SSNP15 - Plaque en traction-cisaillement - Von Mises (écrouissage isotrope)

Résumé :

Ce test $2D$ contraintes planes quasi-statique, issu du guide VPCS [1], entre dans le cadre de la validation des relations de comportement élasto-plastique. Un élément de volume, constitué d'un matériau plastique à écrouissage isotrope linéaire, est soumis à un effort de traction et un effort de cisaillement.

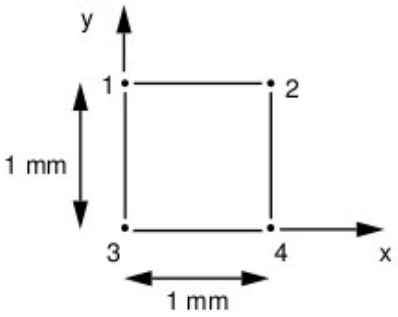
L'intérêt principal de ce test réside dans le caractère non radial du chargement.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

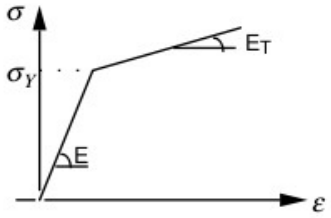
Les contraintes et déformations sont homogènes dans l'élément de volume. Celui-ci peut être représenté par un élément plan ou volumique, par exemple :



1.2 Propriétés de matériaux

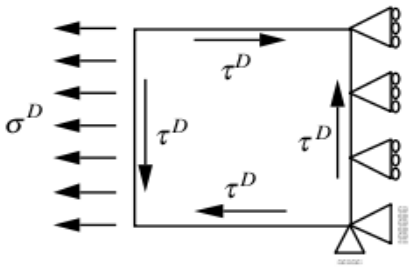
Loi de comportement élastoplastique à écrouissage cinématique linéaire.

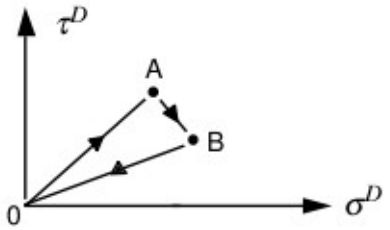
$E = 195000\ MPa$
$\nu = 0.3$
$\sigma_y = 181\ MPa$
$E_T = 1930\ MPa$



1.3 Conditions aux limites et chargements

L'élément de volume est bloqué suivant Ox le long du côté $[2,4]$ tout en étant soumis à une traction σ^D et un effort de cisaillement τ^D.





Le trajet de chargement est le suivant :

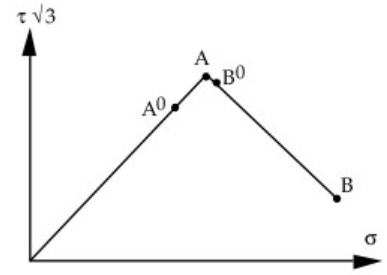
	σ^D [MPa]	τ^D [MPa]
A	151.2	93.1
B	257.2	33.1

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Dans le plan $(\sigma, \tau\sqrt{3})$, la norme de von Mises se traduit par la distance classique dans le plan octaédrique entre la projection de l'état de contraintes et la droite hydrostatique, si bien qu'on peut immédiatement prédire les phases de charge et de décharge lors du trajet de chargement, puisqu'il s'agit respectivement des phases où la norme croît ou bien décroît :

Trajet de chargement	Valeurs numériques (σ, τ)[MPa]		Phases de chargement	
	A^0	(123.8 ; 76.23)	$O-A^0$	Charge élastique
	A	(151.2. ; 93.10)	A^0-A	Charge plastique
	B^0	(158.23 ; 89.12)	$A-B^0$	Décharge
	B	(257.2 ; 33.10)	B^0-B	Charge plastique

Le chargement se fait suivant une courbe paramétrée par l'instant :
•Phase 1 : plastification du point O au point A (instants 0,0 à 1,0).
•Phase 2 : décharge du point A au point B (instants 1,0 à 2,0).
•Phase 3 : décharge totale du point B au point C (instants 2,0 à 3,0).

Instant	σ [MPa]	τ [MPa]	Nombre de pas
0,0 – Point O	0	0	
0,1			1
0,9			10
1,0 – Point A	151,2	93,1	1
2,0 – Point B	257,2	33,1	40
3,0 – Point C	0	0	1

2.1.1 Démarche de résolution

Mécaniquement, il s'agit d'un test $0D$ piloté en contraintes, le matériau étant élastoplastique avec critère de von Mises et écrouissage isotrope linéaire. Pour un chargement piloté en contrainte, on détermine aisément la déformation plastique cumulée :

$$F(\sigma, p)=\sigma_{éq}-\sigma_y-R'p\leq 0 \quad \Rightarrow \quad p=\frac{\sigma_{éq}-\sigma_y}{R'} \quad \text{en charge} \qquad \textbf{éq 2.1.1-1}$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

L'intégration de la déformation plastique est bien entendu plus délicat. L'équation d'écoulement s'écrit :

$$\dot{\varepsilon}^p = \frac{3}{2}\,\dot{p}\,\frac{\tilde{\sigma}}{\sigma_{éq}} \quad \Rightarrow \quad \dot{\varepsilon}^p = \frac{3}{2R'}.\frac{\dot{\sigma}_{éq}}{\sigma_{éq}}.\tilde{\sigma} \quad \text{en charge} \qquad \textbf{éq 2.1.1-2}$$

Enfin, on déduira la déformation via la relation d'état :

$$\varepsilon = \varepsilon^p + E^{-1}:\sigma \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_{xx} = \varepsilon^p_{xx} + \frac{\sigma}{E} \quad \text{et} \quad \varepsilon_{xy} = \varepsilon^p_{xy} + \frac{\tau}{2\mu} \qquad \textbf{éq 2.1.1-3}$$

2.1.2 Traitement de la phase de chargement radial

Remarquons qu'en phase de chargement radial, la loi d'écoulement [éq 2.1.2-1] s'intègre directement :

$$\varepsilon^p = \frac{3}{2}\,p\,\frac{\tilde{\sigma}}{\sigma_{éq}} \qquad \textbf{éq 2.1.2-1}$$

La déformation plastique cumulée est alors donnée par [éq 2.1.1-1], la déformation plastique par [éq 2.1.2-1] et la déformation totale par [éq 2.1.1-3]. Avec :

$E = 195\,000\,MPa$ $\quad 2\mu = 150\,000\,MPa$ $\quad R' = 1\,949.29\,MPa$

On obtient :

$p(A) = 2.0547.10^{-2}$ $\quad \varepsilon^p_{xx}(A) = 1.4054.10^{-2}$ $\quad \varepsilon_{xx}(A) = 1.4830.10^{-2}$

$\varepsilon^p_{xy}(A) = 1.2981.10^{-2}$ $\quad \varepsilon_{xy}(A) = 1.3601.10^{-2}$

2.1.3 Traitement de la phase de chargement non radial

Dans la phase de chargement non radial $B^0 - B$, on peut paramétrer le trajet de contrainte par :

$$\sigma(q) = \sigma^{B^0} + q\,\underbrace{(\sigma^B - \sigma^{B^0})}_{\text{direction fixe}} \quad \text{avec} \quad 0 \le q \le 1 \qquad \textbf{éq 2.1.3-1}$$

Comme le trajet de chargement reste confiné dans le plan traction-cisaillement (σ, τ), on aura intérêt à représenter l'état de contrainte par un nombre complexe :

$$\Sigma = \sigma + i\sqrt{(3)}\tau \quad \Rightarrow \quad \sigma_{éq} = |\Sigma| \quad \text{et} \quad \Sigma(q) = \Sigma^{B^0} + q\,\underbrace{(\Sigma^{B^0} - \Sigma^0)}_{\text{direction fixe}} \qquad \textbf{éq 2.1.3-2}$$

L'intégration de la loi d'écoulement [éq 2.1.1-2], suivie d'une intégration par partie, permet d'exprimer la déformation plastique :

$$\frac{2R'}{3}\left[\varepsilon^p\right]_0^1 = \int_0^1 \frac{\dot{\sigma}_{éq}}{\sigma_{éq}}\tilde{\sigma}\,dq = \left[\ln(\sigma_{éq})\tilde{\sigma}\right]_0^1 - \frac{1}{2}\underbrace{\dot{\tilde{\sigma}}}_{\tilde{\sigma}^B - \tilde{\sigma}^{B^0}} \int_0^1 \ln(\sigma^2_{éq})\,dq$$

L'adoption du plan complexe permet un calcul aisé de la dernière intégrale :

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$$\int_0^1 \ln(\sigma_{éq}^2)\,dq = \int_0^1 \ln(\Sigma\,\bar{\Sigma})\,dq = \int_0^1 \ln(\Sigma)\,dq + \int_0^1 \ln(\bar{\Sigma})\,dq = 2\,\mathrm{Re}\left[\int_0^1 \ln(\Sigma)\,dq\right] = 2\,\mathrm{Re}\left[\frac{\Sigma\ln(\Sigma)-\Sigma}{\Sigma^B-\Sigma^{B^0}}\right]_0^1$$

Finalement, l'incrément de déformation plastique sur le trajet B^0-B vaut :

$$\left[\varepsilon^p\right]_{B^0}^B = \frac{3}{2R'}\left[\ln(\sigma_{éq})\tilde{\sigma}\right]_{B^0}^B - \frac{3}{2R'}\mathrm{Re}\left[\frac{\Sigma\ln(\Sigma)-\Sigma}{\Sigma^B-\Sigma^{B^0}}\right]_{B^0}^B(\tilde{\sigma}^B-\tilde{\sigma}^{B^0}) \qquad \textbf{éq 2.1.3-4}$$

2.2 Résultats de référence

En calculant la déformation plastique cumulée par [éq 2.1.1-1], la déformation plastique par [éq 2.1.3-4] et la déformation totale par [éq 2.1.1-3], on obtient :

On obtient :

$p(B)$	$=4.2329.10^{-2}$	$\varepsilon_{xx}^p(B)$	$=3.3946.10^{-2}$	$\varepsilon_{xx}(B)$	$=3.5265.10^{-2}$
		$\varepsilon_{xy}^p(B)$	$=2.0250.10^{-2}$	$\varepsilon_{xy}(B)$	$=2.0471.10^{-2}$

On s'intéressera aux valeurs des contraintes, des déformations et de la déformation plastique cumulée aux points A et B du trajet de chargement.

2.3 Références bibliographiques

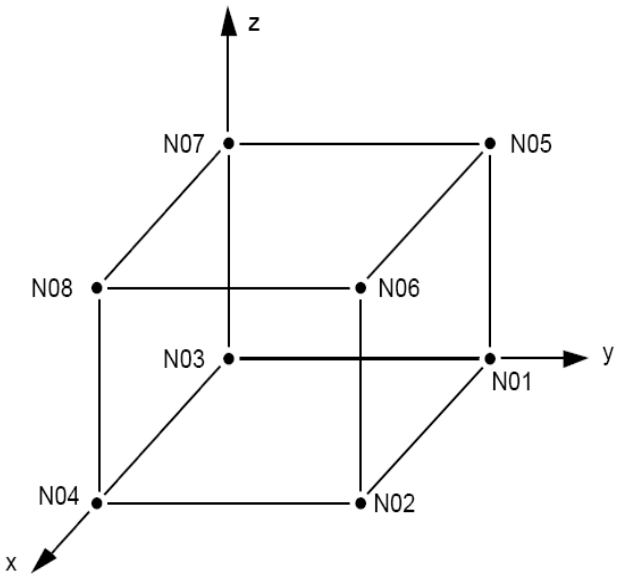
1) Société Française des Mécaniciens. Guide de validation des progiciels de calcul de structures (VPCS). AFNOR Technique, 1990.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation 3D



Le chargement et les conditions aux limites sont modélisés par :

- Condition de Dirichlet (mot-clé DDL_IMPO) :
  - Nœud $N04$, $x=y=0$,
  - Nœud $N08$, $x=y=z=0$,
  - Nœud $N02$, $x=0$,
  - Nœud $N06$, $x=0$.
- Condition de Neumann, forces surfaciques (mot-clé FORCE_FACE) :
  - sur les faces (mailles de peau) : $(1,5,6,2)$, $(1,5,7,3)$, $(3,4,8,7)$ et $(4,8,6,2)$.

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 8
Nombre de mailles et types : 1 HEXA8, 4 QUAD4

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3.3 Grandeurs testées et résultats

3.3.1 Cas de VMIS_ISOT_LINE

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
σ_{xx} à l'instant A	'ANALYTIQUE'	1,512E+002	0,1%
σ_{xy} à l'instant A	'ANALYTIQUE'	9,310E+001	0,1%
p à l'instant A	'ANALYTIQUE'	2,0547E-002	0,1%
Taux de triaxialité $TRIAX$ à l'instant A	'ANALYTIQUE'	2,2800E-001	0,1%
ε_{xx} à l'instant A	'ANALYTIQUE'	1,48297E-002	0,1%
ε_{xy} à l'instant A	'ANALYTIQUE'	1,36014E-002	0,1%
ε_{xx}^{p} à l'instant A	'ANALYTIQUE'	1,40543E-002	0,1%
ε_{xy}^{p} à l'instant A	'ANALYTIQUE'	1,29807E-002	0,1%
p à l'instant B	'ANALYTIQUE'	4,23293E-002	1,0%
Taux de triaxialité $TRIAX$ à l'instant B	'ANALYTIQUE'	3,25349E-001	0,1%
ε_{xx} à l'instant B	'ANALYTIQUE'	3,5265E-002	1,0%
ε_{xy} à l'instant B	'ANALYTIQUE'	2,0471E-002	1,0%
ε_{xx}^{p} à l'instant B	'ANALYTIQUE'	3,3946E-002	1,0%
ε_{xy}^{p} à l'instant B	'ANALYTIQUE'	2,0250E-002	1,0%

ainsi que les indicateurs de charge-décharge :

Identification	Type de référence	Valeur	Tolérance
INDIC_ENER à l'instant A	'ANALYTIQUE'	0	0,1%
INDIC_ENER à l'instant B	'ANALYTIQUE'	3,26E-002	3,0%
INDIC_SEUIL à l'instant A	'ANALYTIQUE'	0	0,1%
INDIC_SEUIL à l'instant B	'ANALYTIQUE'	3,26E-002	3,0%
INDIC_ENER à l'instant C (décharge complète)	'ANALYTIQUE'	4,69E-002	3,0%
INDIC_SEUIL à l'instant C (décharge complète)	'ANALYTIQUE'	1,0	1,0%
DERA_ELNO / RADI_V à l'instant 0,1	'ANALYTIQUE'	0,0	1,0%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3.3.2 Cas de VMIS_ECMI_LINE

On ne calcule que les énergies, et on compare par rapport au cas VMIS_ISOT_LINE :

Identification	Type de référence	Valeur	Tolérance
ETOT_ELGA/TOTALE à l'instant 0,1	'AUTRE_ASTER'	1,16403E-03	0,1%
ETOT_ELGA/TOTALE à l'instant 0,9	'AUTRE_ASTER'	1,84340	0,1%
ETOT_ELGA/TOTALE à l'instant 2,0	'AUTRE_ASTER'	9,58487	0,1%
ETOT_ELGA/TOTALE à l'instant 3,0	'AUTRE_ASTER'	9,40794	0,1%
ETOT_ELNO/TOTALE à l'instant 0,1	'AUTRE_ASTER'	1,16403E-03	0,1%
ETOT_ELNO/TOTALE à l'instant 0,9	'AUTRE_ASTER'	1,84340	0,1%
ETOT_ELNO/TOTALE à l'instant 2,0	'AUTRE_ASTER'	9,58487	0,1%
ETOT_ELNO/TOTALE à l'instant 3,0	'AUTRE_ASTER'	9,40794	0,1%
ETOT_ELEM/TOTALE à l'instant 0,1	'AUTRE_ASTER'	1,16403E-03	0,1%
ETOT_ELEM/TOTALE à l'instant 0,9	'AUTRE_ASTER'	1,84340	0,1%
ETOT_ELEM/TOTALE à l'instant 2,0	'AUTRE_ASTER'	9,58487	0,1%
ETOT_ELEM/TOTALE à l'instant 3,0	'AUTRE_ASTER'	9,40794	0,1%
ETOT_NOEU/TOTALE à l'instant 3,0	'AUTRE_ASTER'	9,40650	0,1%

3.3.3 Cas de DERA_ELxx

On teste les indicateurs de décharge DCHA_V et de perte de radialité DCHA_R dans la maille $CUBE$:

- au premier point de Gauss (DERA_ELGA),
- au nœud N_2 (DERA_ELNO).

Identification	Type de référence	Valeur	Tolérance
DERA_ELGA / DCHA_V à l'incrément 2	'NON_REGRESSION'	3.07692E-1	0,10%
DERA_ELNO / DCHA_V à l'incrément 2	'NON_REGRESSION'	3.07692E-1	0,10%
DERA_ELGA / RADI_V à l'incrément 2	'NON_REGRESSION'	0.0	0,10%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

On teste dans la maille $CUBE$ au point de gauss n°1 :

- L'indicateur de décharge IND_DCHA qui permet de savoir si la décharge reste élastique ou s'il y aurait un risque de plastification si on utilisait un écrouissage cinématique pur,
- L'indicateur VAL_DCHA qui indique le proportion de sortie du critère.

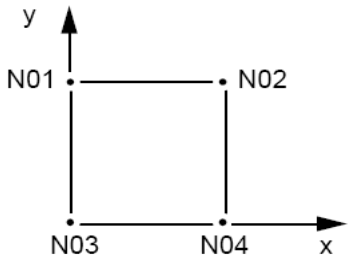
Identification		Type de référence	Valeur	Tolérance
DERA_ELGA	IND_DCHA à l'incrément 10	'NON_REGRESSION'	2	0.10%
	VAL_DCHA à l'incrément 10	'NON_REGRESSION'	0,0	0.001
	IND_DCHA à l'incrément 12	'NON_REGRESSION'	-1	0.10%
	VAL_DCHA à l'incrément 12	'NON_REGRESSION'	0,0	0.001
	IND_DCHA à l'incrément 14	'NON_REGRESSION'	-2	0.10%
	VAL_DCHA à l'incrément 14	'NON_REGRESSION'	1.057898	0.10%
	IND_DCHA à l'incrément 52	'NON_REGRESSION'	-2	0.10%
	VAL_DCHA à l'incrément 52	'NON_REGRESSION'	1.057898	0.10%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation en contraintes planes : C_PLAN



Le chargement et les conditions aux limites sont modélisés par :

- Condition de Dirichlet (mot-clé DDL_IMPO) :
  - Nœud $N04$, $x=y=0$,
  - Nœud $N02$, $x=0$.
- Condition de Neumann, forces surfaciques (mot-clé FORCE_CONTOUR) :
  - sur les faces (mailles de peau) : (1, 2), (2, 4), (4, 3) et (3, 1).

4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 4
Nombre de mailles et types : 1 QUAD4, 4 SEG2

4.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Instants	Référence	% Tolérance
σ_{xx}	A	151.2	0.1
σ_{xy}	A	93.1	0.1
ε_{xx}	A	1.4830 10^{-2}	0.1
ε_{xy}	A	1.3601 10^{-2}	0.1
p	A	2.055 10^{-2}	0.1
Taux de triaxialité $TRIAX$	A	2.28 10^{-1}	0.1
ε_{xx}	B	3.5265 10^{-2}	1.0
ε_{xy}	B	2.0471 10^{-2}	1.0
p	B	4.2329 10^{-2}	1.0
Taux de triaxialité $TRIAX$	B	3.25349 10^{-1}	0.1
ε_{xx}^{p}	B	3.3946 10^{-2}	1.0
ε_{xy}^{p}	B	2.0250 10^{-2}	1.0

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

ainsi que les indicateurs de charge-décharge :

Identification	Instants	Référence	% tolérance
INDIC_ENER	A	0.	0.1
INDIC_SEUIL	A	0.	0.1
INDIC_ENER	B	$3.26\ 10^{-2}$	3.00
INDIC_SEUIL	B	$9.71\ 10^{-2}$	1.00

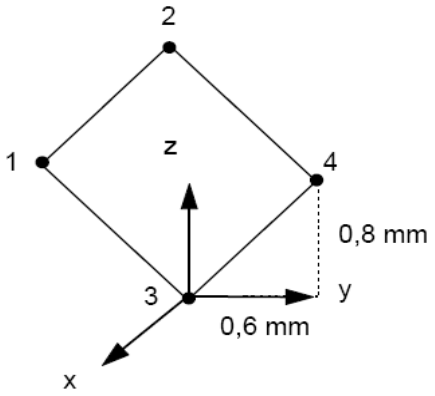
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

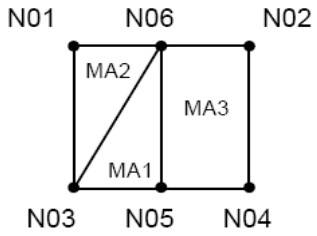
5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation coque DKT-DKQ

5.2 Géométrie





Les dimensions de la structure ne changent pas par rapport au problème de référence, seule diffère son orientation.

Coordonnées des nœuds:

Nœuds	x	y	z
N01	0	–0.8	0.6
N02	0	–0.2	1.4
N03	0	0	0
N04	0	0.6	0.8
N05	0	0.3	0.4
N06	0	–0.5	1

Conditions aux limites:

```
DDL_IMPO=(_F(NOEUD='NO4', DY=0.0,DZ=0.0,),
          _F(TOUT='OUI', DX=0.0,),),
LIAISON_DDL=_F(NOEUD=('NO2','NO2',),
               DDL=('DY','DZ',),
               COEF_MULT=(0.75,1.0,),
               COEF_IMPO=0.0,),);
```

Chargement :

On impose des forces surfaciques (mot clé FORCE_ARETE) sur les faces (mailles de peau SEG2) $(1,2)$, $(2,4)$, $(4,3)$ et $(3,1)$.

Spécificité DKT et DKQ :

Deux couches dans l'épaisseur pour la plasticité.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5.3 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 6
Nombre de mailles et types : 2 TRIA3 et 1 QUAD4

5.4 Grandeurs testées et résultats

Les déplacements testés sont ceux du problème de référence en tenant compte de la rotation de la structure.

Les déformations, les contraintes et les efforts généralisés sont testés dans le repère utilisateur défini par la commande ANGL_REP. Les valeurs sont donc celles données par le problème de référence.

Les valeurs sont testées au point A du trajet de chargement OA. On teste ainsi :

Les déplacements (DEPL). Il se déduisent aisément de la solution de référence puisque la déformation est homogène.

Identification	Référence	% Tolérance
DY N01	$1.86722\ 10^{-2}$	1,00E-004
DZ N01	$-3.25413\ 10^{-2}$	1,00E-004
DY N06	$1.224\ 10^{-2}$	1,00E-004
DZ N06	$-1.88485\ 10^{-2}$	1,00E-004
DY N02	$5.80782\ 10^{-3}$	1,00E-004
DZ N02	$-4.35586\ 10^{-3}$	1,00E-004

Les contraintes (SIGM_ELNO).

Identification	Référence	% Tolérance
SIXX MA2 N01	$1.512\ 10^{2}$	1.0
SIXY MA2 N01	93.1	1.0
SIXX MA1 N03	$1.512\ 10^{2}$	1.0
SIXY MA1 N03	93.1	1.0
SIXX MA2 N03	$1.512\ 10^{2}$	1.0
SIXY MA2 N03	93.1	1.0
SIXX MA3 N02	$1.512\ 10^{2}$	1.0
SIXY MA3 N02	93.1	1.0

Les efforts généralisés par éléments aux nœuds (EFGE_ELNO).

Identification	Référence	% tolérance
NXX MA2 N01	$3.024\ 10^{2}$	1.0
NXY MA2 N01	$1.862\ 10^{2}$	1.0
NXX MA1 N03	$3.024\ 10^{2}$	1.0
NXY MA1 N03	$1.862\ 10^{2}$	1.0
NXX MA2 N03	$3.024\ 10^{2}$	1.0
NXY MA2 N03	$1.862\ 10^{2}$	1.0
NXX MA3 N02	$3.024\ 10^{2}$	1.0
NXY MA3 N02	$1.862\ 10^{2}$	1.0

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Les déformations par élément aux nœuds à partir des déplacements (EPSI_ELNO).

Identification	Référence	% tolérance
EPXX MA2 N01	1.48297 10^{-2}	0.01
EPYY MA2 N01	–7.25977 10^{-3}	0.01
EPXY MA2 N01	1.36014 10^{-2}	0.01
EPXX MA1 N03	1.48297 10^{-2}	0.01
EPYY MA1 N03	–7.25977 10^{-3}	0.01
EPXY MA1 N03	1.36014 10^{-2}	0.01
EPXX MA2 N03	1.48297 10^{-2}	0.01
EPYY MA2 N03	–7.25977 10^{-3}	0.01
EPXY MA2 N03	1.36014 10^{-2}	0.01
EPXX MA3 N02	1.48297 10^{-2}	0.01
EPYY MA3 N02	–7.25977 10^{-3}	0.01
EPXY MA3 N02	1.36014 10^{-2}	0.01
EPXX MA3 N04	1.48297 10^{-2}	0.01
EPYY MA3 N04	–7.25977 10^{-3}	0.01
EPXY MA3 N04	1.36014 10^{-2}	0.01

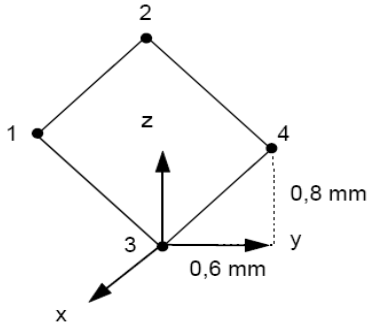
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

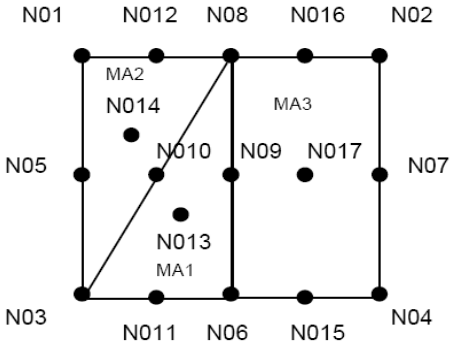
6 Modélisation D

6.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation coque COQUE_3D

6.2 Géométrie





Les dimensions de la structure ne changent pas par rapport au problème de référence, seule diffère son orientation.

Coordonnées des nœuds :

Nœuds	x	y	z
N01	0	–0.8	0.6
N02	0	–0.2	1.4
N03	0	0	0
N04	0	0.6	0.8
N05	0	–0.4	0.3
N06	0	0.3	0.4
N07	0	0.2	1.1
N08	0	–0.5	1
N09	0	–0.1	0.7
N010	0	–0.25	0.5
N011	0	0.15	0.2
N012	0	–0.65	0.8
N013	0	–0.06666	0.466666
N014	0	–0.433333	0.533333
N015	0	0.45	0.6
N016	0	–0.35	1.2
N017	0	0.05	0.9

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Conditions aux limites :

```
DDL_IMPO=(_F(NOEUD='NO4', DX=0., DY=0., DZ=0., DRX=0., DRY=0., DRZ=0.),
          _F(NOEUD='NO2', DRX=0., DRY=0., DRZ=0.),
          _F(NOEUD='NO7', DRX=0., DRY=0., DRZ=0.)),

LIAISON_DDL=(_F(NOEUD=('NO2', 'NO2',),
                DDL=('DY', 'DZ',),
                COEF_MULT=(0.75, 1.,),
                COEF_IMPO=0.),
             _F(NOEUD=('NO7', 'NO7',),
                DDL=('DY', 'DZ',),
                COEF_MULT=(0.75, 1.,),
                COEF_IMPO=0.),),)
```

Chargement:

On impose des forces surfaciques (mot clé FORCE_ARETE) sur les faces (mailles de peau SEG3) $(1,2)$, $(2,4)$, $(4,3)$ et $(3,1)$.

6.3 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 17
Nombre de mailles et types : 2 TRIA7 et 1 QUAD9

6.4 Grandeurs testées et résultats

Les déplacements testés sont ceux du problème de référence en tenant compte de la rotation de la structure.

Les déformations, les contraintes et les efforts généralisés sont testés dans le repère utilisateur défini par la commande ANGL_REP. Les valeurs sont donc celles données par le problème de référence.

Les valeurs sont testées au point A du trajet de chargement OA. On teste ainsi :

Les déplacements (DEPL). Il se déduisent aisément de la solution de référence puisque la déformation est homogène.

Identification	Référence	% tolérance
DY N01	1.86722 10^{-2}	1,00E-004
DZ N01	–3.25413 10^{-2}	1,00E-004
DY N08	1.224 10^{-2}	1,00E-004
DZ N08	–1.84485 10^{-2}	1,00E-004
DY N02	5.80782 10^{-3}	1,00E-004
DZ N02	–4.35586 10^{-3}	1,00E-004

Les efforts généralisés par éléments aux nœuds (EFGE_ELNO).

Identification	Référence	% différence
NXX MA1 N01	3.024 10^{2}	1.0
NXY MA1 N01	1.862 10^{2}	1.0
NXX MA1 N03	3.024 10^{2}	1.0
NXY MA1 N03	1.862 10^{2}	1.0
NXX MA2 N03	3.024 10^{2}	1.0
NXY MA2 N03	1.862 10^{2}	1.0
NXX MA3 N02	3.024 10^{2}	1.0

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

NXY MA3 N02	1.862 10^{2}	1.0

Les déformations par élément aux nœuds à partir des déplacements (EPSI_ELNO).

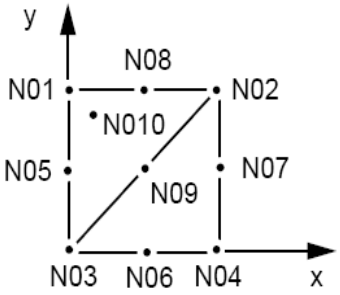
Identification	Référence	% tolérance
EPXX MA1 N01	1.48297 10^{-2}	0.01
EPYY MA1 N01	–7.25977 10^{-3}	0.01
EPXY MA1 N01	1.36014 10^{-2}	0.01
EPXX MA1 N03	1.48297 10^{-2}	0.01
EPYY MA1 N03	–7.25977 10^{-3}	0.01
EPXY MA1 N03	1.36014 10^{-2}	0.01
EPXX MA2 N03	1.48297 10^{-2}	0.01
EPYY MA2 N03	–7.25977 10^{-3}	0.01
EPXY MA2 N03	1.36014 10^{-2}	0.01
EPXX MA3 N02	1.48297 10^{-2}	0.01
EPYY MA3 N02	–7.25977 10^{-3}	0.01
EPXY MA3 N02	1.36014 10^{-2}	0.01
EPXX MA3 N04	1.48297 10^{-2}	0.01
EPYY MA3 N04	–7.25977 10^{-3}	0.01
EPXY MA3 N04	1.36014 10^{-2}	0.01

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7 Modélisation E

7.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation COQUE_3D (MEC3TR7H)



Conditions aux limites :

```
DDL_IMPO :          (NOEUD: N04, DX: 0., DY:0.)
                    (NOEUD: N02, DX: 0.)
                    (NOEUD : NO7, DX :0.)
                    (NOEUD: (N01, N02, N03), DZ:0.)
```

Chargement

```
FORCE_NODALE :      (NOEUD: N01,  FX: -9.683333,  FY:-15.516666)
                    (NOEUD: N02,  FX: 15.516666,  FY: 15.516666)
                    (NOEUD: N03,  FX:-40.716666,  FY:-15.516666)
                    (NOEUD: N04,  FX:-15.516666,  FY: 15.516666)
                    (NOEUD: N05,  FX:-100.8,      FY:-62.066666)
                    (NOEUD: N06,  FX:-62.066666)
                    (NOEUD: N07,  FX: 62.066666)
                    (NOEUD: N08,  FX: 62.066666)
```

7.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 11, Nombre de mailles et types : 2 TRIA7

7.3 Grandeurs testées et résultats

Le déplacement du nœud $N01$ se déduit aisément de la solution de référence puisque la déformation est homogène. Il est testé non en A mais aussi en un point A^0 $(\sigma^D = 123.8 \ \tau^D = 76.2)$ du trajet OA. La déformation plastique cumulée est également testée.

Identification	Instants	Référence	% tolérance
$DX \quad N01$	A^0	–6.349 10^{-4}	0.5
$DY \quad N01$	A^0	–1.207 10^{-3}	0.5
$DY \quad N01$	A	–3.431 10^{-2}	0.5
p	A	2.055 10-2	1.0

7.4 Remarque

Seule la portion OA du trajet du chargement est effectivement testée.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

8 Modélisation F

8.1 Caractéristiques de la modélisation

Cette modélisation est identique à la modélisation A. La seule différence se situe au niveau de la gestion du pas de temps. La discrétisation temporelle choisie est minimale : $0,1\ ;0,9\ ;1\ ;2\ ;3$.
On provoque un re-découpage du pas de temps si à convergence, l'incrément maximal de déformation plastique cumulée dépasse $0,1\%$.

8.2 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeur	Tolérance
σ_{xx} à l'instant A	'AUTRE_ASTER'	151.2	0,1%
σ_{xy} à l'instant A	'AUTRE_ASTER'	93.1	0,1%
ε_{xx} à l'instant A	'AUTRE_ASTER'	1.48297E-2	0,1%
ε_{xy} à l'instant A	'AUTRE_ASTER'	1.36014E-2	0,1%
p à l'instant A	'AUTRE_ASTER'	2.05473E-2	0,1%
ε_{xx}^{p} à l'instant A	'AUTRE_ASTER'	1.4054E-2	0,1%
ε_{xy}^{p} à l'instant A	'AUTRE_ASTER'	1.2981E-2	0,10%

De plus, dans une seconde série de calculs, on teste l'indicateur d'erreur due à la non radialité du chargement : à partir d'une discrétisation temporelle grossière, comme précédemment , on active la subdivision du pas de temps si l'erreur due à la non radialité dépasse 2% (RESI_RADI_RELA=0.02). Ce test est effectué pour 2 comportements équivalents : VMIS_CINE_LINE, VMIS_ECMI_LINE..Les résultats sont identiques pour les deux comportements :

Identification	Type de référence	Valeur	Tolérance
σ_{xx} à l'instant A	'AUTRE_ASTER'	151.2	0,1%
σ_{xy} à l'instant A	'AUTRE_ASTER'	93.1	0,1%
ε_{xx} à l'instant A	'AUTRE_ASTER'	1.48297E-2	0,1%
ε_{xy} à l'instant A	'AUTRE_ASTER'	1.36014E-2	0,1%
p à l'instant A	'AUTRE_ASTER'	2.05473E-2	0,1%
ε_{xx}^{p} à l'instant A	'AUTRE_ASTER'	1.4054E-2	0,1%
ε_{xy}^{p} à l'instant A	'AUTRE_ASTER'	1.2981E-2	0,10%

On teste de plus les indicateurs de perte de radialité DERA_ELGA :

Identification	Type de référence	Valeur	Tolérance
DERA_ELGA/ERR_RADI à l'instant 1,	'NON_REGRESSION'	0	0,00%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

DERA_ELGA/ERR_RADI à l'instant 1,5 d	'NON_REGRESSION'	9,50E-003	0,00%

9 Modélisation G

9.1 Caractéristiques de la modélisation

Cette modélisation est similaire à la modélisation A. La différence principale se situe au niveau de la gestion du pas de temps. Un 1er calcul est réalisé avec une discrétisation temporelle environ 2 fois plus grossière que celle de la modélisation A. Ensuite, on extrait du résultat la liste des instants réellement calculés (en tenant compte des éventuels sous-découpages du pas de temps lors du 1er calcul) et on crée une 2ème liste d'instants, 2 fois plus fine que cette extraite. Pour finir, on réalise un 2ème calcul, identique au 1er, mais avec la liste d'instants plus fine.

9.2 Grandeurs testées et résultats

Les tests portent sur les déformations en fin de charge $\varepsilon_{xx}(B)$ et $\varepsilon_{xy}(B)$ pour les 2 calculs. Les tolérances du 1er calcul sont 2 fois plus lâches que celles du 2ème calcul.

9.2.1 Calcul avec la liste grossière

Identification	Type de référence	Valeur	Tolérance
ε_{xx} à l'instant A	'ANALYTIQUE'	$3{,}5265.10^{-2}$	0,4%
ε_{xy} à l'instant A	'ANALYTIQUE'	$2{,}0471.10^{-2}$	1,2%

Ces tests doublés de tests de non-régression.

9.2.2 Calcul avec la liste raffinée

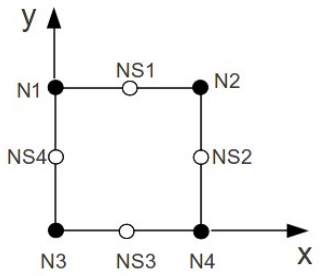
Identification	Type de référence	Valeur	Tolérance
ε_{xx} à l'instant A	'ANALYTIQUE'	$3{,}5265.10^{-2}$	0,2%
ε_{xy} à l'instant A	'ANALYTIQUE'	$2{,}0471.10^{-2}$	0,6%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

10 Modélisation H

10.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation en contraintes planes avec sous-intégration : C_PLAN_SI
Le chargement et les conditions aux limites sont modélisés par :



- Condition de Dirichlet (mot-clé DDL_IMPO) :
  - Nœud $N04$, $x=y=0$,
  - Nœuds $N02$, $NS2$ $x=0$.
- Condition de Neumann, forces surfaciques (mot-clé FORCE_CONTOUR) :
  - sur les faces (mailles de peau) : (1, 2), (2, 4), (4, 3) et (3, 1).

10.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 8
Nombre de mailles et types : 1 QUAD8, 4 SEG3

10.3 Grandeurs testées et résultats

10.3.1 Cas de VMIS_ISOT_LINE

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
σ_{xx} à l'instant A	'ANALYTIQUE'	1,512E+002	0,1%
σ_{xy} à l'instant A	'ANALYTIQUE'	9,310E+001	0,1%
p à l'instant A	'ANALYTIQUE'	2,0547E-002	0,1%
Taux de triaxialité $TRIAX$ à l'instant A	'ANALYTIQUE'	2,2800E-001	0,1%
ε_{xx} à l'instant A	'ANALYTIQUE'	1,48297E-002	0,1%
ε_{xy} à l'instant A	'ANALYTIQUE'	1,36014E-002	0,1%
Indicateur plastique $V2$ à l'instant A	'ANALYTIQUE'	1.0	0,1%
p à l'instant B	'ANALYTIQUE'	4,23293E-002	1,0%
Taux de triaxialité $TRIAX$ à l'instant B	'ANALYTIQUE'	3,25349E-001	0,1%
ε_{xx} à l'instant B	'ANALYTIQUE'	3,5265E-002	1,0%
ε_{xy} à l'instant B	'ANALYTIQUE'	2,0471E-002	1,0%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

ε_{xx}^{p} à l'instant B	'ANALYTIQUE'	3,3946E-002	1,0%
ε_{xy}^{p} à l'instant B	'ANALYTIQUE'	2,0250E-002	1,0%

ainsi que les indicateurs de charge-décharge :

Identification	Type de référence	Valeur	Tolérance
INDIC_ENER à l'instant A	'ANALYTIQUE'	0	0,1%
INDIC_ENER à l'instant B	'ANALYTIQUE'	3,26E-002	3,0%
INDIC_SEUIL à l'instant A	'ANALYTIQUE'	0	0,1%
INDIC_SEUIL à l'instant B	'ANALYTIQUE'	3,26E-002	3,0%
INDIC_ENER à l'instant C (décharge complète)	'ANALYTIQUE'	4,69E-002	3,0%
INDIC_SEUIL à l'instant B	'ANALYTIQUE'	9,71E-002	1,0%
INDIC_SEUIL à l'instant C (décharge complète)	'ANALYTIQUE'	1,0	1,0%
DERA_ELNO / RADI_V à l'instant 0,1	'ANALYTIQUE'	0,0	1,0%

10.3.2 Cas de VMIS_ECMI_LINE

On calcule les énergies en cours de résolution et on compare par rapport au cas VMIS_ISOT_LINE :

Identification	Type de référence	Valeur	Tolérance
ETOT_ELGA/TOTALE à l'instant 0,1	'AUTRE_ASTER'	1,16403E-03	0,1%
ETOT_ELGA/TOTALE à l'instant 0,9	'AUTRE_ASTER'	1,84340	0,1%
ETOT_ELGA/TOTALE à l'instant 2,0	'AUTRE_ASTER'	9,58487	0,1%
ETOT_ELGA/TOTALE à l'instant 3,0	'AUTRE_ASTER'	9,40794	0,1%
ETOT_ELNO/TOTALE à l'instant 0,1	'AUTRE_ASTER'	1,16403E-03	0,1%
ETOT_ELNO/TOTALE à l'instant 0,9	'AUTRE_ASTER'	1,84340	0,1%
ETOT_ELNO/TOTALE à l'instant 2,0	'AUTRE_ASTER'	9,58487	0,1%
ETOT_ELNO/TOTALE à l'instant 3,0	'AUTRE_ASTER'	9,40794	0,1%
ETOT_ELEM/TOTALE à l'instant 0,1	'AUTRE_ASTER'	1,16403E-03	0,1%
ETOT_ELEM/TOTALE à l'instant 0,9	'AUTRE_ASTER'	1,84340	0,1%
ETOT_ELEM/TOTALE à l'instant 2,0	'AUTRE_ASTER'	9,58487	0,1%
ETOT_ELEM/TOTALE à l'instant 3,0	'AUTRE_ASTER'	9,40794	0,1%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

On recalcule les énergies par POST_ELEM et on compare par rapport au cas VMIS_ISOT_LINE :

Identification	Type de référence	Valeur	Tolérance
ENER_TO2/TOTALE à l'instant 0,1	'AUTRE_ASTER'	1,16403E-03	0,1%
ENER_TO2/TOTALE à l'instant 0,9	'AUTRE_ASTER'	1,84340	0,1%
ENER_TO2/TOTALE à l'instant 2,0	'AUTRE_ASTER'	9,58487	0,1%
ENER_TO2/TOTALE à l'instant 3,0	'AUTRE_ASTER'	9,40794	0,1%
ENER_TO3/TOTALE à l'instant 0,1	'AUTRE_ASTER'	1,16403E-03	0,1%
ENER_TO3/TOTALE à l'instant 0,9	'AUTRE_ASTER'	1,84340	0,1%
ENER_TO3/TOTALE à l'instant 2,0	'AUTRE_ASTER'	9,58487	0,1%
ENER_TO3/TOTALE à l'instant 3,0	'AUTRE_ASTER'	9,40794	0,1%
ENER_TO4/TOTALE à l'instant 0,1	'AUTRE_ASTER'	1,16403E-03	0,1%
ENER_TO4/TOTALE à l'instant 0,9	'AUTRE_ASTER'	1,84340	0,1%
ENER_TO4/TOTALE à l'instant 2,0	'AUTRE_ASTER'	9,58487	0,1%
ENER_TO4/TOTALE à l'instant 3,0	'AUTRE_ASTER'	9,40794	0,1%

On valide les indicateurs de charge-décharge :

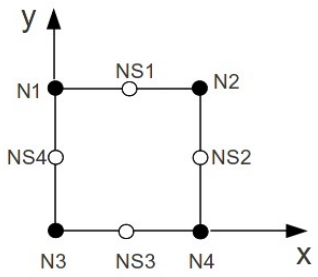
Identification	Type de référence	Valeur	Tolérance
INDIC_ENER à l'instant A	'ANALYTIQUE'	0	0,1%
INDIC_ENER à l'instant B	'ANALYTIQUE'	3,26E-002	3,0%
INDIC_SEUIL à l'instant A	'ANALYTIQUE'	0	0,1%
INDIC_ENER à l'instant C (décharge complète)	'ANALYTIQUE'	4,69E-002	3,0%
INDIC_SEUIL à l'instant B	'ANALYTIQUE'	9,71E-002	1,0%
INDIC_SEUIL à l'instant C (décharge complète)	'ANALYTIQUE'	1,0	1,0%
DERA_ELNO / RADI_V à l'instant 0,1	'ANALYTIQUE'	0,0	1,0%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

11 Modélisation I

11.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation en contraintes planes en plasticité en utilisant MFront (plasticité à écrouissage isotrope linéaire). L'algorithme de DeBorst est activé.



- Condition de Dirichlet (mot-clé DDL_IMPO) :
  - Nœud $N04$, $x=y=0$,
  - Nœuds $N02$, $NS2$ $x=0$.
- Condition de Neumann, forces surfaciques (mot-clé FORCE_CONTOUR) :
  - sur les faces (mailles de peau) : (1, 2), (2, 4), (4, 3) et (3, 1).

11.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 8
Nombre de mailles et types : 1 QUAD8, 4 SEG3

11.3 Grandeurs testées et résultats

Suite à la fiche 7461, on teste en non-régression que les variables internes ne sont pas modifiées par le calcul de l'énergie.

Identification	Type de référence	Valeur de référence
V7 à l'instant A	'NON_REGRESSION'	0.020547265463595

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
σ_{xx} à l'instant A	'ANALYTIQUE'	1,512E+002	0,1%
σ_{xy} à l'instant A	'ANALYTIQUE'	9,310E+001	0,1%
ε_{xx} à l'instant A	'ANALYTIQUE'	1,48297E-002	0,1%
ε_{xy} à l'instant A	'ANALYTIQUE'	1,36014E-002	0,1%
ε_{xx}^{p} à l'instant B	'ANALYTIQUE'	1,4054E-002	1,0%
ε_{xy}^{p} à l'instant B	'ANALYTIQUE'	1,2981E-002	1,0%
ε_{xx} à l'instant B	'ANALYTIQUE'	3,5265E-002	1,0%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

ε_{xy} à l'instant B	'ANALYTIQUE'	2,0471E-002	1,0%
ε_{xx}^{p} à l'instant B	'ANALYTIQUE'	3,3946E-002	1,0%
ε_{xy}^{p} à l'instant B	'ANALYTIQUE'	2,0250E-002	1,0%
p à l'instant B	'ANALYTIQUE'	4,23293E-002	1,0%
Taux de triaxialité $TRIAX$ à l'instant A	'ANALYTIQUE'	2,2800E-001	0,1%
Taux de triaxialité $TRIAX$ à l'instant B	'ANALYTIQUE'	3,25349E-001	0,1%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

12 Synthèse des résultats

Les résultats sont identiques quelle que soit la modélisation choisie. Les résultats sont proches de la solution de référence puisque les écarts sont globalement inférieurs à 0.6% .

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)