SSNP14 - Plaque en traction-cisaillement - Von Mises (écrouissage cinématique)

Résumé :

Ce test $2D$ contraintes planes quasi-statique, issu du guide VPCS, entre dans le cadre de la validation des relations de comportement élasto-plastique. Un élément de volume, constitué d'un matériau plastique à écrouissage cinématique linéaire, est soumis à la fois à un effort de traction et de cisaillement.

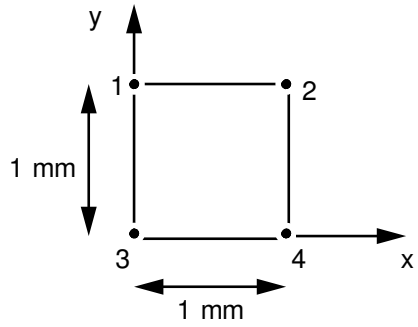
L'intérêt principal de ce test réside dans le caractère non radial du chargement.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

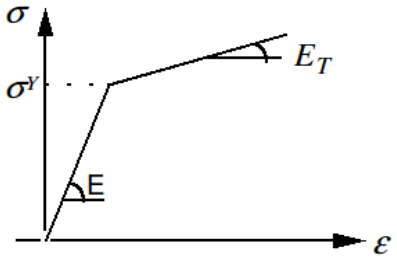
1.1 Géométrie

Les contraintes et déformations sont homogènes dans l'élément de volume. Celui-ci peut être représenté par un élément plan ou volumique, par exemple :



1.2 Propriétés de matériaux

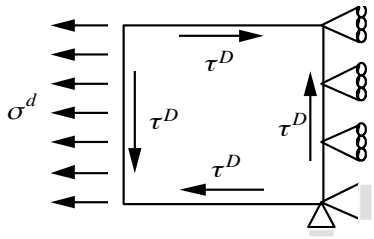
Loi de comportement élastoplastique à écrouissage cinématique linéaire.



$E = 195000\ MPa$
$\nu = 0.3$
$\sigma^Y = 181\ MPa$
$E_T = 1930\ MPa$

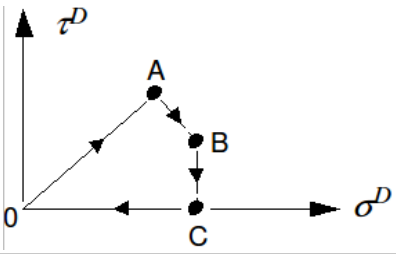
1.3 Conditions aux limites et chargements

L'élément de volume est bloqué suivant Ox le long du côté $[2,4]$ tout en étant soumis à une traction σ^D et un effort de cisaillement τ^D.



Le trajet de chargement est le suivant :

	σ^D	τ^D
	(MPa)	(MPa)
A	151,2	93,1
B	257,3	33,1
C	259,3	0



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

La contrainte est fixée par le trajet de chargement (pilotage en contrainte), soit :

$$\sigma=\begin{bmatrix}\sigma^D & \tau^D & 0\\ \tau^D & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

On en déduit la part élastique de la déformation :

$$\varepsilon^e=\frac{1}{E}\begin{bmatrix}\sigma^D & (1+\nu)\tau^D & 0\\ (1+\nu)\tau^D & -\nu\sigma^D & 0\\ 0 & 0 & -\nu\sigma^D\end{bmatrix}$$

Si l'on suppose maintenant que l'on connaît la déformation totale ε, alors on peut en déduire la déformation plastique : $\varepsilon^p=\varepsilon-\varepsilon^e$

Remarque :

$$\varepsilon^p_{xx}+\varepsilon^p_{yy}+\varepsilon^p_{zz}=0 \text{ et } \varepsilon^p_{yy}=\varepsilon^p_{zz} \text{ donc } \varepsilon^p_{yy}=\varepsilon^p_{zz}=\frac{-\varepsilon^p_{xx}}{2}$$

puis la contrainte de rappel :

$$\chi=C\,\varepsilon^p \text{ avec } \frac{2}{3C}=\frac{1}{E^T}-\frac{1}{E} \text{ avec } C \text{ : constante de Prager}$$

De plus, pour obtenir une précision correcte, il faut utiliser un nombre d'incréments assez important pour le trajet AB, en l'occurrence, au moins 30 dans le cas présent. De même pour le trajet BC.

2.2 Résultats de référence

La donnée de la déformation totale ε est nécessaire pour les calculs précédents. Elle est obtenue comme moyenne des résultats de plusieurs codes.

2.3 Références bibliographiques

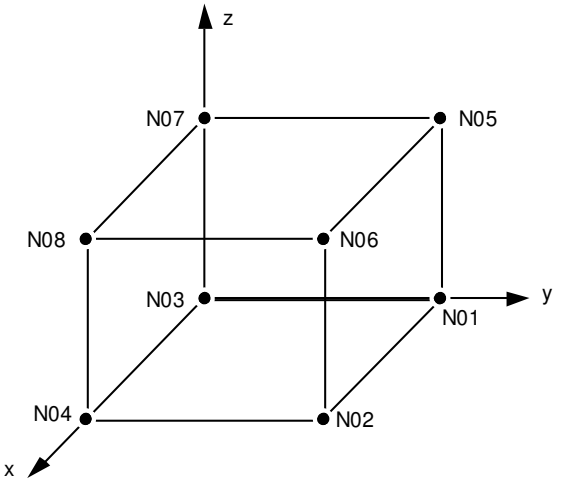
[1] Guide de Validation des Progiciels de Calcul de Structures - SFM. Afnor technique

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation utilisée est 3D.



Le chargement et les conditions aux limites sont modélisés par :

•DDL_IMPO: (NOEUD: N08, DX: 0., DY:0., DZ:0.)
DDL_IMPO: (NOEUD: N02, DX: 0.)
DDL_IMPO: (NOEUD: N06, DX: 0.)

•des forces surfaciques imposées (mot clé FORCE_FACE) sur les faces (mailles de peau) $(1,5,6,2)$, $(1,5,7,3)$, $(3,4,8,7)$ et $(4,8,6,2)$.

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 8
Nombre de mailles et types : 1 HEXA8 + 4 QUAD4 (faces)

3.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Instants	Type de Référence	Référence
ϵ_{xx}	A	NON_REGRESSION	1.48297 E–2
ϵ_{xy}	A	NON_REGRESSION	1.36014 E–2
X_{xx} =V1	A	NON_REGRESSION	18.26
X_{xy} =V4	A	NON_REGRESSION	1.68688 E+1
ϵ_{xx}	B	NON_REGRESSION	4.066 E–2
ϵ_{xy}	B	NON_REGRESSION	1.978 E–2
ϵ_{xx}	C	NON_REGRESSION	4.4103 E–2
ϵ_{xy}	C	NON_REGRESSION	1.8913 E–2

Indicateurs de décharge en un point de Gauss (DERA_ELGA), et au nœud N_2 (DERA_ELNO).

Identification	Type de référence	Valeur de référence
DCHA_V à l'instant 0.1	'NON_REGRESSION'	0.877871
RADI_V à l'instant 1,5	'NON_REGRESSION'	0
ERR_RADI à l'instant 1,5	'NON_REGRESSION'	0,0125766

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

De plus, dans une seconde série de calculs, on teste l'indicateur d'erreur due à la non radialité du chargement : à partir d'une discrétisation temporelle grossière (2 incréments sur les trajets AB et BC, et un incrément sur les autres), on active la subdivision du pas de temps si l'erreur due à la non radialité dépasse 2% (RESI_RADI_RELA=0.02). Ce test est effectué pour 3 comportements équivalents : VMIS_CINE_LINE, VMIS_ECMI_LINE, VMIS_CIN2_CHAB.

Les résultats sont :

VMIS_CINE_LINE et VMIS_ECMI_LINE

Identification	Instants	Type de Référence	Référence	Tolérance
ϵ_{xx}	A	AUTRE_ASTER	1.48297 E–2	0,10%
ϵ_{xy}	A	AUTRE_ASTER	1.36014 E–2	0,10%
X_{xx} =V1	A	AUTRE_ASTER	18.26	0,10%
X_{xy} =V4	A	AUTRE_ASTER	1.68688 E+1	0,10%
ϵ_{xx}	B	AUTRE_ASTER	4.066 E–2	0,10%
ϵ_{xy}	B	AUTRE_ASTER	1.978 E–2	0,10%
ϵ_{xx}	C	AUTRE_ASTER	4.4103 E–2	0,10%
ϵ_{xy}	C	AUTRE_ASTER	1.8913 E–2	0,10%

VMIS_CIN1_CHAB

Identification	Instants	Type de Référence	Référence	Tolérance
ϵ_{xx}	A	AUTRE_ASTER	1.48297 E–2	1,00%
ϵ_{xy}	A	AUTRE_ASTER	1.36014 E–2	1,00%
X_{xx} =V1	A	AUTRE_ASTER	18.26	1,00%
X_{xy} =V4	A	AUTRE_ASTER	1.68688 E+1	1,00%
ϵ_{xx}	B	AUTRE_ASTER	4.066 E–2	1,00%
ϵ_{xy}	B	AUTRE_ASTER	1.978 E–2	1,00%
ϵ_{xx}	C	AUTRE_ASTER	4.4103 E–2	1,00%
ϵ_{xy}	C	AUTRE_ASTER	1.8913 E–2	1,00%

Pour les trois comportements, l'indicateur d'erreur en radialité fournit le même résultat :

Identification	Type de référence	Valeur de référence
ERR_RADI à l'instant 1,5	'NON_REGRESSION'	0.011798
ERR_RADI à l'instant 2,5	'NON_REGRESSION'	0.01956

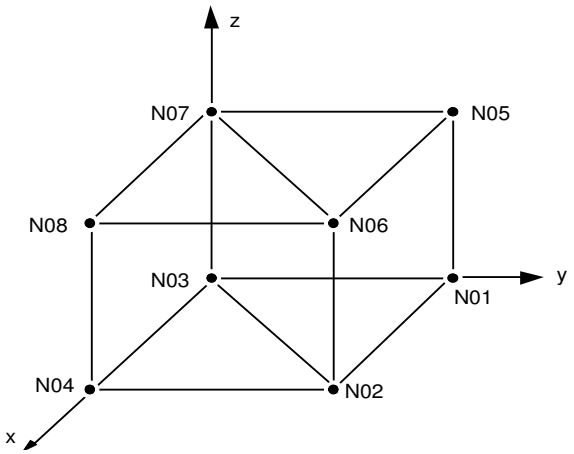
L'utilisation du critère de radialité pour raffiner automatiquement le pas de temps conduit à 56 pas de temps au total, contre 64 dans le premier cas (avec 30 incréments sur AB et BC), pour un résultat de qualité équivalente (erreur de 1,2% environ à t=1.5, et 2% à t=2.5).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation utilisée est 3D .



Le chargement et les conditions aux limites sont modélisés par :

•DDL_IMPO: (NOEUD: N04, DX: 0., DY:0.)
DDL_IMPO: (NOEUD: N08, DX: 0., DY:0., DZ:0.)
DDL_IMPO: (NOEUD: N02, DX: 0.)
DDL_IMPO: (NOEUD: N06, DX: 0.)

•des forces surfaciques imposées (mot clé FORCE_FACE) sur les faces (mailles de peau) $(1,5,6,2)$, $(1,5,7,3)$, $(3,4,8,7)$ et $(4,8,6,2)$.

4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 8
Nombre de mailles et types : 1 PENTA6 + 4 QUAD4 (faces)

4.3 Grandeurs testées et résultats

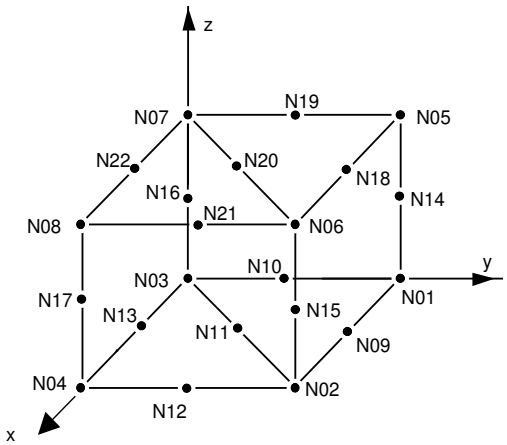
Identification	Instants	Type de Référence	Référence
σ_{xx}	A	NON_REGRESSION	151.2
σ_{xy}	A	NON_REGRESSION	93.1
ϵ_{xx}	A	NON_REGRESSION	1.48297 E–2
ϵ_{xy}	A	NON_REGRESSION	1.36014 E–2
χ_{xx}	A	NON_REGRESSION	1.82640 E+1
χ_{xy}	A	NON_REGRESSION	1.68688 E+1
χ_{yy}	A	NON_REGRESSION	–0.91320 E+1
ϵ_{xx}	B	NON_REGRESSION	4.0444 E–2
ϵ_{xy}	B	NON_REGRESSION	1.9917 E–2
ϵ_{xx}	C	NON_REGRESSION	4.4177 E–2
ϵ_{xy}	C	NON_REGRESSION	1.9205 E–2
ϵ_{xx}	O	NON_REGRESSION	4.2848 E–2
ϵ_{xy}	O	NON_REGRESSION	1.9203 E–2

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation utilisée est 3D .



Le chargement et les conditions aux limites sont modélisés par :

•DDL_IMPO: (NOEUD: N04, DX: 0., DY:0.)
DDL_IMPO: (NOEUD: N08, DX: 0., DY:0., DZ:0.)
DDL_IMPO: (NOEUD: N02, DX: 0.)
DDL_IMPO: (NOEUD: N06, DX: 0.)
DDL_IMPO: (NOEUD: N15, DX: 0.)
DDL_IMPO: (NOEUD: N21, DX: 0.)
DDL_IMPO: (NOEUD: N17, DX: 0.)
DDL_IMPO: (NOEUD: N12, DX: 0.)

•des forces surfaciques imposées (mot clé FORCE_FACE) sur les faces (mailles de peau) $(1,14,5,18,6,15,2,9)$, $(1,14,5,19,7,16,3,10)$, $(3,13,4,17,8,22,7,16)$ et $(4,17,8,21,6,15,2,12)$.

5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 22
Nombre de mailles et types : 1 PENTA15 + 4 QUAD8 (faces)

5.3 Grandeurs testées et résultats

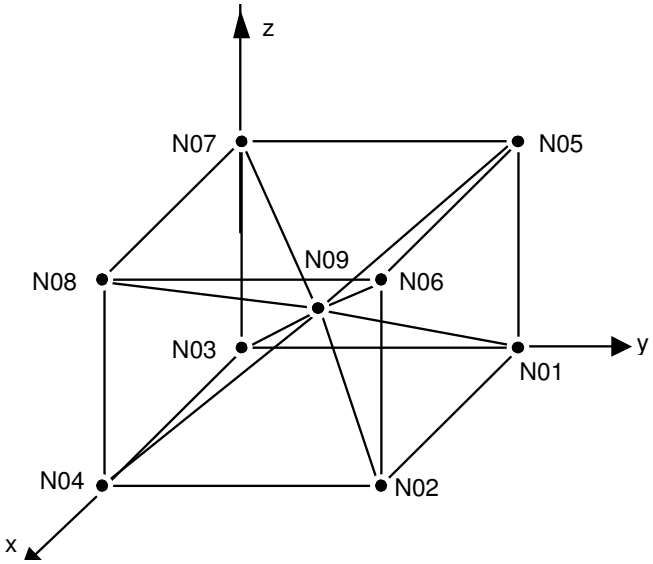
Identification	Instants	Type de Référence	Référence
σ_{xx}	A	NON_REGRESSION	151.2
σ_{xy}	A	NON_REGRESSION	93.1
ε_{xx}	A	NON_REGRESSION	1.48297 E–2
ε_{xy}	A	NON_REGRESSION	1.36014 E–2
X_{xx}	A	NON_REGRESSION	1.82640 E+1
X_{xy}	A	NON_REGRESSION	1.68688 E+1
X_{yy}	A	NON_REGRESSION	–0.91320 E+1
ε_{xx}	B	NON_REGRESSION	4.0444 E–2
ε_{xy}	B	NON_REGRESSION	1.9917 E–2
ε_{xx}	C	NON_REGRESSION	4.4177 E–2
ε_{xy}	C	NON_REGRESSION	1.9205 E–2
ε_{xx}	O	NON_REGRESSION	4.2848 E–2
ε_{xy}	O	NON_REGRESSION	1.9203 E–2

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Modélisation D

6.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation utilisée est 3D .



Le chargement et les conditions aux limites sont modélisés par :

- DDL_IMPO: (NOEUD: N04, DX: 0., DY:0.)
  DDL_IMPO: (NOEUD: N08, DX: 0., DY:0., DZ:0.)
  DDL_IMPO: (NOEUD: N02, DX: 0.)
  DDL_IMPO: (NOEUD: N06, DX: 0.)
- des forces surfaciques imposées (mot clé FORCE_FACE) sur les faces (mailles de peau) $(1,5,6,2)$, $(1,5,7,3)$, $(3,4,8,7)$ et $(4,8,6,2)$.

6.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 9
Nombre de mailles et types : 6 PYRAM5 et 4 QUAD4 (faces)

6.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Instants	Type de Référence	Référence
σ_{xx}	A	NON_REGRESSION	151.2
σ_{xy}	A	NON_REGRESSION	93.1
ϵ_{xx}	A	NON_REGRESSION	1.48297 E–2
ϵ_{xy}	A	NON_REGRESSION	1.36014 E–2
χ_{xx}	A	NON_REGRESSION	1.82640 E+1
χ_{xy}	A	NON_REGRESSION	1.68688 E+1
χ_{yy}	A	NON_REGRESSION	–0.91320 E+1
ϵ_{xx}	B	NON_REGRESSION	4.0444 E–2
ϵ_{xy}	B	NON_REGRESSION	1.9917 E–2
ϵ_{xx}	C	NON_REGRESSION	4.4177 E–2
ϵ_{xy}	C	NON_REGRESSION	1.9205 E–2
ϵ_{xx}	O	NON_REGRESSION	4.2848 E–2
ϵ_{xy}	O	NON_REGRESSION	1.9203 E–2

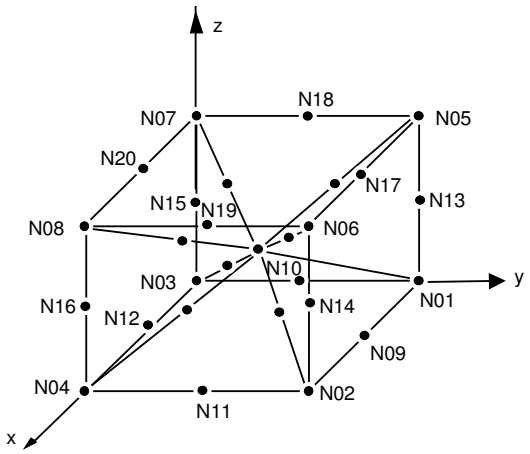
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7 Modélisation E

7.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation utilisée est 3D .



Le chargement et les conditions aux limites sont modélisés par :

•DDL_IMPO: (NOEUD: N04, DX: 0., DY:0.)
DDL_IMPO: (NOEUD: N08, DX: 0., DY:0., DZ:0.)
DDL_IMPO: (NOEUD: N02, DX: 0.)
DDL_IMPO: (NOEUD: N06, DX: 0.)
DDL_IMPO: (NOEUD: N11, DX: 0.)
DDL_IMPO: (NOEUD: N14, DX: 0.)
DDL_IMPO: (NOEUD: N16, DX: 0.)
DDL_IMPO: (NOEUD: N19, DX: 0.)

•des forces surfaciques imposées (mot clé FORCE_FACE) sur les faces (mailles de peau) $(1,13,5,17,6,14,2,9)$, $(1,13,5,18,7,15,3,10)$, $(3,12,4,16,8,10,7,15)$ et $(4,16,8,19,6,14,2,11)$.

7.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 29
Nombre de mailles et types : 6 PYRAM13 et 4 QUAD8 (faces)

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

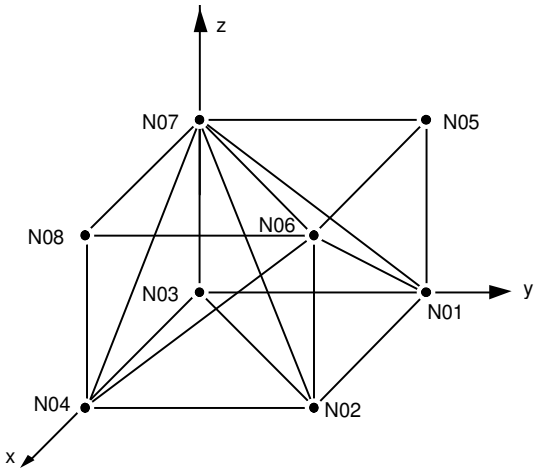
7.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Instants	Type de Référence	Référence
σ_{xx}	A	NON_REGRESSION	151.2
σ_{xy}	A	NON_REGRESSION	93.1
ϵ_{xx}	A	NON_REGRESSION	1.48297 E–2
ϵ_{xy}	A	NON_REGRESSION	1.36014 E–2
χ_{xx}	A	NON_REGRESSION	1.82640 E+1
χ_{xy}	A	NON_REGRESSION	1.68688 E+1
χ_{yy}	A	NON_REGRESSION	–0.91320 E+1
ϵ_{xx}	B	NON_REGRESSION	4.0444 E–2
ϵ_{xy}	B	NON_REGRESSION	1.9917 E–2
ϵ_{xx}	C	NON_REGRESSION	4.4177 E–2
ϵ_{xy}	C	NON_REGRESSION	1.9205 E–2
ϵ_{xx}	O	NON_REGRESSION	4.2848 E–2
ϵ_{xy}	O	NON_REGRESSION	1.9203 E–2

8 Modélisation F

8.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation utilisée est 3D .



Le chargement et les conditions aux limites sont modélisés par :

•DDL_IMPO: (NOEUD: N04, DX: 0., DY:0.)
DDL_IMPO: (NOEUD: N08, DX: 0., DY:0., DZ:0.)
DDL_IMPO: (NOEUD: N02, DX: 0.)
DDL_IMPO: (NOEUD: N06, DX: 0.)

•des forces surfaciques imposées (mot clé FORCE_FACE) sur les faces (mailles de peau) $(1,5,6)$, $(1,2,6)$, $(1,5,7)$, $(1,3,7)$, $(3,4,7)$, $(4,7,8)$, $(2,4,6)$ et $(4,6,8)$.

8.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 8
Nombre de mailles et types : 6 TETRA4 et 8 TRIA3 (faces)

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

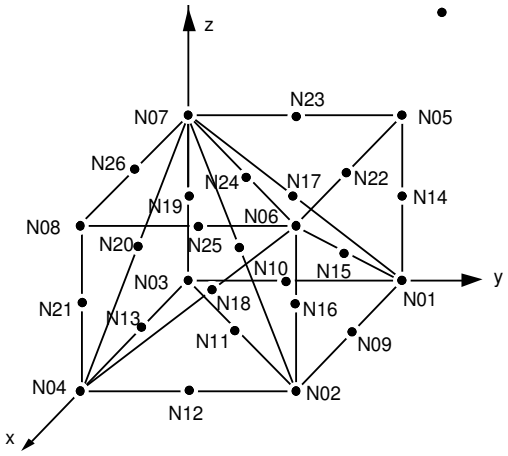
8.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Instants	Type de Référence	Référence
σ_{xx}	A	NON_REGRESSION	151.2
σ_{xy}	A	NON_REGRESSION	93.1
ϵ_{xx}	A	NON_REGRESSION	1.48297 E–2
ϵ_{xy}	A	NON_REGRESSION	1.36014 E–2
χ_{xx}	A	NON_REGRESSION	1.82640 E+1
χ_{xy}	A	NON_REGRESSION	1.68688 E+1
χ_{yy}	A	NON_REGRESSION	–0.91320 E+1
ϵ_{xx}	B	NON_REGRESSION	4.0444 E–2
ϵ_{xy}	B	NON_REGRESSION	1.9917 E–2
ϵ_{xx}	C	NON_REGRESSION	4.4177 E–2
ϵ_{xy}	C	NON_REGRESSION	1.9205 E–2
ϵ_{xx}	O	NON_REGRESSION	4.2848 E–2
ϵ_{xy}	O	NON_REGRESSION	1.9203 E–2

9 Modélisation G

9.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation utilisée est 3D .



Le chargement et les conditions aux limites sont modélisés par :

•DDL_IMPO: (NOEUD: N04, DX: 0., DY:0.)
DDL_IMPO: (NOEUD: N08, DX: 0., DY:0., DZ:0.)
DDL_IMPO: (NOEUD: N02, DX: 0.)
DDL_IMPO: (NOEUD: N06, DX: 0.)
DDL_IMPO: (NOEUD: N12, DX: 0.)
DDL_IMPO: (NOEUD: N16, DX: 0.)
DDL_IMPO: (NOEUD: N18, DX: 0.)
DDL_IMPO: (NOEUD: N21, DX: 0.)
DDL_IMPO: (NOEUD: N25, DX: 0.)

•des forces surfaciques imposées (mot clé FORCE_FACE) sur les faces (mailles de peau) $(1,14,5,22,6,15)$, $(1,9,2,16,6,15)$, $(1,14,5,23,7,17)$, $(1,10,3,19,7,17)$, $(3,13,4,20,7,19)$, $(4,20,7,26,8,21)$, $(2,12,4,18,616)$ et $(4,18,6,25,8,21)$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

9.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 26
Nombre de mailles et types : 6 TETRA10 et 8 TRIA6 (faces)

9.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Instants	Type de Référence	Référence
σ_{xx}	A	NON_REGRESSION	151.2
σ_{xy}	A	NON_REGRESSION	93.1
ϵ_{xx}	A	NON_REGRESSION	1.48297 E–2
ϵ_{xy}	A	NON_REGRESSION	1.36014 E–2
χ_{xx}	A	NON_REGRESSION	1.82640 E+1
χ_{xy}	A	NON_REGRESSION	1.68688 E+1
χ_{yy}	A	NON_REGRESSION	–0.91320 E+1
ϵ_{xx}	B	NON_REGRESSION	4.0444 E–2
ϵ_{xy}	B	NON_REGRESSION	1.9917 E–2
ϵ_{xx}	C	NON_REGRESSION	4.4177 E–2
ϵ_{xy}	C	NON_REGRESSION	1.9205 E–2
ϵ_{xx}	O	NON_REGRESSION	4.2848 E–2
ϵ_{xy}	O	NON_REGRESSION	1.9203 E–2

10 Synthèse des résultats

Les résultats sont identiques quel que soit le type d'élément choisi. Les résultats sont proches de la solution de référence puisque les écarts sont globalement inférieurs à 1.52%.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)