsuite cliquer sur `Add` , u n numéro d'objet doit alors apparaître. On peut changer le nom du groupe avant de l e valider par `Apply` .
- On peut également créer les groupes de nœuds, qui seront utiles pour le post-traitement ou le pilotage (Menu `New Entity → Group → Create Group`) : cinq groupes de sommet A , B , D , F et G .

3.3 Maillage

On créera un maillage plan du quart supérieur droit le la plaque, en éléments quadratiques, pour avoir une précision suffisante.

Lancer le module `Mesh`.

Les principales étapes pour générer le maillage sont les suivantes :

- Construire le maillage (Menu `Mesh → Create Mesh`) . Sélectionner la géométrie à mailler `Face_1` , puis choisir `A lgorithm → NETGEN 1D-2D` en ajoutant `H ypothe sis → NETGEN 2D Parameters` . Dans cette hypothèse, sélectionner `Fineness → Fine` et cocher la case `Second Order` avant de `Apply` .
- Calculer le maillage (Menu `Mesh → Compute`) . Une fenêtre des informations de maillage doit apparaître, et on obtient alors un maillage raffiné près du trou avec de grands éléments dans le haut de la plaque.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

- Pour raffiner ce maillage, cliquer à droite sur le maillage et choisir `Edit Mesh`, puis éditer les paramètres `NETGEN 2D Parameters` :
  - On peut diminuer `Max Size` en choisissant par exemple 10 .
  - Si on veut raffiner autour du trou, on peut dans l'onglet `Local sizes` ajouter le groupe `trou` AB avec le bouton `On edge` , et puis il suffit de modifier la valeur associée. En la diminuant (par exemple 2), le maillage sera raffiné autour du trou.
- Calculer le maillage (Menu `Mesh → Compute`) .
- Pour faire passer le maillage de linéaire à quadratique : « `Modification -> Convert to/from quadratic` ».
- Créer les groupes de mailles correspondants aux groupe géométriques (Menu `Mesh → Create Groups from Geometry`) . Sélectionner tous les groupes géométriques.
- Exporter le maillage au format MED.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

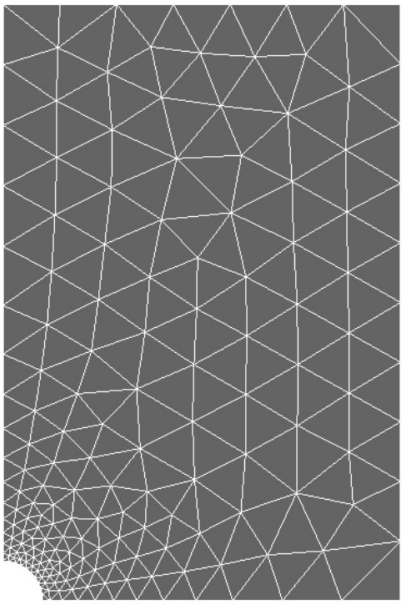
4 Modélisation A

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Calcul élastique d'un quart de la plaque sur un modèle en contraintes planes (C_PLAN). Le chargement est défini dans le § 1.2 . On charge jusqu'à $p=10\,MPa$.

4.2 Caractéristiques du maillage

On utilise un maillage quadratique.



4.3 Calcul élastique avec STAT_NON_LINE

Il s'agit de mener à bien le calcul élastique en générant le fichier de commandes AsterStudy à l'aide de la plate-forme Salome-Meca. La modélisation est C_PLAN. On doit trouver les mêmes résultats qu'en utilisant la commande MECA_STATIQUE.

4.3.1 Réalisation du calcul

Lancer le module AsterStudy.
Puis en colonne gauche, cliquer sur l'onglet Case View .
On définit le fichier de commandes du cas de calcul (cliquer à droite à CurrentCase et choisir Add Stage).
Nota : ajouter des commandes par le menu Commands → Show All .

Les principales étapes pour la création et le lancement du cas de calcul sont les suivantes :

- Lire le maillage au format MED : Commande LIRE_MAILLAGE .
- Orienter la normale du bord sur lequel le chargement de traction sera appliqué : Catégorie Mesh / Commande MODI_MAILLAGE / ORIE_PEAU_2D en affectant le groupe haut dans GROUP_MA. On garde le même nom du maillage en utilisant reuse.
- Définir les éléments finis utilisés : Commande AFFE_MODELE pour affecter le phénomène MECANIQUE et la modélisation en contraintes planes 2D (C_PLAN) à tous les éléments.
- Définir le matériau : Commande DEFI_MATERIAU. Choisir ELAS et saisir les valeurs du module de Young et du coefficient de Poisson.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

- Affecter le matériau à tous les éléments : Commande AFFE_MATERIAU.
- Affecter les conditions aux limites cinématiques : Commande AFFE_CHAR_CINE / MECA_IMPO pour la symétrie sur le quart de plaque (les groupes gauche et bas).
- Affecter le chargement : Commande AFFE_CHAR_ MECA / FORCE_CONTOUR pour la force répartie sur le haut de la plaque. Le plus simple est de définir une charge unitaire (FY=1.0) , que l'on multipliera ensuite par une fonction rampe avec le temps.
- Créer une fonction rampe linéaire $f=t$ pour multiplier le chargement mécanique unitaire : Commande DEFI_FONCTION. Par exemple, elle varie entre $(0.,0.)$ et $(1000.,1000.)$
- Créer la discrétisation temporelle à l'aide des commandes DEFI_LIST_REEL et DEFI_LIST_INST. Par exemple, on peut déterminer la fin d'instant à 10s pour correspondre le chargement à $10MPa$.
- Calculer l'évolution élastique : Commande STAT_NON_LINE. On met COMPORTEMENT / RELATION= ' ELAS ', la liste d'instant définie précédemment dans INCREMENT, les matériaux dans CHAM_MATER, MODELE et également les conditions aux limites et le chargement (CHARGE + FONC_MULT) dans EXCIT.

Pour lancer le cas de calcul, en colonne gauche, cliquer sur l'onglet History View .

4.3.2 Post-traitements des résultats avec Aster_Study

Pour un calcul non-linéaire, la commande STAT_NON_LINE sort en standard trois champs (selon les options du mot-clef ARCHIVAGE :
- Le champ des déplacements aux nœuds DEPL ;
- Le champ des contraintes aux points de Gauss SIEF _ELGA ;
- Le champ des variables internes aux points de Gauss VARI_ELGA.

Pour le post-traitement, on propose en plus de calculer à l'aide de CALC_CHAMP avec reuse :
- Le champ des contraintes aux nœuds (SIGM_NOEU) par l'option CONTRAINTE.
- Les contraintes équivalentes (Von Mises, Tresca, etc.) aux points de Gauss, SIEQ_ELGA par l'option CRITERES.

On propose d'imprimer les résultats au format MED avec IMPR_RESU afin de les visualiser dans Results or Paravis.

On propose ensuite plusieurs post-traitements plus évolués (facutatif) :

Extraction de la contrainte SIYY en fonction du déplacement vertical DY pour le point G :
- Extraire le déplacement vertical DY au point G : commande RECU_FONCTION en utilisant le résultat, et choisissant le champ DEPL et la composante DY .
- Extraire l a contrainte SIYY au point G : commande RECU_FONCTION en utilisant le résultat, et choisissant le champ SIGM_NOEU e t la composante SIYY .
- Imprimer la fonction $SIYY=f(DY)$: Commande IMPR_FONCTION au format XMGRACE (mot-clef COURBE → FONC_X et FONC_Y) .

Extraction de la contrainte SIYY sur l'arête inférieure BD :
- C alcule r l e champ des contraintes par éléments aux nœuds (SIGM_EL NO) : commande CALC_CHAMP / CONTRAINTE.
- Extraire une table de contrainte SIYY aux certains points sur l'arête BD : commande MACR_LIGN_COUPE permet d'extraire dans une table les composantes d'un champ suivant un chemin donné (mot-clef LIGN_COUPE). Appliquer la commande sur la composante SIYY du champ SIGM_ELNO , aux 10 points sur le chemin BD (en donnant les coordonnées des points B et D) .
- Imprimer une courbe à partir d'une table : commande IMPR_TABLE pour i mprimer au format XMGRACE la table précédente en filtrant sur le dernier instant (par exemple, FILTRE /

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

NOM_PARA = 'INST', VALE= 10). Les paramètres aux axes X et Y de la courbe sont définis par NOM_PARA : abscisse curviligne (ABSC_CURV) et contrainte (SIYY) .

Extraction des contraintes sur le bord du trou AB :

- Extraire la contrainte $\sigma_{\theta\theta}$ le long du bord du trou : commande MACR_LIGN_COUPE. Dans le mot-clé LIGN_COUPE, on précise TYPE=ARC et le repère POLAIRE. On définit 10 points sur le bord du trou en donnant les coordonnées du point de départ B et du centre O . On filtre au dernier instant INST = 10 et produit ainsi une table .
  ***Remarque** : dans le repère POLAIRE en 2D, La signification des composantes est : DX rayon r , DY angle θ . Donc pour $\sigma_{\theta\theta}$ on a NOM_CMP = SIYY .*
- Extraire la fonction $\sigma_{\theta\theta}=f(s)$ avec l'abscisse curviligne $s=\theta R$ ($s\in[0,R\pi/2]$) : commande RECU_FONCTION. On définit PARA_X avec l'abscisse curviligne (ABSC_CURV) et PARA_Y avec $\sigma_{\theta\theta}$ (SIYY).

- En élasticité, on peut comparer ce résultat numérique avec la référence analytique (équation 4).
  - On peut créer la formule analytique : commande FORMULE. Elle dépend de la coordonnée curviligne S (NOM_PARA='S' / VALE='p*(1.+2.*cos(2.*S/R))' avec $p=10\text{MPa}$ et $R=10\text{mm}$).
  - Créer une liste de s valeurs réel le s de S de 0 à $s_{\max}=\pi R/2$: Commande DEFI_LIST_REEL .
  - Interpolation de la formule à partir de la liste de S : commande CALC_FONC_INTERP .
- C ommande IMPR_FONCTION pour imprimer au format XMGRACE l es courbes de deux fonction s : c elle issue du résultat numérique $\sigma_{\theta\theta}=f(s)$ et celle de la formule analytique .

Extraction de la force résultante verticale en haut de la plaque en fonction du déplacement vertical :

- Calcul de l'option FORC_NODA avec la commande CALC_CHAMP / FORCE .
- Extraire le déplacement vertical au point G : commande RECU_FONCTION en utilisant le résultat, et choisissant le champ DEPL , composante D Y .
- E xtraire de la force résultante verticale sur le bord haut de la plaque : commande MACR_LIGN_COUPE. On choisit RESULTAT et NOM_CHAM=FORC_NODA . Dans le mot-clef LIGN_COUPE , o n définit des points sur lesquels on souhaite de calculer les résultante : donner les coordonnées de G et F , le nombre des points, et RESULTANTE=DY . On produit alors une table.
- Extraire la fonction de la résultante verticale suivant le temps $Resultante_{DY}=f(t)$: commande RECU_FONCTION .
- Imprimer la fonction $Resultante_{DY}=f(DY)$: c ommande IMPR_FONCTION au format XMGRACE .

4.4 Grandeurs testées et résultats

On teste la valeur des composantes de contraintes pour le chargement de 10MPa :

Composante	Type de référence	Valeur	Tolérance
SIGM_NOEU – $SIYY$ en B	ANALYTIQUE	$30\ MPa$	1,00%
SIGM_NOEU – $SIXX$ en A	ANALYTIQUE	$-10\ MPa$	2,00%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation B

5.1 Caractéristiques de la modélisation

On fait trois calculs sur un modèle en contraintes planes (C_PLAN) :
- Calcul élastique : on charge jusqu'à $p=10\,MPa$;
- Calcul élasto-plastique : on charge jusqu'à $p=230\,MPa$;
- Calcul élasto-plastique puis décharge : on charge jusqu'à $p=230\,MPa$ puis on décharge jusqu'à $p=0$.

5.2 Caractéristiques du maillage

On utilise le même maillage que la modélisation A (qui comporte 315 TRIA6 et 686 nœuds).

5.3 Calcul élasto-plastique avec STAT_NON_LINE

Il s'agit de mener à bien le calcul élasto-plastique avec écrouissage isotrope donné par une courbe de traction telle que la contrainte uniaxiale tende vers une valeur constante ($270\,MPa$).
Il existe donc une charge limite pour cette structure dont une borne supérieure est connue $p_{\lim}<243\,MPa$. Dans cette modélisation, on ne charge que jusqu'à $230\mathrm{MPa}$ et on procède à un retour élastique. Le cas de la charge limite sera traité dans le paragraphe suivant.

5.3.1 Préparation du fichier de commande

Lancer le module AsterStudy .
Puis en colonne gauche, cliquer sur l'onglet Case View .
On définit le fichier de commandes du cas de calcul (cliquer à droite à CurrentCase et choisir Add Stage).
Nota : ajouter des commandes par Menu Commands → Show All .

On définit le fichier de commandes du cas de calcul. Le fichier de commande est très semblable à la modélisation précédente , ci-dessous, en gras, on indique les différences :
- Lire le maillage au format MED : Commande LIRE_MAILLAGE .
- Orienter la normale du bord sur lequel le chargement de traction sera appliqué : Catégorie Mesh / Commande MODI_MAILLAGE / ORIE_PEAU_2D en affectant le groupe haut dans GROUP_MA. On garde le même nom du maillage en utilisant reuse.
- Définir les éléments finis utilisés : Commande AFFE_MODELE pour affecter le phénomène MECANIQUE et la modélisation en contraintes planes 2D (C_PLAN) à tous les éléments.
- **Lire la courbe de traction fournie dans le fichier forma03b.21** : Commande LIRE_FONCTION / NOM_PARA = 'EPSI'.
- **Définir le matériau** : Commande DEFI_MATERIAU / ELAS et TRACTION (affecter la courbe de traction).
- Affecter le matériau à tous les éléments : Commande AFFE_MATERIAU .
- Affecter les conditions aux limites cinématiques et le chargement : Commande AFFE_CHAR_CINE / MECA_IMPO pour la symétrie sur le quart de plaque (les groupes gauche et bas).
- Affecter le chargement : Commande AFFE_CHAR_MECA / FORCE_CONTOUR pour la force répartie sur le haut de la plaque. Le plus simple est de définir une charge unitaire (FY=1.0) , que l'on multipliera ensuite par une fonction rampe avec le temps.
- Créer une fonction rampe linéaire $f=t$ pour multiplier le chargement mécanique unitaire : Commande DEFI_FONCTION. Par exemple, elle varie entre $(0.,0.)$ et $(1000.,1000.)$
- **Créer la discrétisation temporelle** à l'aide des commandes DEFI_LIST_REEL et DEFI_LIST_INST. Par exemple, on peut déterminer 30 pas de temps jusqu'à 300s pour

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

correspondre le chargement maximal à $300\,MPa$. Dans DEFI_LIST_INST, activer la découpe automatique du pas de temps : ECHEC / EVENEMENT= ' ERREUR ' et ACTION= ' DECOUPE '.

- **Calculer l'évolution élasto-plastique** : Commande STAT_NON_LINE. On met COMPORTEMENT / RELATION= ' VMIS_ISOT_TRAC ', la liste d'instant définie précédemment dans INCREMENT, les matériaux dans CHAM_MATER, MODELE et également les conditions aux limites et le chargement (CHARGE + FONC_MULT) dans EXCIT.

5.3.2 Calcul élastique

Si on indique INST_FIN = 10s dans le mot-clef INCREMENT de la commande STAT_NIN_LINE, on aura bien appliqué une force de $10\,MPa$, ce qui équivaut strictement au cas élastique.
Voici quelques éléments à vérifier :

- Vérifier qu'on retrouve les mêmes résultats que dans la modélisation précédente : déplacements et contraintes .
- Vérifier l'indicateur de plasticité (VARI_ELGA) . Il doit être nul partout, idem pour la déformation plastique cumulée (EPSP_ELGA).
- Observer le tableau de convergence : nombre d'itérations de Newton .
- Faites varier la discrétisation temporelle (nombre de pas de temps) .
- Comparer la contrainte $\sigma_{\theta\theta}$ sur le bord du trou et comparer avec la solution analytique.

5.3.3 Calcul élasto-plastique en charge

Si on indique INST_FIN = 230s dans le mot-clef INCREMENT de la commande STAT_NIN_LINE, on aura bien appliqué une force de $230\,MPa$.
On doit avoir plastification de la structure car la contrainte résultante dans une partie de la structure est supérieure à la limite élastique (qui vaut $200\mathrm{MPa}$).

Avec la discrétisation en 30 pas de temps du chargement et l'activation de la découpe du pas de temps, il n'y aura pas de convergence. L'algorithme de Newton échoue. Pour essayer de faire converger, vous pouvez jouer sur plusieurs paramètres :

- Augmenter la discrétisation du chargement (attention à ne pas aller trop loin, moins de 100 pas) pour que le calcul ne soit pas trop long !).
- Augmenter le nombre d'itérations maximum de Newton qui vaut 10 par défaut (STAT_NON_LINE / CONVERGENCE / ITER_GLOB_MAXI) .
- Activer la recherche linéaire (STAT_NON_LINE / RECH_LINEAIRE).
- Augmenter le nombre de subdivisions possibles du pas de temps dans la gestion de la non-convergence (DEFI_LIST_INST/ECHEC/SUBD_NIVEAU).
- La combinaison de toutes les techniques précédentes.

Voici une combinaison qui fonctionne dans notre cas :

- Discrétisation du chargement en 50 pas ;
- STAT_NON_LINE / CONVERGENCE / ITER_GLOB_MAXI = 20 ;
- Recherche linéaire activée ;
- Découpe jusqu'à cinq sous-niveaux (DEFI_LIST_INST/ECHEC/SUBD_ NIVEAU=5) .

Avec cette combinaison, on obtient la convergence en 358 pas (au lieu des 30 initiaux, à cause des découpes) et plus de 4300 itérations.

Quelques résultats intéressants à observer :

- A l'instant final du calcul, pour le chargement maximum, on peut remarquer sur les isovaleurs de déformation plastique cumulée, la localisation des déformations plastiques (variable interne V1) au voisinage de B . On pourra utiliser la visualisation aux points de Gauss pour visualiser la déformation plastique équivalente cumulée aux lieux où elle est calculée.
- Pour un chargement inférieur à $66{,}7\,MPa$, il n'y a pas de plastification .
- Jusqu'à $230\,MPa$, on est constamment en charge.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

- La valeur maximum du critère de Von Mises aux points de Gauss est toujours inférieure ou égale à $270\,Mpa$, ce qui montre que la solution vérifie bien la loi de comportement.

Observons le tableau de convergence à un pas quelconque :

```
 Instant de calcul: 2.297250000000e+02 - Niveau de découpe: 2

-------------------------------------------------------------------------------------------------------
|     NEWTON     |     RESIDU     |     RESIDU     |  RECH.  LINE.  |  RECH.  LINE.  |     OPTION     |
|    ITERATION   |     RELATIF    |     ABSOLU     |    NB. ITER    |  COEFFICIENT   |   ASSEMBLAGE   |
|                | RESI_GLOB_RELA | RESI_GLOB_MAXI |                |      RHO       |                |
-------------------------------------------------------------------------------------------------------
|     0        X | 1.81843E-04  X | 4.64155E-01    |     0          | - SANS OBJET - |TANGENTE        |
|     1        X | 5.17708E-05  X | 1.32145E-01    |     1          | 1.12982E+00    |                |
|     2        X | 2.67685E-05  X | 6.83265E-02    |     1          | 1.46356E+00    |                |
|     3        X | 1.01270E-05  X | 2.58491E-02    |     1          | 1.36817E+00    |                |
|     4        X | 4.14516E-06  X | 1.05805E-02    |     1          | 1.58835E+00    |                |
|     5        X | 2.49245E-06  X | 6.36199E-03    |     1          | 1.46980E+00    |                |
|     6        X | 1.35865E-06  X | 3.46796E-03    |     1          | 1.68851E+00    |                |
|     7          | 8.04731E-07    | 2.05407E-03    |     1          | 1.52519E+00    |                |
```

Nous sommes à l'instant 229.725 , on a découpé deux fois la liste initiale et on converge en 8 itérations de Newton. On remarque :

- La recherche linéaire n'a pas été très coûteuse : une itération seulement (par défaut STAT_NON_LINE / RECH_LINEAIRE / ITER_LINE_MAXI=3). On voit également qu'il n'y a pas de recherche linéaire en prédiction.
- La convergence est testée sur le critère RESI_GLOB_RELA . Sans changer les valeurs par défaut de la commande STAT_NON_LINE / CONVERGENCE , on doit donc avoir RESI_GLOB_RELA inférieur à 1.0×10^{-6} pour atteindre la convergence .
- La matrice tangente n'est calculée qu'en prédiction, sur plusieurs pas de temps, on voit qu'elle est toujours calculée à la première itération. Ceci correspond bien au réglage par défaut de la commande STAT_NON_LINE / NEWTON : REAC_INCR=1 et REAC_ITER = 0.

Il est possible de demander à la commande STAT_NON_LINE d'afficher plus d'informations : suivre la valeur d'un degré de liberté (mot-clef SUIVI_DDL), ou demander à afficher l'endroit où le critère de convergence est le plus mauvais (mot-clef AFFICHAGE/INFO_RESIDU='OUI'). Ce dernier réglage permet, par exemple, de savoir quel endroit de la structure pilote la convergence.
A la fin du transitoire des informations statistiques sont affichées :

```
  Statistiques sur tout le transitoire.
    * Nombre de pas de temps                    : 358
    * Nombre d'itérations de Newton             : 4353
    * Nombre de factorisations de la matrice    : 358
    * Nombre d'intégrations du comportement     : 8715
    * Nombre de résolutions K.U=F               : 4353

    * Nombre d'itérations de recherche linéaire : 4004

  Temps CPU consommé dans le transitoire        : 2 m 29 s
dont temps "perdu" dans les découpes   : 55.640 s -> la liste d'instant est efficace à 62.8 %
    * Temps assemblage matrice                  : 0.790 s
    * Temps construction second membre          : 5.690 s
    * Temps total factorisation matrice         : 1.390 s
    * Temps total intégration comportement      : 2 m  4 s
    * Temps total résolution K.U=F              : 3.030 s
    * Temps autres opérations                   : 14.120 s
```

Nous n'allons pas détailler toutes les informations mais faire quelques remarques :

- Pour ce on voit que le poste le plus consommateur est l'intégration de la loi de comportement, bien devant la factorisation et la résolution du système. C'est souvent le cas en 2D, mais c'est surtout lié au fait qu'on utilise une version non complète de Newton. La matrice n'est factorisée qu'une fois par pas de temps (on le voit aussi sur le nombre de factorisations : 358, comme le nombre de pas de temps).
- La liste de temps initiale découpé en 50 pas de temps n'était pas la plus efficace : le temps perdu dans le calcul à cause des échecs de convergence et donc de la redécoupe du pas de temps est d'environ un tiers du temps total.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Pour améliorer substantiellement la convergence, il suffit d'activer le Newton complet : STAT_NON_LINE / NEWTON / REAC_ITER=1 . Sur 50 pas de temps on obtient les résultats suivants :

```
Statistiques sur tout le transitoire.
           * Nombre de pas de temps                    : 50
           * Nombre d'itérations de Newton             : 152
           * Nombre de factorisations de la matrice    : 152
           * Nombre d'intégrations du comportement     : 202
           * Nombre de résolutions K.U=F               : 152


  Temps CPU consommé dans le transitoire               : 5.330 s
    * Temps assemblage matrice                         : 0.220 s
    * Temps construction second membre                 : 0.520 s
    * Temps total factorisation matrice                : 0.650 s
    * Temps total intégration comportement             : 3.280 s
    * Temps total résolution K.U=F                     : 0.110 s
    * Temps autres opérations                          : 0.550 s
```

En plus de l'augmentation de la vitesse de convergence (30 fois plus rapide), on observe aucune découpe du pas de temps. On peut découper encore plus grossièrement la liste d'instants.

5.3.4 Calcul élasto-plastique en charge puis décharge

Nous allons maintenant procéder à la décharge. Pour cela, On définit une nouvelle rampe en forme de chapeau :

1. $F=0.$ pour $t=0$.
2. $F=230.$ pour $t=230.$.
3. $F=0.$ pour $t=300.$.

Puis il faut définir une nouvelle la liste d'instants en rapport : Commande DEFI_LIST_REEL (30 pas de temps jusqu'à $t=230.$, puis 10 pas de temps jusqu'à $t=300.$) et de la commande DEFI_LIST_INST en activant la découpe automatique du pas de temps avec ECHEC / EVENEMENT='ERREUR' et ACTION='DECOUPE').

Faites un nouveau calcul (une nouvelle commande STAT_NON_LINE) en prenant INST_FIN = 300. dans le mot-clef INCREMENT de la commande STAT_NON_LINE , et en utilisant la nouvelle rampe et la nouvelle liste d'instant .

Si on reprend la stratégie permettant de mener le calcul jusqu'au bout en plasticité (c'est-à-dire jusqu'à $p=230\,MPa$ en utilisant STAT_NON_LINE / NEWTON / REAC_ITER=1), en minimisant la découpe temporelle (exercice précédent), on s'aperçoit que cette stratégie doit être améliorée sur la partie décharge plastique car elle ne converge pas avec ces réglages.

On rappelle que la décharge se fait de manière élastique et crée une déformation inélastique lorsque le chargement est nul. Pour que le calcul converge, il est donc nécessaire d'activer la matrice élastique en prédiction (STAT_NON_LINE / NEWTON / PREDICTION='ELASTIQUE').

Il s'agit de mener à bien le calcul élasto-plastique avec écrouissage isotrope donné par une courbe de traction telle que la contrainte uniaxiale tende vers une valeur constante ($270\,MPa$).

Il existe donc une charge limite pour cette structure dont une borne supérieure est connue : $p_{\lim}<243\,MPa$. Dans cette modélisation, on va montrer comment mener le calcul au delà de cette charge limite grâce au pilotage.

5.4 Grandeurs testées et résultats

On teste la valeur des composantes de contraintes pour le calcul élastique (chargement de $10\mathrm{MPa}$), on doit trouver la même chose que dans la modélisation A, soit :

Composante	Type de référence	Valeur	Tolérance

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

On teste la valeur des composantes de contraintes et des variables internes pour le calcul élasto-plastique (à l'instant correspond au chargement de 230MPa) :

Composante	Type de référence	Tolérance
SIGM_NOEU – *SIYY* en *B*	NON_REGRESSION	1,00E-006%
SIGM_NOEU – *SIXX* en *A*	NON_REGRESSION	1,00E-006%
VARI _NOEU – *V1* en *B*	NON_REGRESSION	1,00E-006%
VARI _NOEU – *V2* en *B*	NON_REGRESSION	1,00E-006%
VARI _NOEU – *V1* en *A*	NON_REGRESSION	1,00E-006%
VARI _NOEU – *V2* en *A*	NON_REGRESSION	1,00E-006%

On teste la valeur des composantes de contraintes et des variables internes pour le calcul élasto-plastique avec décharge (à l'instant correspond au déchargement final de 0) :

Composante	Type de référence	Tolérance
SIGM_NOEU – *SIYY* en *B*	NON_REGRESSION	1,00E-006%
SIGM_NOEU – *SIXX* en *A*	NON_REGRESSION	1,00E-006%
VARI _NOEU – *V1* en *B*	NON_REGRESSION	1,00E-006%
VARI _NOEU – *V2* en *B*	NON_REGRESSION	1,00E-006%
VARI _NOEU – *V1* en *A*	NON_REGRESSION	1,00E-006%
VARI _NOEU – *V2* en *A*	NON_REGRESSION	1,00E-006%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Modélisation C

6.1 Caractéristiques de la modélisation

On fait deux calculs sur un modèle en contraintes planes (C_PLAN) :
- Calcul élasto-plastique : on charge jusqu'à $p=243\,MPa$;
- Calcul élasto-plastique : on fait un calcul par pilotage au-delà de la charge limite ;

6.2 Caractéristiques du maillage

On utilise le même maillage que la modélisation B qui comporte 315 TRIA6 et 686 nœuds.

6.3 Calcul avec charge limite

6.3.1 Détection « manuelle » de la charge limite

Lancer le module AsterStudy .
Puis en colonne gauche, cliquer sur l'onglet Case View .
On définit le fichier de commandes du cas de calcul (cliquer à droite à CurrentCase et choisir Add Stage).
Nota : ajouter des commandes par Menu Commands → Show All .

Le fichier de commande est presque identique à la modélisation précédente. La seule différence est que nous proposons ici d'activer la gestion automatique de la liste d'instants, c'est-à-dire que la discrétisation temporelle est entièrement gérée par STAT_NON_LINE .
- Lire le maillage au format MED : Commande LIRE_MAILLAGE.
- Orienter la normale du bord sur lequel le chargement de traction sera appliqué : Catégorie Mesh / Commande MODI_MAILLAGE / ORIE_PEAU_2D en affectant le groupe haut dans GROUP_MA. On garde le même nom du maillage en utilisant reuse.
- Définir les éléments finis utilisés : Commande AFFE_MODELE pour affecter le phénomène MECANIQUE et la modélisation en contraintes planes 2D (C_PLAN) à tous les éléments .
- Lire la courbe de traction fournie dans le fichier forma03c.21 Commande LIRE_FONCTION.
- Définir le matériau : Commande DEFI_MATERIAU / ELAS et TRACTION.
- Affecter le matériau : Commande AFFE_MATERIAU.
- Affecter les conditions aux limites cinématiques : Commande AFFE_CHAR_CINE / MECA_IMPO pour la symétrie sur le quart de plaque (les groupes gauche et bas).
- Affecter le chargement : Commande AFFE_CHAR_ MECA / FORCE_CONTOUR pour la force répartie sur le haut de la plaque. Le plus simple est de définir une charge unitaire (FY=1.0) , que l'on multipliera ensuite par une fonction rampe avec le temps.
- Créer une fonction rampe linéaire $f=t$ pour multiplier le chargement mécanique unitaire : Commande DEFI_FONCTION. Par exemple, elle varie entre $(0.,0.)$ et $(1000.,1000.)$
- **Activer la gestion automatique du pas de temps** avec la commande DEFI_LIST_INST / METHODE='AUTO' et DEFI_LIST avec PAS_MINI=1.e-6, PAS_MAXI=100 et VALE=(0., 50., 243) qui donne les trois instants de passage obligatoire de la liste automatique.
- Calculer l'évolution de l'élasto-plastique : Commande STAT_NON_LINE / COMPORTEMENT / RELATION='VMIS_ISOT_TRAC' avec la liste d'instant définie précédemment.

On propose d'abord de constater « à la main » la charge limite. La charge limite correspond au moment où un point de Gauss atteint la valeur équivalente de Von Mises d'environ 270MPa . Par le calcul analytique (voir §2.2), on a déterminé une borne supérieure du chargement qui provoque une plastification à cette valeur limite de 270MPa (autour du trou).
Pour cela, procéder comme dans la modélisation précédente mais faites un chargement au delà de $p=230\text{MPa}$. Dans un premier temps, une valeur de $p=245\text{MPa}$ est une bonne référence.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

On voit qu'au delà d'un certain chargement, la matrice tangente devient singulière : c'est le signe qu'on a atteint la charge limite et donc une tangente horizontale sur la courbe de traction. Le code va tenter de découper le pas de temps pour aller au-delà de ce point limite. Par dichotomie (découpe du pas de temps), il va s'approcher de la valeur de chargement limite. Selon les maillages, on trouve que $p_{\lim} \approx 243\text{MPa}$.

La cause de la convergence difficile est bien la proximité de la charge limite. C'est pourquoi il faut subdiviser le pas de temps. On peut s'en rendre compte par la valeur du chargement et par la courbe contrainte-déplacement en haut de la structure : on peut constater que pour $p=240\,MPa$ la charge limite n'est pas complètement atteinte (pas d'asymptote horizontale) mais que l'on s'en rapproche. Les isovaleurs de p montrent une zone de concentration de déformation plastique (assimilable à une ligne de glissement) inclinée de $53°$ environ par rapport à la verticale, allant du point B au bord droit. Ceci correspond assez bien à la théorie qui dit que les lignes de glissement sont inclinées de $54{,}44°$ (voir [bib2]). On a ici bien sûr une approximation de la ligne de glissement qui est en théorie d'épaisseur nulle. On peut aussi relever le déplacement vertical maximum suivant Y du point G . Il est d'environ 5.7mm .

6.3.2 Calcul au-delà de la charge limite par pilotage

La meilleure solution si on souhaite atteindre le chargement limite et même aller au-delà (par la résolution d'un problème élastoplastique incrémental) est d'utiliser le pilotage de la contrainte imposée par le déplacement d'un point. C'est ce qu'on propose ici.

On pourra utiliser par exemple le déplacement DY du point G pour piloter la contrainte σ_{yy} imposée sur FG . On l'augmentera jusqu'à $6\,mm$ par exemple (dans le calcul précédent, on a observé que le déplacement maximum suivant Y du point G était d'environ 5.7mm , 6mm est donc bien au-delà de la charge limite).

On prendra un coefficient égal à 1. On utilisera donc un temps fictif t tel que $\Delta t=\Delta U_Y(G)\times 1$. C'est-à-dire que le temps fictif varie ici entre 0 et $6\,s$ (pour représenter un déplacement de pilotage DY du G entre 0 et $6\,mm$).

Remarque : en alternative à ce type de calcul, une méthode de calcul de la charge limite est disponible dans Code_Aster (en $3D$, axisymétrique et déformation plane): elle utilise un matériau de Norton-Hoff, des éléments quasi-incompressibles et des méthodes directes d'analyse limite fournissant un encadrement de la charge limite (cf. les documents [U2.05.04] et [R7.07.01]).

Lancer le module AsterStudy .
Puis en colonne gauche, cliquer sur l'onglet Case View .
On définit le fichier de commandes du cas de calcul (cliquer à droite à CurrentCase et choisir Add Stage)
Nota : ajouter des commandes par Menu Commands → Show All .

Les principales étapes pour la création et le lancement du cas de calcul sont les suivantes :

- Lire le maillage au format MED : Commande LIRE_MAILLAGE .
- Orienter la normale du bord sur lequel le chargement de traction sera appliqué : Catégorie Mesh / Commande MODI_MAILLAGE / ORIE_PEAU_2D en affectant le groupe haut dans GROUP_MA. On garde le même nom du maillage en utilisant reuse.
- Définir les éléments finis utilisés : Commande AFFE_MODELE pour affecter le phénomène MECANIQUE et la modélisation en contraintes planes 2D (C_PLAN) à tous les éléments .
- Lire la courbe de traction fournie dans le fichier forma03c.21 Commande LIRE_FONCTION .
- Définir le matériau : Commande DEFI_MATERIAU / ELAS et TRACTION.
- Affecter le matériau à tous les éléments : Commande AFFE_MATERIAU.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

- Affecter les conditions aux limites cinématiques : Commande AFFE_CHAR_CINE / MECA_IMPO pour la symétrie sur le quart de plaque (les groupes gauche et bas).
- **Affecter le chargement** : Commande AFFE_CHAR_ MECA / FORCE_CONTOUR pour la force répartie sur le haut de la plaque. On définit une charge unitaire (FY=1.0) qui sera pilotée dans STAT_NON_LINE.
- **Créez la discrétisation temporelle** à l'aide des commandes DEFI_LIST_REEL (10 pas de temps jusqu'à $t=4s$) et DEFI_LIST_INST en activant la découpe automatique du pas de temps : ECHEC / EVENEMENT='ERREUR' et ACTION='DECOUPE') .
- **Modifier le type du chargement (force répartie)** : dans la commande STAT_NON_LINE / EXCIT, utiliser TYPE_CHARGE='FIXE_PILO' pour la force appliquée. Et activer le pilotage : mot-clef facteur PILOTAGE :

```
TYPE='DDL_IMPO' .
COEF_MULT=1.0 .
GROUP_NO='G' .
NOM_CMP='DY' .
```

- Calculer l'évolution de l'élasto-plastique : Commande STAT_NON_LINE / COMPORTEMENT / RELATION= ' VMIS_ISOT_TRA C '.

Observez dans le fichier « message » la valeur du paramètre ETA_PILOTAGE, η . Pour connaître la charge issue du pilotage, il suffit de faire $F_{pilote}=\eta\times F_y$ avec $F_y=1.0$, charge unitaire qu'on impose. On obtient en principe une bonne approximation de la charge limite (par valeur supérieure) que l'on pourra comparer à la borne supérieure analytique ($243\,MPa$).

On pourra tracer, en poursuite, la courbe force résultante-déplacement en G en fonction du temps.

Extraction du paramètre de pilotage :

- Extraire les valeurs du paramètre ETA_PILOTAGE dans le résultat : commande RECU_FONCTION/ NOM_PARA_RESU sur le paramètre ETA_PILOTAGE .
- Imprimer la fonction $\mathrm{ETA_PILOTAGE}=f(t)$: Commande IMPR_FONCTION .

On peut visualiser avec Salomé, la déformée, les isovaleurs de contraintes $SIYY$ et de la déformation plastique équivalente cumulée. A l'instant 6, on peut remarquer sur les isovaleurs de déformation plastique cumulée, la localisation des déformations au voisinage de B .

6.4 Grandeurs testées et résultats

On teste la valeur de la charge limite pour le calcul élastoplastique sans pilotage, par rapport à la solution analytique de la borne minimale :

Composante	Type de référence	Valeur	Tolérance
SIGM_NOEU – $SIYY$ en G	ANALYTIQUE	$243\,MPa$	1,00%

On teste la valeur de la charge limite pour le calcul élastoplastique avec pilotage (déplacement imposé vertical de $6\,mm$ au point G), par rapport à la solution analytique de la borne minimale, de la solution sans pilotage :

Composante	Type de référence	Valeur	Tolérance
SIGM_NOEU – $SIYY$ en G	ANALYTIQUE	$243\,MPa$	1,00%
SIGM_NOEU – $SIYY$ en G	AUTRE_ASTER	$243.05\,MPa$	0.30%
ETA_PILOTAGE en INST=6	ANALYTIQUE	$243\,MPa$	1,00%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7 Modélisation D

7.1 Caractéristiques de la modélisation

Identique à la modélisation C, cette modélisation utilise un chargement suiveur, SUIV_PILO au lieu de FIXE_PILO (type de chargement : PRES_REP au lieu de FORCE_CONTOUR).

Si FIXE_PILO , le chargement est toujours fixe (indépendant de la géométrie).
Si S UIV_PILO , Le chargement est dit « suiveur », c'est-à-dire qu'il dépend de la valeur des inconnues : par exemple, la pression, étant un chargement s'appliquant dans la direction normale à une structure, dépend de la géométrie actualisée de celle-ci, et donc des déplacements.

7.2 Caractéristiques du maillage

On utilise le même maillage que la modélisation C qui comporte 315 TRIA6 et 686 nœuds.

7.3 Grandeurs testées et résultats

On teste la valeur de la charge limite pour le calcul élastoplastique sans pilotage, par rapport à la solution analytique de la borne minimale :

Composante	Type de référence	Valeur	Tolérance
SIGM_NOEU – $SIYY$ en G	ANALYTIQUE	$243\ MPa$	1,00%

On teste la valeur de la charge limite pour le calcul élastoplastique avec pilotage (déplacement imposé vertical de 6mm au point G), par rapport à la solution analytique de la borne minimale de la solution sans pilotage :

Composante	Type de référence	Valeur	Tolérance
SIGM_NOEU – $SIYY$ en G	ANALYTIQUE	$243\ MPa$	1,00%
SIGM_NOEU – $SIYY$ en G	AUTRE_ASTER	$243.05\ MPa$	0.30%
ETA_PILOTAGE en INST=6	ANALYTIQUE	$246\ MPa$	1,00%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

8 Synthèse des résultats

Ce test permet de montrer comment mener le calcul d'une structure élasto-plastique et son dépouillement, et en particulier de mettre en évidence le bénéfice à utiliser le pilotage pour un problème de charge limite. On peut retenir de ce test quelques idées :

- Même en dehors d'un comportement élasto-plastique parfait, il peut exister une charge limite. C'est le cas avec toutes les courbes de traction réelles. Il faut alors adapter la méthode de résolution à la solution mécanique et par exemple utiliser le pilotage ;
- Le découpage en petits incréments de charge est souvent nécessaire pour intégrer correctement la relation de comportement. Cela peut aider aussi à la convergence, il est donc conseillé d'utiliser le redécoupage automatique du pas de temps ;
- La recherche linéaire peut être utilisée pour aider à la convergence, ainsi que la subdivision automatique des pas de temps. En cas de décharge, la prédiction élastique est une solution efficace.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)