SSLV146 – Cube plein renforcé par des armatures sous chargement triaxial

Résumé

Ce test 3D entre dans le cadre de la validation de la formulation GRILLE_MEMBRANE. Il s'agit d'un cube plein de dimension unitaire. On place sur chaque face une nappe d'armatures d'acier de manière à balayer toutes les directions possibles. Le chargement consiste en des déplacements imposés sur tous les nœuds de la structure.

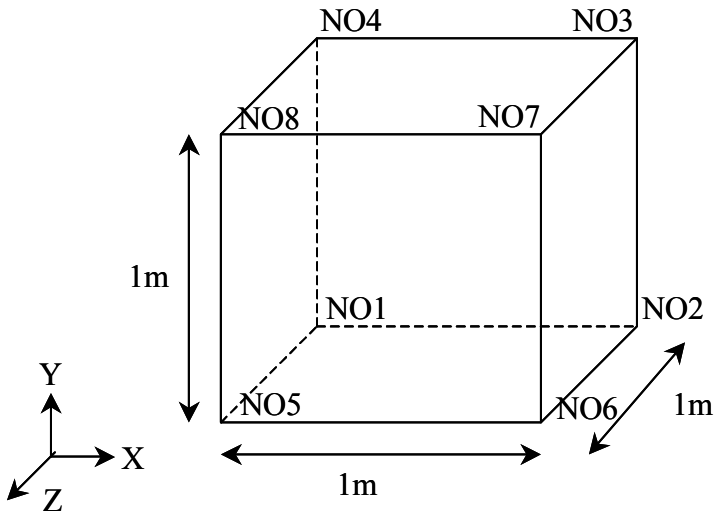
L'intérêt principal de ce test est de tester la modélisation GRILLE_MEMBRANE pour différentes orientations et pour différents éléments (linéaire et quadratique). Les résultats sont comparés à une solution analytique.

Les unités de toutes les valeurs numériques sont en SI.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



On définit six nappes d'armatures (une par côté du cube) :

- $GEOX$ (2 nappes) : faces $NO1NO4NO8NO5$ et $NO2NO6NO7NO3$
- $GEOY$ (2 nappes) : faces $NO1NO2NO6NO5$ et $NO4NO3NO7NO8$
- $GEOZ$ (2 nappes) : faces $NO1NO2NO3NO4$ et $NO5NO6NO7NO8$

1.2 Propriétés des matériaux

Pour le cube plein :

Modélisation	A	B	C	D
$E(Pa)$	2	2	2E14	2E14
ν	0	0	0	0

Pour les nappes d'armatures (toute modélisation confondue)

$E=2\text{E}11\,Pa$, $\nu=0$

- Nappe $GEOX$: section par mètre linéaire $0.01\,m^2/ml$, excentrement 0, orientation (ANGL_REP) $(30;0)$
- Nappe $GEOY$: section par mètre linéaire $0.02\,m^2/ml$, excentrement 0, orientation (ANGL_REP) $(0;40)$
- Nappe $GEOZ$: section par mètre linéaire $0.03\,m^2/ml$, excentrement 0, orientation (ANGL_REP) $(15\ ;70)$

1.3 Conditions aux limites et chargements

Les conditions aux limites sont les suivantes :

$DX=0$ sur la face $NO2NO3NO7NO6$
$DY=0$ sur la face $NO1NO2NO6NO5$
$DZ=0$ sur la face $NO1NO2NO3NO4$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Le chargement est appliqué en un incrément de la manière suivante (déplacements imposés) :

$DX=1$ sur la face $NO1NO4NO8NO5$
$DY=2$ sur la face $NO4NO3NO7NO8$
$DZ=3$ sur la face $NO5NO6NO7NO8$

2 Solution de référence

2.1 Solution formelle

On cherche à définir la déformation ε selon la direction principale d'une nappe d'armature située dans le plan $(x_1 ; y_1)$.

Compte tenu des conditions aux limites choisies, on peut écrire :

$$\varepsilon = u_{x1}\cos^2(\theta) + u_{y1}\sin^2(\theta)$$

avec (u_{x1}, u_{y1}) les composantes du vecteur déplacement dans le plan $(x_1 ; y_1)$ et θ l'angle entre la direction principale de la nappe d'armature et x_1.

Pour définir la direction principale de la nappe, on utilise les angles nautiques $(\alpha ; \beta)$ donnés par le mot clé ANGL_REP. Ils définissent un vecteur v dont la projection x_p sur le plan tangent de la nappe fixe la direction principale.

$$v = \cos(\alpha)\cos(\beta)\underline{\hat{x}} + \sin(\alpha)\cos(\beta)\underline{\hat{y}} + \sin(\beta)\underline{\hat{z}}$$

avec (x, y, z) le repère initial. Pour notre application, le vecteur déplacement U s'écrit :

$$v = 1.\underline{\hat{x}} + 2.\underline{\hat{y}} + 3.\underline{\hat{z}}$$

Pour la nappe $GEOX$ (plan $(y ; z)$) :

$$x_p = \sin(30)\underline{\hat{y}}$$

La direction principale de la nappe est $\underline{\hat{y}}$ ($\theta = 90°$). La déformation s'écrit alors :

$$\varepsilon = u_y = 2$$

Pour la nappe $GEOY$ (plan $(x ; z)$) :

$$x_p = \cos(40)\underline{\hat{x}} + \sin(40)\underline{\hat{z}}$$

La direction principale de la nappe fait donc un angle de $40°$ avec le plan de la nappe. La déformation s'écrit alors :

$$\varepsilon = u_x\cos^2(40) + u_z\sin^2(40) = 1.82635$$

Pour la nappe $GEOZ$ (plan $(x ; y)$) :

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$$x_p = \cos(15).\cos(70)\underline{\underline{i}}\underline{x} + \sin(15)\cos(70)\underline{\underline{i}}\underline{y}$$

La direction principale de la nappe fait donc un angle de $15°$ avec le plan de la nappe. La déformation s 'écrit alors :

$$\varepsilon = u_x \cos^2(15) + u_y \sin^2(15) = 1.067$$

Ces trois valeurs seront les valeurs de référence analytiques pour la validation des calculs.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisations

En fonction des modélisations, les objets sont maillés avec des éléments différents :

Modélisation A : cube : 1 élément HEXA8 à 8 nœuds
faces : 1 élément QUAD4 à 4 nœuds

Modélisation B : cube : 6 éléments TETRA4 à 4 nœuds
faces : 2 éléments TRIA3 à 3 nœuds

Modélisation C : même modélisation qu'en A avec des éléments quadratiques

Modélisation D : même modélisation qu'en B avec des éléments quadratiques

3.1 Grandeurs testées et résultats de la modélisation A

La modélisation A est constituée d'un élément CUB8 pour le cube et d'un élément QUA4 pour chaque face. Le comportement est élastique (commandes MECA_STATIQUE puis STAT_NON_LINE (vérification)).
On teste les valeurs données par EPSI_ELGA ; EPSI_ELNO, SIEF_ELGA, SIEF_ELNO, SIEF_ELGA, SIGM_ELNO en différents points dans les directions principales des nappes d'armature, obtenues respectivement avec les commandes MECA_STATIQUE et STAT_NON_LINE.

Pour **MECA_STATIQUE** :

Points d'intégration	EPSI_ELGA (dans la direction principale de la nappe d'armature)			SIEF_ELGA (dans la direction principale de la nappe d'armature)		
	Code_Aster	Référence	Ecart (%)	*Code_Aster*	Référence	Ecart
MA1 – Point 1 (nappe GEOZ)	1.067	1.067	0.001	2.13397E11	2.13397E11	0
MA2 – Point 1 (nappe GEOZ)	1.067	1.067	0.001	2.13397E11	2.13397E11	0
MA3 – Point 1 (nappe GEOY)	1.8264	1.8263	0	3.6527E11	3.6527E11	0
MA4 – Point 1 (nappe GEOY)	1.8264	1.8263	0	3.6527E11	3.6527E11	0
MA5 – Point 1 (nappe GEOX)	2	2	0	4E11	4E11	0
MA6 – Point 1 (nappe GEOX)	2	2	0	4E11	4E11	0

Noeud	EPSI_ELNO (dans la direction principale de la nappe d'armature)			SIGM_ELNO (dans la direction principale de la nappe d'armature)		
	Code_Aster	Référence	Ecart (%)	*Code_Aster*	Référence	Ecart
NO1 (nappe GEOZ)	1.067	1.067	0.001	2.13397E11	2.13397E11	0
NO1 (nappe GEOY)	1.8264	1.8263	0	3.6527E11	3.6527E11	0
NO1 (nappe GEOX)	2	2	0	4E11	4E11	0

Pour **STAT_NON_LINE**

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Points d'intégration	EPSI_ELGA (dans la direction principale de la nappe d'armature)			SIEF_ELGA (dans la direction principale de la nappe d'armature)		
	Code_Aster	Référence	Ecart (%)	*Code_Aster*	Référence	Ecart
MA1 – Point 1 (nappe GEOZ)	1.067	1.067	0.001	2.13397E11	2.13397E11	0
MA2 – Point 1 (nappe GEOZ)	1.067	1.067	0.001	2.13397E11	2.13397E11	0
MA3 – Point 1 (nappe GEOY)	1.8264	1.8263	0.003	3.6527E11	3.6527E11	0
MA4 – Point 1 (nappe GEOY)	1.8264	1.8263	0.003	3.6527E11	3.6527E11	0
MA5 – Point 1 (nappe GEOX)	2	2	0	4E11	4E11	0
MA6 – Point 1 (nappe GEOX)	2	2	0	4E11	4E11	0

Noeud	EPSI_ELNO (dans la direction principale de la nappe d'armature)			SIEF_ELNO (dans la direction principale de la nappe d'armature)		
	Code_Aster	Référence	Ecart (%)	*Code_Aster*	Référence	Ecart
MA1 - NO1 (nappe GEOZ)	1.067	1.067	0.001	2.13397E11	2.13397E11	0
MA2 - NO1 (nappe GEOY)	1.8264	1.8263	0.003	3.6527E11	3.6527E11	0
MA3 - NO1 (nappe GEOX)	2	2	0	4E11	4E11	0

La valeur de l'énergie potentielle totale est aussi testée à partir du calcul STAT_NON_LINE. La solution analytique est calculée à partir de toutes les déformations uniaxiales dans les grilles, à partir de l'équation :

$$E_{pot} = \frac{1}{2} \int_{element} \varepsilon.A.\varepsilon dv$$

où A désigne le tenseur d'élasticité.

Les résultats obtenus sont les suivants :

	Code_Aster	Référence analytique	Ecart
Energie potentielle totale (J)	2.8173E10	2.8173E10	0

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3.2 Grandeurs testées et résultats de la modélisation B

La modélisation B est constituée de six éléments TETRA4 pour le cube et de deux éléments TRIA3 pour chaque face.
Le comportement est élastique en utilisant la commande MECA_STATIQUE puis la commande STAT_NON_LINE (vérification).
On teste les valeurs données par EPSI_ELGA ; EPSI_ELNO, SIEF_ELGA, SIEF_ELNO ; SIEF_ELGA ; SIGM_ELNO en différents points dans les directions principales des nappes d'armature, obtenues respectivement avec les commandes MECA_STATIQUE et STAT_NON_LINE.

Pour **MECA_STATIQUE** :

Points d'intégration	EPSI_ELGA (dans la direction principale de la nappe d'armature)			SIEF_ELGA (dans la direction principale de la nappe d'armature)		
	Code_Aster	Référence	Ecart (%)	*Code_Aster*	Référence	Ecart
MA1 – Point 1 (nappe GEOZ)	1.067	1.067	0.001	2.13397E11	2.13397E11	0
MA2 – Point 1 (nappe GEOZ)	1.067	1.067	0.001	2.13397E11	2.13397E11	0
MA3 – Point 1 (nappe GEOZ)	1.8263	1.8263	0	3.6527E11	3.6527E11	0
MA4 – Point 1 (nappe GEOZ)	1.8263	1.8263	0	3.6527E11	3.6527E11	0
MA5 – Point 1 (nappe GEOX)	2	2	0	4E11	4E11	0
MA6 – Point 1 (nappe GEOX)	2	2	0	4E11	4E11	0
MA11 – Point 1 (nappe GEOZ)	1.067	1.067	0.001	2.13397E11	2.13397E11	0
MA21 – Point 1 (nappe GEOZ)	1.067	1.067	0.001	2.13397E11	2.13397E11	0
MA31 – Point 1 (nappe GEOY)	1.8263	1.8263	0	3.6527E11	3.6527E11	0
MA41 – Point 1 (nappe GEOY)	1.8263	1.8263	0	3.6527E11	3.6527E11	0
MA51 – Point 1 (nappe GEOX)	2	2	0	4E11	4E11	0
MA61 – Point 1 (nappe GEOX)	2	2	0	4E11	4E11	0

Noeud	EPSI_ELNO (dans la direction principale de la nappe d'armature)			SIGM_ELNO (dans la direction principale de la nappe d'armature)		
	Code_Aster	Référence	Ecart (%)	*Code_Aster*	Référence	Ecart
MA1 - NO1 (nappe GEOZ)	1.067	1.067	0.001	2.13397E11	2.13397E11	0
MA2 - NO1 (nappe GEOY)	1.8263	1.8263	0	3.6527E11	3.6527E11	0
MA3 - NO1 (nappe GEOX)	2	2	0	4E11	4E11	0
MA11 - NO1	1.067	1.067	0.001	2.13397E11	2.13397E11	0

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

(nappe GEOZ)						
MA21 - NO1 (nappe GEOY)	1.8263	1.8263	0	3.6527E11	3.6527E11	0
MA31 - NO1 (nappe GEOX)	2	2	0	4E11	4E11	0

Pour **STAT_NON_LINE**

Points d'intégration	EPSI_ELGA (dans la direction principale de la nappe d'armature)			SIEF_ELGA (dans la direction principale de la nappe d'armature)		
	Code_Aster	Référence	Ecart (%)	*Code_Aster*	Référence	Ecart
MA1 – Point 1 (nappe GEOZ)	1.067	1.067	0.001	2.13397E11	2.13397E11	0
MA2 – Point 1 (nappe GEOZ)	1.067	1.067	0.001	2.13397E11	2.13397E11	0
MA3 – Point 1 (nappe GEOY)	1.8263	1.8263	0	3.6527E11	3.6527E11	0
MA4 – Point 1 (nappe GEOY)	1.8263	1.8263	0	3.6527E11	3.6527E11	0
MA5 – Point 1 (nappe GEOX)	2	2	0	4E11	4E11	0
MA6 – Point 1 (nappe GEOX)	2	2	0	4E11	4E11	0
MA11 – Point 1 (nappe GEOZ)	1.067	1.067	0.001	2.13397E11	2.13397E11	0
MA21 – Point 1 (nappe GEOZ)	1.067	1.067	0.001	2.13397E11	2.13397E11	0
MA31 – Point 1 (nappe GEOY)	1.8263	1.8263	0	3.6527E11	3.6527E11	0
MA41 – Point 1 (nappe GEOY)	1.8263	1.8263	0	3.6527E11	3.6527E11	0
MA51 – Point 1 (nappe GEOX)	2	2	0	4E11	4E11	0
MA61 – Point 1 (nappe GEOX)	2	2	0	4E11	4E11	0

Noeud	EPSI_ELNO (dans la direction principale de la nappe d'armature)			SIEF_ELNO (dans la direction principale de la nappe d'armature)		
	Code_Aster	Référence	Ecart (%)	*Code_Aster*	Référence	Ecart
MA1 - NO1 (nappe GEOZ)	1.067	1.067	0.001	2.13397E11	2.13397E11	0
MA2 - NO1 (nappe GEOY)	1.8263	1.8263	0	3.6527E11	3.6527E11	0
MA3 - NO1 (nappe GEOX)	2	2	0	4E11	4E11	0
MA11 - NO1 (nappe GEOZ)	1.067	1.067	0.001	2.13397E11	2.13397E11	0
MA21 - NO1 (nappe GEOY)	1.8263	1.8263	0	3.6527E11	3.6527E11	0
MA31 - NO1 (nappe GEOX)	2	2	0	4E11	4E11	0

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Résultats de la modélisation C

La modélisation C est identique à la modélisation A en utilisant des éléments quadratiques (commande CREA_MAILLAGE, option LINE_QUAD).

On retrouve les mêmes résultats que pour la modélisation A (erreur par rapport à la solution de référence inférieure à $0.002\ \%$).

5 Résultats de la modélisation D

La modélisation D est identique à la modélisation B en utilisant des éléments quadratiques.

On retrouve les mêmes résultats que pour la modélisation D (erreur par rapport à la solution de référence inférieure à $0.002\ \%$).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Synthèse des résultats et remarques générales

Les résultats obtenus pour ces modélisations sont identiques aux solutions de référence. Ils valident la modélisation GRILLE_MEMBRANE pour quatre types d'éléments différents dans le cas d'un calcul mécanique linéaire (MECA_STATIQUE et STAT_NON_LINE).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)