SSNA107 – Cylindre creux en viscoélasticité non linéaire

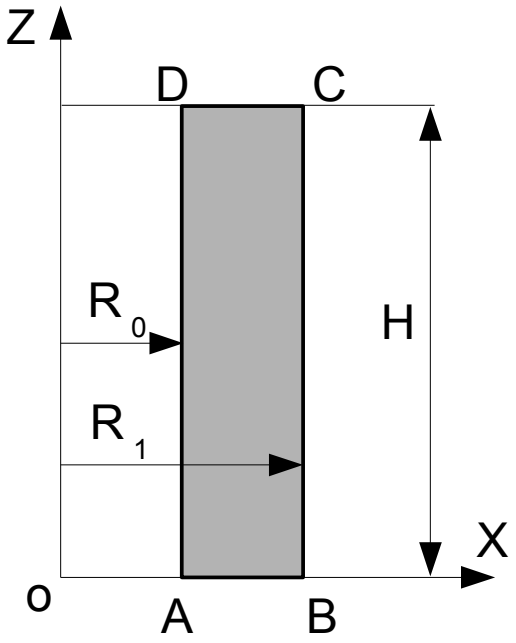
Résumé :

Ce cas-test permet de valider la loi de LEMAITRE implantée dans Code_Aster dans le cas de comportement viscoélastique non linéaire. Les résultats trouvés sont comparés à une solution analytique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



Géométrie du cylindre (m) :

$R_0=1$
$R_1=1.02$
$H=1$

1.2 Propriétés du matériau

Elastique

- Module d'Young : $E=1.0\times10^6\,Pa$
- Coefficient de Poisson : $\nu=0.3$

LEMAITRE

$$g(\sigma,\lambda,T)=\left(\frac{1}{K}\frac{\sigma}{\left(\frac{1}{\lambda^m}\right)}\right)^n \quad \text{avec } n=2\ ;\ \frac{1}{K}=1\ ;\ \frac{1}{m}=0$$

CIN1_CHAB

$R_0=0.$
$R_I=0.$
$B=0.$
$C_I=0.$
$K=0.$
$W=0.$
$G_0=0.$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

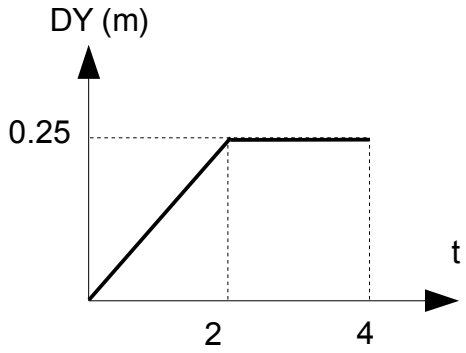
$$A_I=0.$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

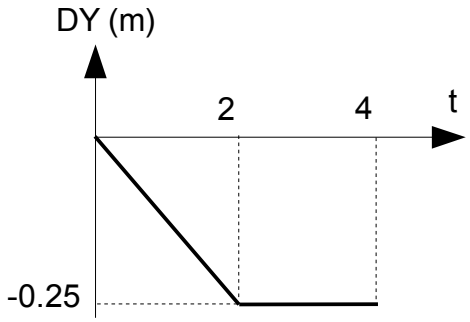
1.3 Conditions aux limites et chargements

Déplacement imposé (m) :

Coté CD



Coté AB



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour les solutions de références

L'ensemble de cette démonstration peut être lue avec plus de détails dans le document $[1]$

Le tenseur de contraintes s'écrit :

$$\sigma=\begin{pmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & \sigma_z\end{pmatrix}$$

Du fait du chargement, on a :

$$\begin{cases}\varepsilon_z-\varepsilon_{\nu z}=\dfrac{\sigma_z}{E}\\ \varepsilon_\theta-\varepsilon_{\nu\theta}=-\dfrac{\nu}{E}\sigma_z \quad \text{et} \quad \dot{\varepsilon}_\nu=\dfrac{3}{2}g(\sigma^*)\dfrac{\sigma^D}{\sigma^*}\\ \varepsilon_r-\varepsilon_{\nu r}=-\dfrac{\nu}{E}\sigma_z\end{cases}$$

donc

$$\begin{cases}\dot{\varepsilon}_{\nu z}=g(\sigma_z)\\ \dot{\varepsilon}_{\nu\theta}=-\dfrac{1}{2}g(\sigma_z)\\ \dot{\varepsilon}_{\nu r}=-\dfrac{1}{2}g(\sigma_z)\end{cases}$$

Si $t\le t_0$, on a $\varepsilon_z=\dfrac{\varepsilon_0}{t_0}t$,

Soit $a=\sqrt{\dfrac{\varepsilon_0}{t_0}}$

On obtient $\varepsilon_z=a^2t$

En remplaçant, on trouve :

$$\dot{\varepsilon}_{\nu z}=g((a^2t-\varepsilon_{\nu z})E)$$

On pose $E=1$ et $z=a^2t-\varepsilon_{\nu z}$, on obtient : $\dot{z}=a^2-z^2$

En intégrant avec $z(0)=0$ on obtient :

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$$z = a\tanh(at)$$

Pour $t \le t_0$

$$\begin{cases} \sigma_r = \sigma_\theta = 0 \\ \sigma_z = a\tanh(at) \\ \varepsilon_r = \varepsilon_\theta = a\left[\left(\frac{1}{2}-\nu\right)\tanh(at) - \frac{1}{2}at\right] \\ \varepsilon_z = a^2 t \\ w = ar\left[\left(\frac{1}{2}-\nu\right)\tanh(at) - \frac{1}{2}at\right] \end{cases}$$

Si $t \ge t_0$

$$\varepsilon_z = a^2 t_0$$
$$\dot{\varepsilon}_{\nu z} = g(a^2 t_0 - \varepsilon_{\nu z}) = (a^2 t_0 - \varepsilon_{\nu z})^2$$

Ce qui donne en intégrant :

$$\varepsilon_{\nu z} = a^2 t_0 - \frac{1}{\frac{1}{a\tanh(at_0)} + t - t_0}$$

On a donc au final

$$\begin{cases} \sigma_r = \sigma_\theta = 0 \\ \sigma_z = \dfrac{1}{\frac{1}{a\tanh(at_0)} + t - t_0} \\ \varepsilon_r = \varepsilon_\theta = \left(\frac{1}{2}-\nu\right)\dfrac{1}{\frac{1}{a\tanh(at_0)} + t - t_0} - \frac{1}{2}a^2 t_0 \\ \varepsilon_z = a^2 t_0 \\ w = r\left[\left(\frac{1}{2}-\nu\right)\dfrac{1}{\frac{1}{a\tanh(at_0)} + t - t_0} - \frac{1}{2}a^2 t_0\right] \end{cases}$$

2.2 Grandeurs de référence

- Déplacement DX au nœud B

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

- Contraintes $SIXX$, $SIYY$ et $SIZZ$ au nœud B

2.3 Résultats de référence

Grandeur	Point	Instants	Référence
DX	B	4	-0.2109
$SIXX$	B	4	0.
$SIYY$	B	4	0.2616
$SIZZ$	B	4	0.

2.4 Incertitude sur la solution

Solution analytique

2.5 Références bibliographiques

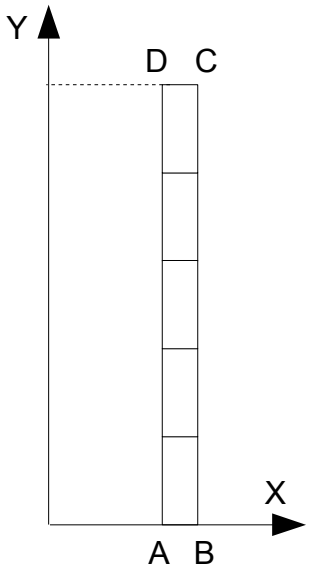
[1] Ph. De BONNIERES, M. ZIDI : Introduction de la viscoplasticité dans le module de thermomécanique de Cyrano3 : Principe, description et validation, Note HI-71/8334.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation A

Modélisation AXIS
Relation de comportement viscoélastique de LEMAITRE



3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds 12
Nombre de mailles 17 Soit :

SEG2	12
QUAD4	5

Groupes de nœuds :
A, B, C, D

Groupes de mailles :

$MAIL$	: surface	$ABCD$
DAB	: segment	AB
DBC	: segment	BC
DCD	: segment	CD
DDA	: segment	DA

3.3 Grandeurs testées et résultats

Grandeur	Point	Instants	Référence	Aster	Écart %
DX	B	4	-0.2109	-0.2109	0,001%
$SIXX$	B	4	$0.$	4,82E-9	-
$SIYY$	B	4	0.2616	0.2616	0,002%
$SIZZ$	B	4	$0.$	4,82E-9	-

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

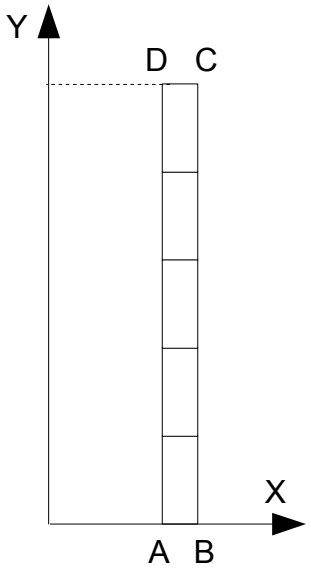


Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation B

Modélisation AXIS
Relation de comportement viscoélastique de VISC_CIN1_CHAB



4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds 12
Nombre de mailles 17 Soit :

SEG2	12
QUAD4	5

Groupes de nœuds :
A, B, C, D

Groupes de mailles :

$MAIL$	: surface	$ABCD$
DAB	: segment	AB
DBC	: segment	BC
DCD	: segment	CD
DDA	: segment	DA

4.3 Grandeurs testées et résultats

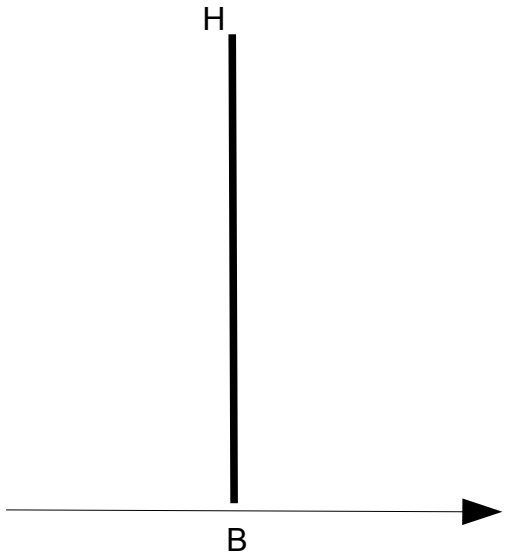
Grandeur	Point	Instants	Référence	Aster	Écart %
DX	B	4	-0.2109	-0.2109	0,026%
$SIXX$	B	4	$0.$	1,55E-10	-
$SIYY$	B	4	0.2616	0.2616	0,130%
$SIZZ$	B	4	$0.$	1,55E-10	-

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation A

Modélisation COQUE_AXIS
Relation de comportement viscoélastique de LEMAITRE



5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds 5
Nombre de mailles 2 SEG3

Groupes de nœuds :
B , H

5.3 Grandeurs testées et résultats

Grandeur	Point	Instants	Référence	Aster	Écart %
DX	*B*	4	−0.2109	−0.20877887227	0,0001%
SIYY	*B*	4	0.	2.1120599907551 E-10	4.61E-09
SIXX	*B*	4	0.2616	0.2164411738728	0,13%
SIZZ	*B*	4	0.	4,82E-9	-

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Synthèse des résultats

Les résultats calculés par Code_Aster sont en excellent accord avec les solutions analytiques.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)