SDNL138 - Fréquences et modes propres de vibration d'un cadre auto-contraint

Résumé :
L'objectif de ce test est de valider le calcul des fréquences et modes de vibrations d'un cadre auto-contraint. Les efforts dans la structure sont uniquement générés par la mise en tension des câbles. Le principe du cas test est de :

- réaliser un calcul non-linéaire,
- récupérer les différents champs à un instant donné,
- calculer les matrices de raideur et de masse,
- calculer les fréquences et modes de vibrations.

Plusieurs modélisations sont réalisées :

- calcul avec STAT_NON_LINE, utilisation des opérateurs CALC_MATR_ELEM, ASSE_MATRICE et COMB_MATR_ASSE pour l'assemblage des matrices. Ensuite calcul des fréquences et modes de vibrations avec l'opérateur CALC_MODES.
- calcul avec DYNA_NON_LINE et l'option MODE_VIBR.
- calcul avec STAT_NON_LINE, détermination de la matrice de raideur à l'aide de l'opérateur CALCUL. Ensuite calcul des fréquences et modes de vibrations avec l'opérateur CALC_MODES.

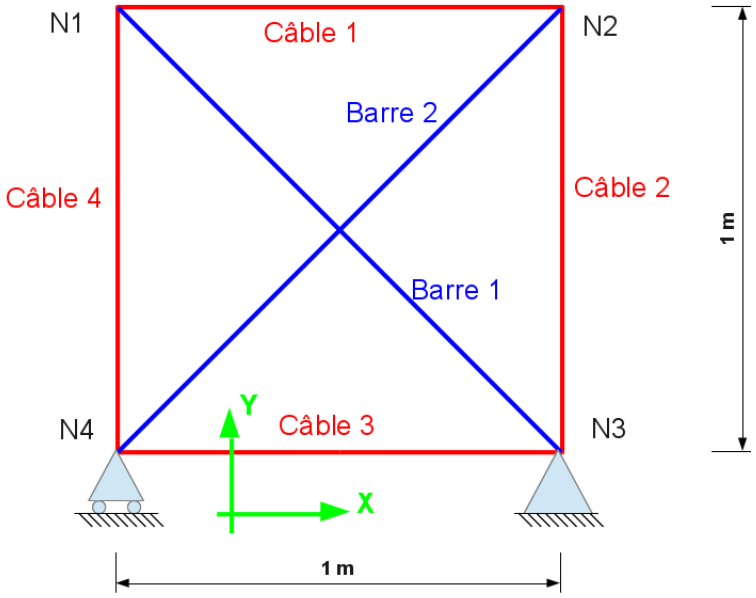
Les résultats sont comparés à une solution théorique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

On considère un cadre constitué de 2 barres et de 4 câbles.



1.2 Propriétés du matériau

Les matériaux sont élastiques, leurs propriétés sont :
- Pour les barres :
  $E=2.1E+11$ $\alpha=0.0$ $\rho=7800.0$
- Pour les câbles :
  $E=2.1E+11$ $\alpha=1.0E-05$ $\rho=7800.0$

1.3 Caractéristiques mécaniques

Les seules caractéristiques nécessaires sont les sections des différents éléments.
- pour les barres : $A=1.0E-04$
- pour les câbles : $A=5.026E-05$

1.4 Conditions aux limites et chargements

En déplacement :
- nœud *N3* , tous les déplacements sont bloqués : $DX=DY=DZ=0.0$
- nœud *N4* , déplacements bloqués suivant Y et Z : $DY=DZ=0.0$
- nœuds *N1* , *N2* : déplacements bloqué suivant Z : $DZ=0.0$

Le chargement est appliqué par la mise en tension des câbles. Une température fictive de -200°C, est imposée aux éléments de câbles en 20 pas de chargement.

1.5 Conditions initiales

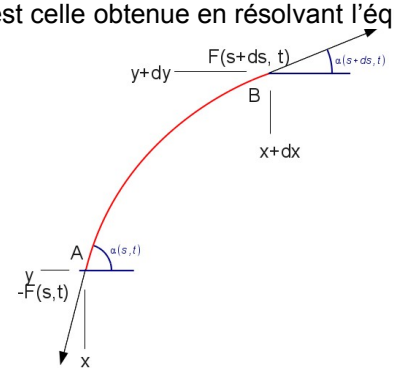
Sans objet.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul

La solution de référence retenue est celle obtenue en résolvant l'équation des cordes vibrantes :



L'équation des cordes vibrantes est :

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{F_0}{\rho S}\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

avec :

F_0 : tension dans la corde,

ρ : masse volumique,

S : section de la corde.

Pour une corde de longueur L, fixée à ces 2 extrémités, la n[ième] fréquence propre de vibration est :

$$f = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F_0}{\rho S}}$$

2.2 Grandeurs et résultats de référence

Les grandeurs testées sont les fréquences propres de vibrations des câbles pour 2 instants de calcul, qui correspondent à 2 tensions différentes.

Pas	Tension des câbles	Fréquence
10	6171.050459855 *N*	62.73227096292042 *Hz*
20	12345.2954376 *N*	88.72830898253936 *Hz*

2.3 Incertitudes sur la solution

La solution de l'équation des cordes vibrantes est obtenue sous les hypothèses suivantes :

- les mouvements de la corde autour de sa position d'équilibre restent petits.
- les variations de l'angle α restent petits.
- la variation de la tension de la corde en mouvement reste petite.

Sous ces hypothèses, la solution de référence est sans incertitudes.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation avec des éléments de BARRE et de CABLE.

3.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient :
- 2 éléments de type BARRE.
- 60 éléments de type CABLE. (15 éléments par câbles).

3.3 Grandeurs testées et résultats

On teste la valeur de la 1ère fréquence propre de vibration des câbles. Comme les 4 câbles ont la même tension, il existe donc des modes de vibration multiples. Six modes multiples sont testés, pour chacun des pas.

Pas	Type de référence	Mode	Valeur de référence	Tolérance
10	'ANALYTIQUE'	Valeur identique pour les 6 premiers modes multiples	62.732270963 *Hz*	0.5 %
	'NON_REGRESSION'	1	62.7962 *Hz*	défaut
	'NON_REGRESSION'	2	62.9083 *Hz*	défaut
	'NON_REGRESSION'	3	62.9458 *Hz*	défaut
	'NON_REGRESSION'	4	62.9626 *Hz*	défaut
	'NON_REGRESSION'	5	62.9626 *Hz*	défaut
	'NON_REGRESSION'	6	62.9626 *Hz*	défaut
20	'ANALYTIQUE'	Valeur identique pour les 6 premiers modes multiples	88.728308982 *Hz*	0.5 %
	'NON_REGRESSION'	1	88.5701 *Hz*	défaut
	'NON_REGRESSION'	2	88.8995 *Hz*	défaut
	'NON_REGRESSION'	3	89.0065 *Hz*	défaut
	'NON_REGRESSION'	4	89.0541 *Hz*	défaut
	'NON_REGRESSION'	5	89.0541 *Hz*	défaut
	'NON_REGRESSION'	6	89.0541 *Hz*	défaut

3.4 Remarques

Le calcul est réalisé avec l'opérateur STAT_NON_LINE, puis les opérateurs CALC_MATR_ELEM, ASSE_MATRICE et COMB_MATR_ASSE pour l'assemblage des matrices. Le calcul des fréquences et modes de vibration est réalisé avec l'opérateur CALC_MODES.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation avec des éléments de BARRE et de CABLE.

4.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient :
- 2 éléments de type BARRE.
- 60 éléments de type CABLE. (15 éléments par câbles).

4.3 Grandeurs testées et résultats

On teste la 1ère fréquence propre de vibration des câbles. L'opérateur DYNA_NON_LINE avec l'option MODE_VIBR ne permet pas de connaître les suivantes. C'est un test de non régression.

Pas	Type de référence	Valeur calculée	Tolérance
10	'NON_REGRESSION'	62.7962 *Hz*	défaut
20	'NON_REGRESSION'	88.5701 *Hz*	défaut

Remarque : Pour mémoire, les fréquences de vibrations de références sont : 62.732270963 *Hz* et 88.728308982 *Hz*

4.4 Remarques

Le calcul est réalisé avec l'opérateur DYNA_NON_LINE, avec le mot clef facteur MODE_VIBR. L'opérateur ne permet de connaître qu'une seule fréquence qui est affichée dans le fichier message et mémorisé dans le paramètre FREQ de la structure de donnée produite par l'opérateur. C'est pourquoi c'est un test de non régression.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation avec des éléments de BARRE et de CABLE.

5.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient :
- 2 éléments de type BARRE.
- 60 éléments de type CABLE. (15 éléments par câbles).

5.3 Grandeurs testées et résultats

On teste la 1ère fréquence propre de vibration des câbles au dernier pas du calcul, PAS = 20. Comme les 4 câbles ont la même tension, il existe donc des modes de vibration multiples. Six modes multiples sont testés. C'est un test de non régression.

Fréquence	Type de référence	Valeur calculée	Tolérance
1	'NON_REGRESSION'	88.5312	défaut
2	'NON_REGRESSION'	88.8603	défaut
3	'NON_REGRESSION'	88.9670	défaut
4	'NON_REGRESSION'	89.0146	défaut
5	'NON_REGRESSION'	89.0146	défaut
6	'NON_REGRESSION'	89.0146	défaut

Remarque :

Pour mémoire la fréquence de référence est 88.728308982 *Hz .*

5.4 Remarques

Le 1er calcul est réalisé avec l'opérateur STAT_NON_LINE. L'opérateur CALCUL qui a comme entrées les champs de déplacement, de contrainte, de variables internes ainsi qu'un incrément des déplacements permet de connaître la matrice de raideur du système. Le calcul des fréquences et modes de vibrations est réalisé avec l'opérateur CALC_MODES en utilisant la matrice de raideur qui provient de l'opérateur CALCUL.

L'opérateur CALCUL fait l'hypothèse de linéarité des champs en fonction de l'incrément des déplacements. Or, dans le cas des câbles cette hypothèse n'est pas tout à fait "juste". Cet incrément de déplacement doit permettre d'approximer la matrice la tangente, il doit donc être "petit". Il est déterminé par une étude de sensibilité. C'est la raison pour laquelle cette modélisation est un test de non régression.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Synthèse des résultats

Les résultats des modélisations A, B et C sont en bonne adéquation avec la solution de référence.

Les résultats de la modélisation C (à but uniquement pédagogique) nécessite une étude de sensibilité pour trouver l'incrément de déplacement qui permet d'approximer la matrice tangente et de s'approcher de la solution de référence. Cela est dû à l'hypothèse de linéarité de l'opérateur CALCUL.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)