TPNA01 - Problème axisymétrique stationnaire avec rayonnement

Résumé :

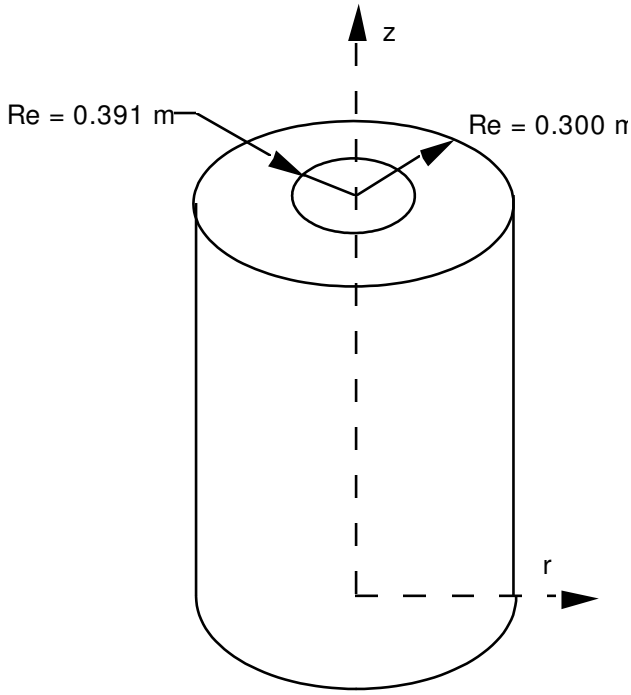
Ce test élémentaire permet de traiter un problème axisymétrique en thermique stationnaire avec une condition aux limites de type rayonnement. La solution est analytique. Le problème est traité en axisymétrique et en volumique.

Pour les modélisations présentées ici, les écarts des résultats obtenus par *Code_Aster* se situent entre 1 et 2% de la référence calculée analytiquement.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



Le cylindre creux est supposé infiniment long.

1.2 Propriétés de matériaux

Seul le coefficient de conductivité intervient. Le *Code_Aster* rend obligatoire la fourniture d'une fonction représentant l'enthalpie volumique déterminée à partir du coefficient de chaleur volumique.

chaleur volumique $\rho C_P = 1.00\, J/\, m^3 \circ C$
conductivité thermique $k = 40 W / m^3 \circ C$

1.3 Conditions aux limites et chargements

Condition de type rayonnement sur la surface interne du cylindre, condition de type convection (échange avec le milieu extérieur) sur la surface externe.

Pas de condition aux limites sur les extrémités du cylindre (ce qui revient à imposer un flux nul).

Surface interne $k \frac{\partial T}{\partial n} = \varepsilon \sigma [\, (T+273.15)^4 - (T^i_{ext}+273.15)^4]$

avec $\varepsilon = 0.6$, $\sigma = 5.73\,10^{-8} W/\, m^2 K^4$ et $T^i_{ext} = 500. \circ C$, T en Celsius

Surface externe $k \frac{\partial T}{\partial n} = h_e [\, T^e_{ext} - T]$

avec $h_e = 142. W/\, m^2 \circ C$ et $T^e_{ext} = 20. \circ C$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

On dispose d'une solution analytique dans le cas d'un cylindre de longueur infinie :

$$T(r)=\frac{T_e-T_i}{\log\left(\frac{R_e}{R_i}\right)}\log(r)+\frac{T_i\log(R_e)-T_e\log(R_i)}{\log(R_e)-\log(R_i)}$$

2.2 Résultats de référence

$r(m)$	$T(°C)$
.30000	105.55
.32275	99.21
.34550	93.30
.36825	87.76
.39100	82.56

Valeur de la température en fonction de r

$r(m)$	$\Phi(W/m^2)$
.300	11577.49
.391	8822.98

Valeur du flux en fonction de r

2.3 Incertitude sur la solution

Solution exacte.

2.4 Références bibliographiques

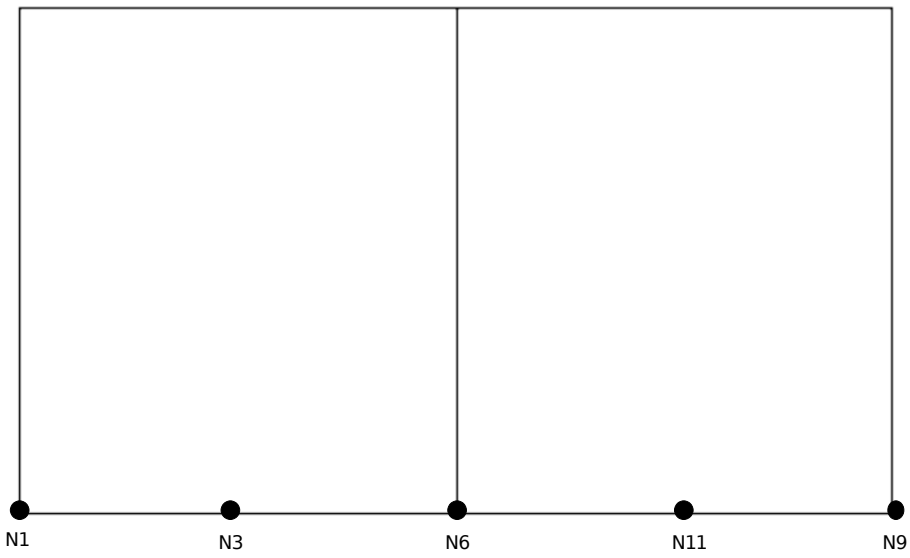
- Guide de validation des progiciels de calcul de structures. Société Française des Mécaniciens AFNOR 1990 ISBN 2-12-486611-7

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation 2D :



3.2 Caractéristiques du maillage

2 QUAD8

3.3 Valeurs testées

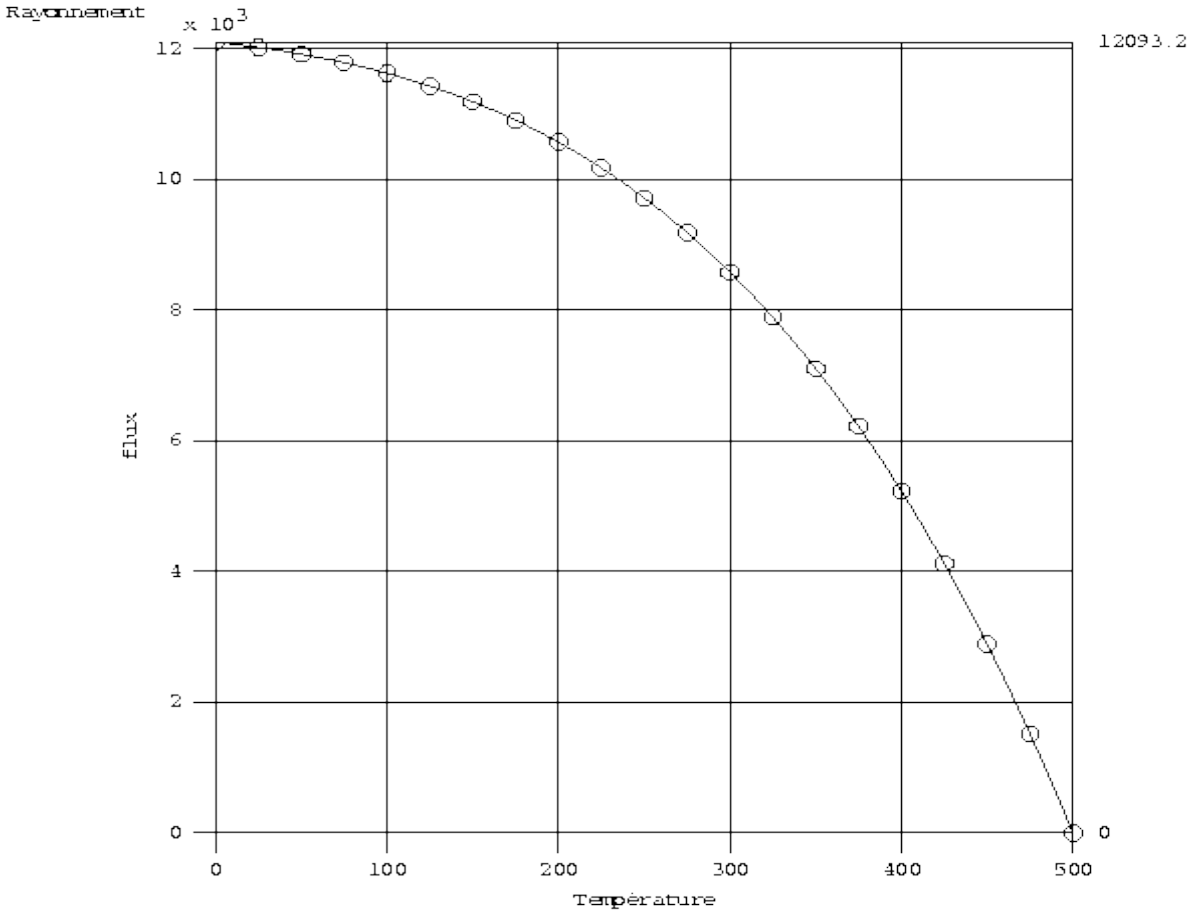
Les nœuds observés ont pour coordonnée $z = 0.0$

Identification température	Référence
N1 ($r = .30000$)	105.55
N3 ($r = .32275$)	99.21
N6 ($r = .34550$)	93.30
N11 ($r = .36825$)	87.76
N9 ($r = .39100$)	82.56

Identification flux	Référence
maille *M1* nœud *N1*	11577.49
maille *M2* nœud *N9*	8822.98

3.4 Remarques

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)



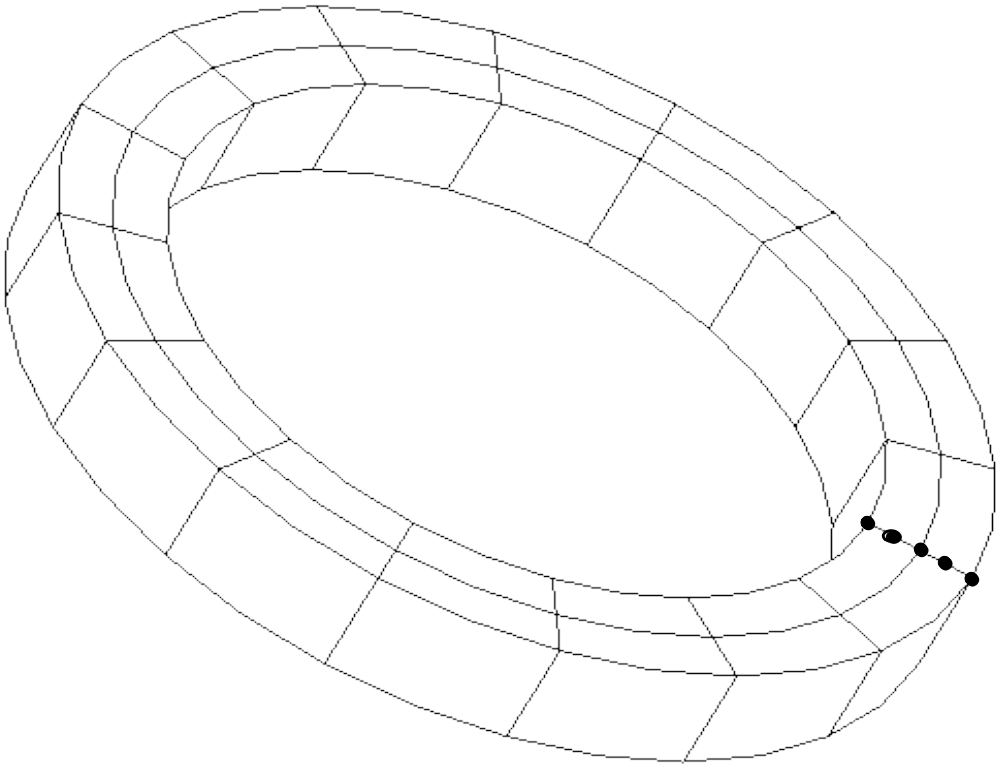
La condition aux limites de type rayonnement est fournie sous la forme d'une fonction de la température interpolée linéairement entre chaque point (on a discrétisé ici la courbe à l'aide de 101 points).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation 3D :



4.2 Caractéristiques du maillage

32 HEXA20

4.3 Valeurs testées

Les nœuds observés ont pour coordonnées : $y= z= 0.0$

Identification température		Référence
NO106	(x=.30000)	105.55
NO105	(x=.32275)	99.21
NO115	(x=.34550)	93.30
NO125	(x=.36825)	87.76
NO123	(x=.39100)	82.56

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Identification flux	Référence
maille MA17 nœud NO106	11577.49
maille MA16 nœud NO123	8822.98

4.4 Remarques

La fonction de flux utilisée dans la modélisation A est aussi utilisée ici.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Synthèses des résultats

La prise en compte des conditions de rayonnement est tout à fait correcte dans ce cas stationnaire. Notons que ce test fait intervenir un coefficient de conductivité thermique constant, la seule non-linéarité porte donc sur les conditions aux limites.

Les erreurs sont plus élevées sur le calcul du flux, ce que l'on peut expliquer par l'utilisation des lissages aux nœuds, effectués à partir des valeurs calculées aux points d'intégration (points de GAUSS).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)