SSNL126 - Flambement élastoplastique d'une poutre droite

Résumé :

Une poutre droite élancée de section circulaire est soumise à une force de compression à une extrémité, et est encastrée à l'autre extrémité. Le comportement du matériau est élastoplastique, avec un écrouissage isotrope linéaire. Au cours de la montée en charge, on calcule les charges critiques de flambement élastique, puis plastique.

Deux modélisations permettent de tester le critère de flambement en élastoplasticité :

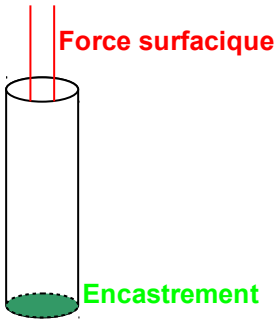
Modélisation A : maillage volumique, petites déformations et petits déplacements.
Modélisation B : maillage volumique, petites déformations et grands déplacements (GREEN).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

Poutre droite, de longueur $L=1\mathrm{m}$
Section circulaire de rayon $R=0.01\mathrm{m}$.



1.2 Propriétés de matériaux

Matériau élastoplastique à écrouissage linéaire isotrope :

Module d'Young : $E=210000\,MPa$
Coefficient de Poisson : $\nu=0$. (hypothèse de poutre d'Euler-Bernoulli)
Limite d'élasticité : $\sigma_Y=4\,MPa$
Module tangent : $E_T=70000\,MPa$

1.3 Conditions aux limites et chargements

- Conditions aux limites : encastrement sur toute la surface de base
- Force surfacique sur la face supérieure : à $t=1\mathrm{s}$, $F=6.5\,MPa$

Cette charge est appliquée en 10 pas de temps équi-répartis.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Solution analytique :

En petits déplacements :

- en régime élastique (pour $F<\sigma_Y$) la valeur critique théorique correspond à la charge d'Euler. Dans le cadre d'une cinématique de poutre, la charge critique vaut :

$$F_{cr}=\frac{\pi^2 EI}{4\,L^2}$$, donc la pression critique : $$P_{cr}=\frac{\pi^2 EI}{4\,SL^2}$$

avec $I=\frac{\pi R^4}{4}$ et $S=\pi R^2$ soit $P_{cr}=\frac{\pi^2 ER^2}{16L^2}$

- en régime élastoplastique, comme on considère une compression uniforme sans décharge élastique et du fait de la loi de comportement, la charge critique de flambement vaut :

$$F_{cr}=\frac{\pi^2 Et.I}{4\,L^2}$$ soit une pression critique de : $$P_{cr}=\frac{\pi^2 EtR^2}{16L^2}$$

2.2 Résultats de référence

Valeurs de la charge critique pour les deux cas de charge.

En régime élastique, pour $F<4\,MPa$, soit $t<0.61538462$, on doit obtenir : $P_{cr}=12.95\,MPa$.

En régime plastique la valeur de pression critique de flambage est : $4{,}32\,MPa$.

Les coefficients critiques en fonction du chargement sont :

Pas de temps	Force surfacique (en MPa)	Coefficient critique	Charge critique (en MPa)
1	0.65	19.9290	12.9539
2	1.3	9.9645	12.9539
3	1.95	6.6430	12.9539
4	2.6	4.9823	12.9539
5	3.25	3.9858	12.9539
6	3.9	3.3215	12.9539
7	4.55	0.9490	4.3180
8	5.2	0.8304	4.3180
9	5.85	0.7381	4.3180
10	**6.5**	0.6643	4.3180

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Maillage 3D volumique.

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 600
Nombre de mailles et types : 90 HEXA20

3.3 Valeurs testées

Instant	Référence
0.2	9.9645
1	0.6643

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Maillage 3D volumique. Grands déplacements et déformations (mais petites rotations)

La force surfacique appliquée vaut ici $-20\,MPa$ à $t=1\mathrm{s}$, afin de passer, pendant l'évolution du chargement, par le point critique.

Cette charge est appliquée en 10 pas de temps équirépartis.

Deux calculs complets sont effectués : l'un avec un comportement purement élastique, afin de pouvoir comparer le résultat à la solution élastique de référence, et l'autre avec un comportement élastoplastique.

4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 600
Nombre de mailles et types : 90 HEXA20

4.3 Valeurs testées

En comportement élastique

On teste la valeur finale du coefficient critique : (test de non régression)

Instant	Référence
1	19.0657

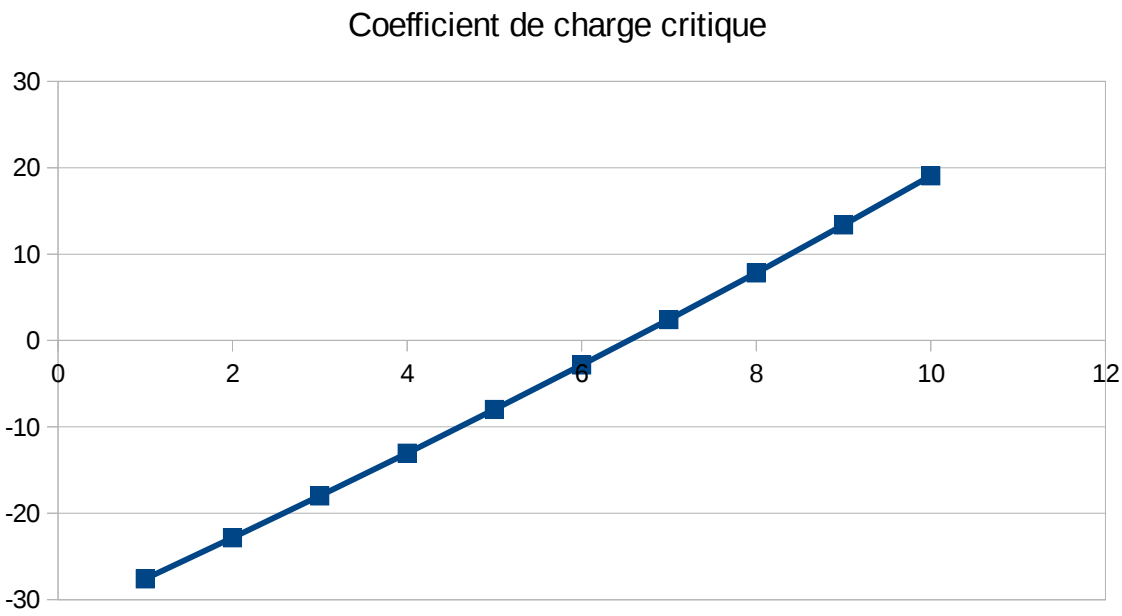
Dans le cas de grands déplacements ou grandes déformations, la valeur du coefficient critique doit être interprétée différemment du cas petits déplacements : la structure devient instable lorsque la « charge critique » s'annule.

L'évolution de ce coefficient au cours du temps est la suivante :

Pas de temps	Force surfacique (en MPa)	Coefficient critique *Aster*	Charge critique Euler
1	2	-27.5797	12.9539
2	4	-22.8250	12.9539
3	6	-17.9808	12.9539
4	8	-13.0407	12.9539
5	10	-7.9975	12.9539
6	12	-2.8434	12.9539
7	14	2.4301	12.9539
8	16	7.8324	12.9539
9	18	13.3738	12.9539
10	20	19.0657	12.9539

Le coefficient critique passe donc bien par 0 entre les instants 6 et 7, et plus précisément (cf. courbe suivante) aux alentours de l'instant 6.5, ce qui correspond bien à la charge critique en élasticité.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)



En élastoplasticité, on teste les instants où le coefficient critique change de signe. Les tests sont de non régression puisque l'on ne dispose pas de solution analytique dans ce cas.

Instant	Référence
0.4	-4.9917
0.5	1.3186

5 Synthèse des résultats

Les résultats des la modélisation en petits déplacements est conforme à la référence analytique (moins de 2% d'écart en plasticité). Les résultats en grands déplacements ne peuvent pas être comparés à une solution de référence, mais le changement de signe du coefficient critique est conforme à la solution attendue.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)