TTLP304 - Transfert de chaleur dans une plaque orthotrope : flux imposés

Résumé :

Ce test est issu de la validation indépendante de la version 3 en thermique transitoire linéaire.

Il s'agit d'un problème 2D plan représenté par une modélisation (plane).

Les fonctionnalités testées sont les suivantes :
- élément thermique plan,
- matériau orthotrope,
- algorithme de thermique transitoire,
- conditions limites : flux imposé.

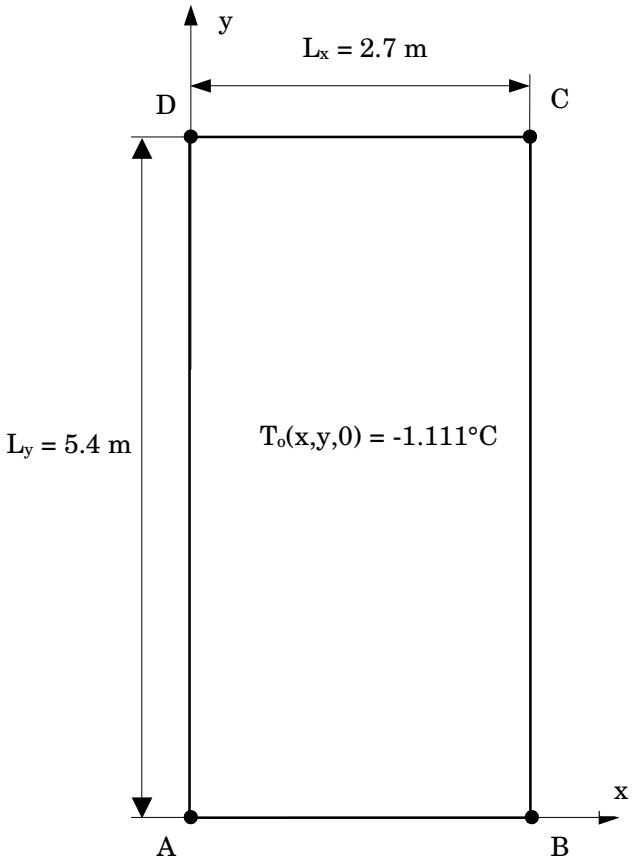
L'intérêt du test réside dans la prise en compte d'un matériau orthotrope.

Les résultats sont comparés à une solution analytique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



1.2 Propriétés du matériau

$\lambda_x = 2.638\, W/m°C$	conductivité thermique suivant l'axe x
$\lambda_y = 0.633\, W/m°C$	conductivité thermique suivant l'axe y
$\rho C = 1899.1\, J/m^3°C$	chaleur volumique

1.3 Conditions aux limites et chargements

Contour $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$: $T = -17.778°C$
Côté $[AD]$: $\varphi = 0$

1.4 Conditions initiales

$T(t=0) = -1.111°C$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

$$T(x,y,t)=\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{j=1}^{\infty} B_n \cos\frac{(2n-1)\pi x}{2L_x}\sin\frac{j\pi y}{L_y}\exp\left[-\left(\frac{\lambda_x(2n-1)^2\pi^2}{4L_x^2}+\frac{\lambda_y j^2\pi^2}{L_y^2}\right)t\right]$$

où $B_n=\left[\frac{8T_i}{\pi^2 j(2n-1)}(-1)^{n+2}[(-1)^j-1]-32\right]\frac{5}{9}$ $\qquad T_i=\frac{5}{9}T_0+32$

Température en $^\circ F$ **à** $t=1.2\,hr(4320s)$

2.7	–15,6151	–15,6480	–15,7455	–15,9049	–16,1211	–16,3876	–16,6964	–17,0381	–17,4022	–17,7778
2.4	–15,6462	–15,6786	–15,7748	–15,9318	–16,1449	–16,4076	–16,7120	–17,0487	–17,4076	–17,7778
2.1	–15,7391	–15,7700	–15,8620	–16,0122	–16,2160	–16,4673	–16,7584	–17,0805	–17,4238	–17,7778
1.8	–15,8921	–15,9208	–16,0058	–16,1447	–16,3333	–16,5657	–16,8349	–17,1328	–17,4503	–17,7778
1.5	–16,1025	–16,1279	–16,2035	–16,3269	–16,4944	–16,7009	–16,9401	–17,2048	–17,4869	–17,7778
1.2	–16,3655	–16,3869	–16,4506	–16,5547	–16,6959	–16,8700	–17,0716	–17,2947	–17,5325	–17,7778
0.9	–16,6744	–16,6911	–16,7409	–16,8222	–16,9325	–17,0685	–17,2261	–17,4004	–17,5862	–17,7778
0.6	–17,0203	–17,0318	–17,0660	–17,1218	–17,1975	–17,2909	–17,3991	–17,5187	–17,6462	–17,7778
0.3	–17,3923	–17,3982	–17,4156	–17,4440	–17,4825	–17,5300	–17,5851	–17,6459	–17,7108	–17,7778
0.0	–17,7778	–17,7778	–17,7778	–17,7778	–17,7778	–17,7778	–17,7778	–17,7778	–17,7778	–17,7778
$Y\uparrow$ $X\rightarrow$	0.0	0.3	0.6	0.9	1.2	1.5	1.8	2.1	2.4	2.7

Les valeurs de référence sont obtenues avec $n=j=1000$

2.2 Résultats de référence

$t=1.2\text{hr}(4320\text{s})$: température aux points suivants :

- en $x=0.0$: pour $y=0.6, 1.5, 2.7$,
- en $x=0.9$: pour $y=0.6, 1.5, 2.7$,
- en $x=1.8$: pour $y=0.6, 1.5, 2.7$.

2.3 Incertitude sur la solution

Solution analytique.

2.4 Références bibliographiques

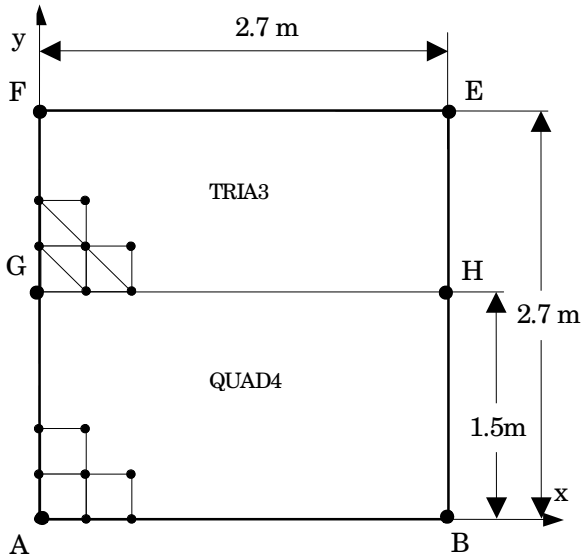
- J.C. Bruch Jr., G. Zyroloski, 'Transient two-dimensional heat conduction problems solved by the finite element method', Int. J. num. Meth. Engng, vol 8, n°3, pp 481-494, 1974.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

PLAN (QUAD4, TRIA3)



Conditions limites

- cotés AB,BH,HE: T=-1.111°C
- cotés EF, FG, GA: $\phi = 0$

Découpage:

- AB,GH,FE 9 éléments
- AG,BH 5 éléments
- GF,HE 4 éléments

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 100
Nombre de mailles et types : 117 (45 QUAD4, 72 TRIA3)

3.3 Remarques

La discrétisation en pas de temps est la suivante :

10 pas pour	$[0., 5.00D0]$	soit	$\Delta t = 0.5$
9 pas pour	$[5.00D0, 5.00D1]$	soit	$\Delta t = 5.$
9 pas pour	$[5.00D1, 5.00D2]$	soit	$\Delta t = 50.$
38 pas pour	$[5.00D2, 4.30D3]$	soit	$\Delta t = 100.$
1 pas pour	$[4.30D3, 4.32D3]$	soit	$\Delta t = 20.$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Résultats de la modélisation A

4.1 Valeurs testées

			Ecart relatif %		Ecart Absolu	
Identification	**Référence**	***Aster***	**différence**	**tolérance**	**différence**	**tolérance**
Température en $°F$						
$x=0.0$						
$N3\,(y=0.6)$	17.0203	17.0146	0.033	1%	0.006	0.05
$N6\,(y=1.5)$	16.1025	16.0957	0.042	1%	0.007	0.05
$N10\,(y=2.7)$	15.6151	15.5784	0.235	1%	0.037	0.05
$x=0.9$						
$N33\,(y=0.6)$	17.1218	17.1167	0.029	1%	0.005	0.05
$N36\,(y=1.5)$	16.3269	16.3127	-0.087	1%	0.014	0.05
$N40\,(y=2.7)$	15.9049	15.8905	0.091	1%	0.014	0.05
$x=1.8$						
$N63\,(y=0.6)$	17.3991	17.3961	0.017	1%	0.003	0.05
$N66\,(y=1.5)$	16.9401	16.9297	0.061	1%	0.010	0.05
$N70\,(y=2.7)$	16.6964	16.6930	0.020	1%	0.003	0.05

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Synthèse des résultats

Les résultats obtenus sont satisfaisants, l'écart maximum obtenu est de 0.235%.

Pour les points d'observation retenus, les écarts sont plus importants aux nœuds appartenant aux mailles TRIA3.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)