SSNP104 – Capacité portante d'une semelle rigide avec les lois MOHR_COULOMB et MohrCoulombAS

Résumé

On réalise un *test de semelle filante rigide* posée sur un domaine de sol homogène, en conditions drainées, modélisé avec *les lois* MOHR_COULOMB *et* MohrCoulombAS, jusqu'à la charge limite. Ce test de vérification et de validation comporte cinq modélisations :

- 2D, maillage grossier, loi MOHR_COULOMB [R7.01.28] ;
- 2D, maillage fin, loi MOHR_COULOMB [R7.01.28] ;
- 3D, maillage fin, loi MOHR_COULOMB [R7.01.28] ;
- 2D, maillage grossier, loi MohrCoulombAS [R7.01.43] ;
- 3D, maillage grossier, loi MohrCoulombAS [R7.01.43].

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

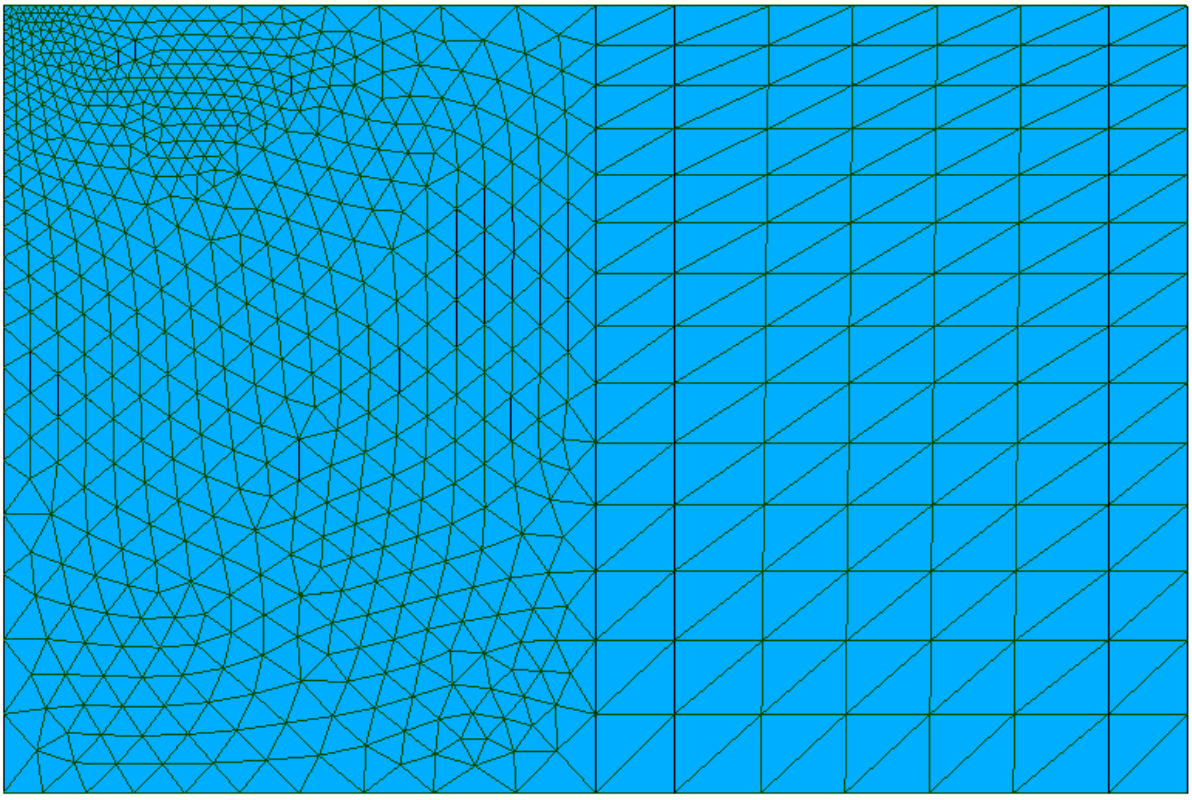


Figure 1.1-1 : Maillage de la modélisation

Le maillage ci-dessus représente la modélisation choisie pour une semelle filante rigide reposant sur un demi-espace de sol homogène en conditions drainées. La fondation a une largeur $2b=2\,m$. Elle est soumise à un enfoncement vertical selon un processus de charge monotone linéaire en fonction du temps. En exploitant la symétrie verticale du problème, seule une moitié du domaine de sol est représentée. Le modèle de sol représenté a une géométrie rectangulaire de hauteur $H=20\,m$ et de largeur $L=30\,m$. Le maillage 2D, raffiné autour de la fondation, comporte 1297 éléments `TRIA3`.

1.2 Propriétés de matériaux

Les propriétés élastiques de la couche de sol homogène sont :

- module de Young : $E=9\,GPa$;
- module de cisaillement : $\nu=0{,}25$;
- densité : $\rho=2000\,kg.m^{-3}$.

Les paramètres de la loi `MOHR_COULOMB` sont :

- angle de frottement : $\phi=32°$;
- angle de dilatance : $\psi=32°$ (dans ce cas la loi d'écoulement plastique est associée) ;
- cohésion : $c_0=4{,}21\,MPa$.

Les paramètres de la loi `MohrCoulombAS` sont :

- `YoungModulus` : $E=9\,GPa$
- `PoissonRatio` : $\nu=0.3$
- `Cohesion` : $C=4.21\,MPa$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

- FrictionAngle : $\phi = 32°$
- DilatancyAngle : $\psi = 32°$
- TransitionAngle : $\theta_T = 20°$
- TensionCutOff : $a = 0.25\,C/\tan(\phi)$
- HardeningCoef : $h_C = 10^{-2}$

1.3 Conditions aux limites et chargements

Le chargement consiste à imposer un déplacement vertical sur l'interface sol/fondation représentée par le groupe de mailles Line_Appui.

Les conditions limites sont donc les suivantes :

- Conditions de symétrie : $u_x = 0$ sur les groupes Line_Left et Line_Right ;
- Conditions d'adhérence sol/fondation : $u_x = 0$ sur le groupe de mailles Line_Appui ;
- Conditions de surface libre : $P_n = 0$ sur le groupe de mailles Line_Free_Surf .

Le sol est soumis à la pesanteur : $g = 9{,}81\,m/s^2$. Le chargement s'effectue en deux phases :

- Initialisation : le modèle est purement élastique linéaire et est soumis à son poids propre (condition géostatique) ; le coefficient de poussée des terres est $K_0 = 1$;
- Chargement de la fondation : après avoir appliqué la pesanteur entre $t \in [0-1]$ on impose un déplacement vertical u_y sur le groupe de maille ***Line_Appui*** et variant linéairement entre $t \in [1-1.65]$ secondes de $0\,cm$ à $-13\,cm$ (enfoncement) ; le nombre de pas de temps est $N = 65$.

Les conditions limites pour la modélisation 3D en déformations planes sont très similaires. On est en face d'un maillage volumique avec un élément finis unitaire en direction Y. Les conditions précédemment décrites on les applique aux surfaces latérales correspondantes et, de plus, on applique une condition de périodicité sur les surfaces latérales de normale Y.

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul

On résume ci-après quelques résultats analytiques qui permettent de cibler les ordres de grandeur à obtenir.

2.1.1 Régime élastique

En assimilant le domaine de sol à un espace homogène infini élastique, selon [2], on obtient l'expression des contraintes élastiques, en particulier en un point quelconque de l'axe vertical Oy sous la fondation en fonction de la pression verticale appliquée supposée uniforme : $p = F_z/(2\,b)$. Ainsi :

$$\sigma_{xx}(y) = -\frac{p}{\pi}\cdot\left(\pi - 2\,Atan\left(\frac{y}{b}\right) - \frac{2\,y\sqrt{(y^2+b^2)}}{2\,y^2+b^2}\right)$$

$$\sigma_{yy}(y) = -\frac{p}{\pi}\cdot\left(\pi - 2\,Atan\left(\frac{y}{b}\right) + \frac{2\,y\sqrt{(y^2+b^2)}}{2\,y^2+b^2}\right)$$

$$\sigma_{xy}(y) = 0$$

À ces expressions on doit ajouter la contribution de la pesanteur sur le domaine de sol.

La raideur statique verticale est estimée par l'expression [3] : $k_{yy} = \frac{E\cdot b}{2(1-\nu^2)} k_{yy} \approx 4800000000\,N/m$. Pour un enfoncement de $1\,mm$, la force verticale totale élastique sera donc de l'ordre de $4{,}8\,MN$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

On notera aussi que l'enfoncement associé au simple effet de la pesanteur sur le domaine de sol est :

$$u_y(y)=-\frac{1-2\nu\,.\,K_0}{2E}\cdot\rho\,g\,(H-y)^2$$

en tenant compte du coefficient de poussée des terres.

L'application numérique donne ici : $u_y(0)\approx 0{,}218\,mm$

Ici, on a supposé une application du chargement par l'action d'un déplacement imposé vertical uniforme sur l'interface avec la fondation rigide. Cela revient par symétrie à la situation d'une bande infinie en compression uniforme à l'infini, comportant deux fissures droites sur le plan de symétrie $y=0$, libres d'effort (sans contact), dont les pointes sont séparées par le ligament de longueur $2b$. La solution élastique dans le domaine de sol comporte donc deux singularités de contraintes en $r^{-1/2}$ au niveau des extrémités de l'interface avec la fondation sur le plan $y=0$. Ces deux singularités élastiques engendrent naturellement dès le début du processus de chargement l' apparition du régime élastoplastique au voisinage de ces deux points.

2.1.2 Régime plastique limite

Le régime plastique initié au niveau des singularités aux extrémités de l'interface avec la fondation sur le plan évolue vers un régime qui s'organise vers l'apparition de lignes de glissement dans le domaine de sol, séparant des « blocs », sous la fondation (en « poussée ») émergeant vers la surface libre (en « butée »).

En reprenant [1] et [4], qui rappellent la solution de Terzaghi (1943) où on admet qu'il n'y a pas de frottement entre le sol et la semelle et que la pression exercée sur le sol et uniforme sous la semelle , on obtient la capacité portante par l'analyse limite du domaine de sol sous l'action de la charge linéique filante p_y , en absence de pesanteur, obtenue dans l'hypothèse d'une loi d'écoulement associée, donc avec égalité des angles de frottement et de dilatance $\phi=\psi$, cf. le résultat obtenu par L.Prandtl [5], [6], par une approche cinématique constituée de surfaces de glissement et des blocs triangulaires rigides et des « éventails » sièges d'écoulement plastique, sous l'hypothèse de déformations planes :

$$p_y^{\lim}=2\,b\cdot c_0\cdot\cot\phi\cdot\left(e^{\pi\,.\tan\phi}\,.\tan^2\left(\frac{\phi}{2}+\frac{\pi}{4}\right)-1\right)$$

Cette solution nécessite que le domaine de sol ait des dimensions suffisantes pour le développement de ce mécanisme de ruine en blocs en translation et éventails en rotation , ce qui est le cas ici.

L'application numérique donne ici : $p_y^{\lim}\approx 298{,}8\,MN/m$.

P our un sol purement cohérent (angle de frottement nul : $\phi=0$), on obtient : $p_y^{\lim}=2\,b\cdot c_0\cdot(\pi+2)$, cf. [6] .

L'application numérique donne ici : $p_y^{\lim}\approx 43{,}3\,MN/m$. On notera aussi que si la solution du mode de ruine obtenue n'est pas unique en déplacements (voir par exemple la solution de Hill), la charge de ruine, elle, est bien unique.

Dans le cas où il n'y a pas égalité des angles de frottement et de dilatance (loi d'écoulement non associée), alors la solution de charge limite ci-dessus ne constitue qu'une borne supérieure, non atteinte [5].

2.2 Grandeurs et résultats de référence

On compare la résultante verticale de la force nodale FORC_NODA_Y sur la fondation (groupe de mailles $APPUI$) à $t=200\,s$. A cet instant, on atteint la charge limite de la fondation rigide [**4**], [5].

Le calcul 2D (modélisation **A**) sert de référence.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2.3 Références bibliographiques

1 Ghazavi M., Eghbali A.H. *A Simple Limit Equilibrium Approach for Calculation of Ultimate Bearing Capacity of Shallow Foundations on Two-Layered Granular Soils. Geotech*. Geol. Eng.26 ; pp. 535–542 ; 2008.

2 MUSKHELISHVILI N. *Some basic problems of the mathematical theory of elasticity* – Noordhoff Int., Leiden, 1977.

3 GAZETAS G.C. F *ormulas and charts for impedances of surface and embedded foundations* . Journal of Geotechnical Engineering, 117(9):1361-1381, 199 1 .

4 Sorensen E. S. , *Elasto-plastic strain hardening Mohr-Coulomb Model. Derivation and Implementation into the Finite Element Method using principal stress space* . Master thesis, Aalborg University, 2012.

5 Prandtl L. *Über die H ärte plastischer K örper* . Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu G öttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse, pp. 74-85, 1920.

6 B ishop E. *Computation of limit loads* . J. Mech. Phys. Solids, pp. 1547-1570, 1953.

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation A est bidimensionnelle, en hypothèses de déformations plan (D_PLAN). Le maillage, raffiné autour de la fondation, comporte 1297 éléments TRIA3. On adopte l'hypothèse des petites transformations. La méthode de Newton utilise l'option 'EXTRAPOLE'.

On utilise la loi MOHR_COULOMB [R7.01.28], avec le critère d'origine, non lissé .

Le pas de temps est de $\Delta t = 0.01 s$, soit 65 incréments temporels. Le redécoupage du pas de temps est activé en cas de non convergence.

Le critère de convergence global est RESI_GLOB_RELA = 10^{-6} .

3.2 Grandeurs testées et résultats

3.2.1 Valeurs testées

On compare la résultante verticale (DY) de la force nodale FORC_NODA sur la fondation (groupe de mailles Line_Appui) à $t = 1.65 s$. La référence analytique est décrite au chapitre 2. Comme on est en face d'un problème axisymétrique et que l'on modélise seulement la moitié du problème, on va considérer la moitié de la force résultante de la solution analytique. Les résultats sont récapitulés dans le tableau suivant :

$t = 1.65 s$	Solution de référence	Solution calculée	Erreur relative admissible
F_y (MN/m)	-149.4	-156.4	5%

Tableau 3.2.1-1 : Validation des résultats pour la modélisation A.

Si on considère un maillage plus raffiné, on tend vers une erreur relative égale à environ 2.5 %.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation B est tridimensionnelle, en hypothèse de déformations planes. Il s'agit du même maillage utilisé pour la modélisation A mais extrudé d'1m dans la direction Y. On applique des conditions de périodicité afin de reproduire des conditions de déformations plans en 3D. On adopte l'hypothèse des petites transformations. La méthode de Newton utilise l'option 'EXTRAPOLE'.

On utilise la loi MOHR_COULOMB [R7.01.28], avec le critère d'origine, non lissé .

Le pas de temps est de $\Delta t = 0.01 s$, soit 65 incréments temporels. Le redécoupage du pas de temps est activé en cas de non convergence.

Le critère de convergence global est RESI_GLOB_RELA = 10^{-6} .

4.2 Grandeurs testées et résultats

4.2.1 Valeurs testées

On compare la résultante verticale (DZ) de la force nodale FORC_NODA sur la fondation (groupe de mailles Appui) à $t = 1.65 s$. La référence analytique est décrite au chapitre 2. Comme on est en face d'un problème axisymétrique et que l'on modélise seulement la moitié du problème, on va considérer la moitié de la force résultante de la solution analytique. Les résultats sont récapitulés dans le tableau suivant :

$t = 1.65 s$	Solution de référence	Solution calculée	Erreur relative admissible
F_y (MN/m)	-149.4	-158.5	6.5%

Tableau 4.2.1-1 : Validation des résultats pour la modélisation B.

Si on considère un maillage plus raffiné, on tend vers une erreur relative égale à environ 2.5 %.

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation C est bidimensionnelle, en hypothèses de déformations plan (D_PLAN). Le maillage, raffiné autour de la fondation, comporte 1297 éléments TRIA3. On adopte l'hypothèse des petites transformations. La méthode de Newton utilise l'option « EXTRAPOLE ».

On utilise la loi MohrCoulombAS [R7.01.43].

Le pas de temps est de $\Delta t = 0.01 s$, soit 65 incréments temporels. Le redécoupage du pas de temps est activé en cas de non convergence.

Le critère de convergence global est RESI_GLOB_RELA = 10^{-8} .

5.2 Grandeurs testées et résultats

5.2.1 Valeurs testées

On compare la résultante verticale (DY) de la force nodale FORC_NODA sur la fondation (groupe de mailles Line_Appui) à $t = 1.65 s$. La référence analytique est décrite dans la section 2. Comme on est en face d'un

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

problème axisymétrique et que l'on modélise seulement la moitié du problème, on va considérer la moitié de la force résultante de la solution analytique. Les résultats sont récapitulés dans le tableau suivant :

$t=1.65\,s$	Solution de référence	Solution calculée	Erreur relative admissible
F_y (MN/m)	-149.4	-154.46	5%

Tableau 5.2.1-1 : Validation des résultats pour la modélisation C.

6 Modélisation D

6.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation D est tridimensionnelle, en hypothèse de déformations planes. Il s'agit du même maillage utilisé pour la modélisation B. On applique des conditions de périodicité afin de reproduire des conditions de déformations plans en 3D. On adopte l'hypothèse des petites transformations. La méthode de Newton utilise l'option 'EXTRAPOLE'.

On utilise la loi MohrCoulombAS [R7.01.43].

Le pas de temps est de $\Delta t=0.01\,s$, soit 65 incréments temporels. Le redécoupage du pas de temps est activé en cas de non convergence.

Le critère de convergence global est RESI_GLOB_RELA = 10^{-8} .

6.2 Grandeurs testées et résultats

6.2.1 Valeurs testées

On compare la résultante verticale (DZ) de la force nodale FORC_NODA sur la fondation (groupe de mailles Appui) à $t=1.65\,s$. La référence analytique est décrite au chapitre 2. Comme on est en face d'un problème axisymétrique et que l'on modélise seulement la moitié du problème, on va considérer la moitié de la force résultante de la solution analytique. Les résultats sont récapitulés dans le tableau suivant :

$t=1.65\,s$	Solution de référence	Solution calculée	Erreur relative admissible
F_y (MN/m)	-149.4	-156.49	5%

Tableau 6.2.1-1 : Validation des résultats pour la modélisation D.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)