SDND122 – Calcul de mode non-linéaire – système à 1 degré de liberté impactant une butée élastique

Résumé :

L'objectif de ce test est de valider le calcul de mode non-linéaire avec l'opérateur MODE_NON_LINE. On effectue également des post-traitements avec CALC_STABILITE et REST_MODE_NONL.

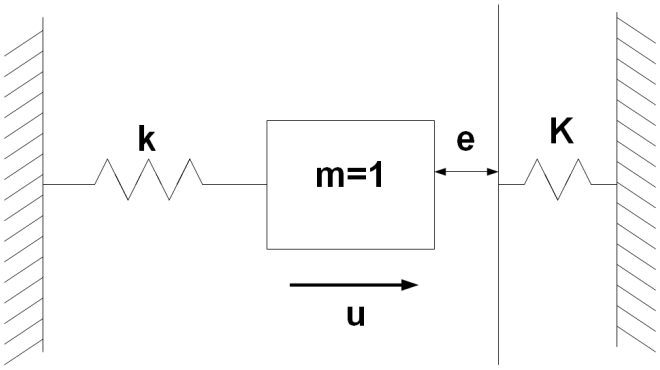
Une solution analytique reliant la fréquence et l'énergie est disponible dans le cas d'un point matériel qui vient impacter contre une butée élastique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

On considère un système composé d'un ressort fixé à une extrémité et munie d'une masse ponctuelle à l'autre extrémité.



1.2 Propriétés du matériau

Raideur du ressort : $k = 10\,N/m$
Masse : $m = 1\,kg$
Rigidité de la paroi : $K = 50\,N/m$

1.3 Conditions aux limites et chargements

La masse est fixée à une extrémité du ressort et l'autre extrémité est fixe. Elle se déplace suivant la direction u et peut s'impacter contre la paroi qui se trouve à $e = 0.01\,m$ de sa position d'équilibre.

1.4 Conditions initiales

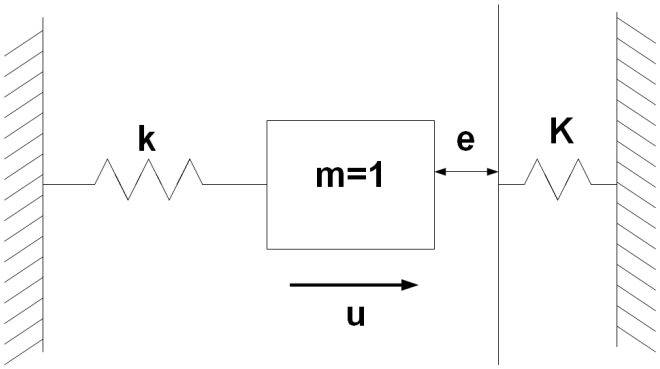
Pour les calculs de modes non-linéaires, le comportement dépend de l'énergie emmagasinée dans le système.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

On s'intéresse au calcul de solutions périodiques du système caractérisant ainsi le mode non-linéaire [1].

2.1 Méthode de calcul



Si on note u le déplacement de la masse et F la force de réaction, l'équation du système s'écrit :

$$\ddot{u}(t)+ku(t)=-F(u(t))$$

Où :

$$F(u)=0 \quad \text{si} \quad u\leq e$$
$$F(u)=K(u-e) \quad \text{si} \quad u>e$$

On suppose les conditions initiales suivantes :

$$\dot{u}(0)=-\sqrt{\frac{2E}{m}} \quad \text{et} \quad u(0)=0$$

Où E désigne l'énergie mécanique emmagasinée.

On résout le problème en considérant deux problèmes linéaires. Le premier correspond au vol libre (hors impact), et le deuxième correspond au système avec la masse solidaire à la paroi (pendant l'impact).

Après calcul, on obtient la durée T_1 de la phase de vol libre :

$$T_1=2\sqrt{\frac{m}{k}}\arccos\left(-e\sqrt{\frac{k}{2E}}\right)$$

Et la durée de l'impact T_2 est donnée par la relation suivante :

$$T_2=2\sqrt{\frac{m}{K+k}}\arccos\left(ek\sqrt{\frac{1}{2E(K+k)}}\right)$$

La fréquence de la solution périodique est donc égale à : $N(E)=\frac{1}{T_1+T_2}$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

La stabilité de la solution périodique est calculée en se basant sur la théorie de Floquet, par un schéma de Newmark et un calcul aux valeurs propres.

2.2 Grandeurs et résultats de référence

Les grandeurs de référence choisies sont le couple fréquence – énergie et la stabilité de la solution périodique obtenue.

La solution périodique est stable pour le couple fréquence – énergie tel que :
$0.644\,Hz < f < 0.6475\,Hz$ et $6.2\,10^{-3}\,J < E < 6.910^{-3}\,J$

2.3 Incertitudes sur la solution

La relation entre la fréquence et l'énergie est obtenue analytiquement.

2.4 Références bibliographiques

1 E. H. MOUSSI, Analyse de structures vibrantes dotées de non-linéarités localisées à jeu à l'aide des modes non-linéaires. Thèse de doctorat 2013.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation DIS_T.
On définit le chargement associé au système avec l'opérateur AFFE_CHAR_CINE.

3.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 1 élément de type POI1 et 1 élément de type SEG2.

3.3 Grandeurs testées et résultats

On teste la valeur de la fréquence relative à une énergie donnée. Cette fréquence est obtenue par interpolation à partir de la table produite par MODE_NON_LINE.

Fréquence (Hz)	Énergie (J)	Stabilité de la solution périodique
0.64622	6.5010833162410^{-3}	STABLE

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation DIS_T.
On définit le chargement associé au système en utilisant l'opérateur AFFE_CHAR_MECA.

4.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 1 élément de type POI1 et 1 élément de type SEG2.

4.3 Grandeurs testées et résultats

On teste la valeur de la fréquence relative à une énergie donnée. Cette fréquence est obtenue par interpolation à partir de la table produite par MODE_NON_LINE.

Fréquence (Hz)	Énergie (J)	Stabilité de la solution périodique
0.64661	6.5812965423810^{-3}	STABLE

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation DIS_T.
On définit le chargement associé au système en utilisant l'opérateur AFFE_CHAR_CINE.
On effectue une poursuite de calcul sur les résultats obtenus avec un premier calcul de mode non-linéaire.
Pour ne pas surcharger le cas test, on n'effectue pas le calcul de la stabilité de la solution.

5.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 1 élément de type POI1 et 1 élément de type SEG2.

5.3 Grandeurs testées et résultats

On teste la valeur de la fréquence relative à une énergie donnée. Cette fréquence est obtenue par interpolation à partir de la table produite par MODE_NON_LINE.

Fréquence (Hz)	**Énergie (J)**
0.64610	$6.476568190161\,10^{-3}$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Synthèse des résultats

Ce cas test valide l'opérateur de calcul de modes non-linéaires (MODE_NON_LINE), l'opérateur de calcul de stabilité des modes non-linéaires (CALC_STABILITE) et l'opérateur de restitution de la solution périodique (REST_MODE_NONL).

La matrice du système est quasi-singulière, la valeur de la solution obtenue peut dépendre de la précision de la machine sur laquelle on lance le calcul. On teste la valeur de la fréquence relative à une énergie donnée. Cette fréquence est obtenue par interpolation à partir de la table produite par MODE_NON_LINE. On constate que la relation entre l'énergie et la fréquence est toujours vérifiée sur les résultats obtenus.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)