SSLV105 - Raidissement centrifuge d'une poutre en rotation

Résumé :

Test de Mécanique des structures en analyse statique linéaire.

La géométrie est celle d'une poutre élancée soumise à une rotation autour d'une de ses extrémités. Cinq modélisations sont considérées : éléments 3D (HEXA20), poutres de Timoshenko multifibres (POU_D_TGM), poutres d'Euler (POU_D_E) et poutres de Timoshenko (POU_D_T) à section constante ou variable. On teste ici les forces d'inertie de rotation (comme le test SSLV104) avec prise en compte du raidissement centrifuge.

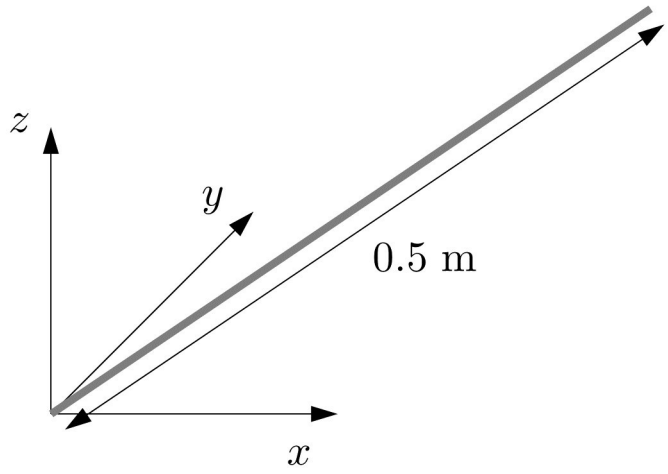
Les solutions de référence (analytique et numérique) prennent en compte le terme de rigidité supplémentaire dû à la rotation. Les résultats sont identiques à ceux correspondant aux solutions de référence.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

La structure est composée d'une poutre élancée orientée portée dans l'espace par l'axe de vecteur directeur $(1,1,1)$.



Concernant la section de la poutre, deux cas sont considérés :

- Section carrée constante, d'aire $4.0\,10^{-4}\,m^2$ (modélisations A, B, C et D),
- Section circulaire à variation homothétique, de rayon initial $2.0\,10^{-2}\,m$ et de rayon final $4.0\,10^{-2}\,m$ (modélisation E).

Dans tous les cas précités, la longueur de la poutre est de $0.5\,m$.

1.2 Propriétés de matériaux

$E = 2.10^{11}\,Pa$

$\nu = 0$

$\rho = 7800\,kg/m^3$

1.3 Conditions aux limites et chargements

Poutre encastrée libre en rotation autour d'un axe perpendiculaire à sa plus grande dimension et passant par le centre de la face encastrée.

Coordonnées du vecteur rotation : $(1,0,-1)$.

Vitesse de rotation : $\omega = 3000\,rd/s$.

La valeur importante de la vitesse de rotation n'a rien de physique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthodes de calcul utilisées pour les solutions de référence

Dans le repère local de la poutre, l'équation relative au déplacement U_x (sans négliger l'allongement) est donnée par :

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(E\,S(x)\frac{\partial U_x}{\partial x}\right)+\rho\,S(x)\,\omega^2\left(x+U_x\right)=0\,.$$

Les conditions aux limites associées à cette équation s'écrivent : $\begin{matrix} U_x(0)=0 \\ \frac{\partial U_x}{\partial x}(L)=\sigma_{xx}(L)=0 \end{matrix}$.

Cas d'une section constante – Solution analytique

Dans le cas d'une section constante (modélisations A, B, C et D), l'équation ci-dessus peut être simplifiée comme suit :

$$\frac{\partial^2 U_x}{\partial x^2}+\frac{\rho}{E}\omega^2(x+U_x)=0\,.$$

On pose $\alpha=\sqrt{\frac{\rho\,\omega^2}{E}}$. En intégrant l'équation différentielle précédente, on obtient, dans le repère de la poutre :

$$U_x(x)=\frac{\sin(\alpha x)}{\alpha\cos(\alpha L)}-x \quad U_y=U_z=0$$

Dans le repère global, le déplacement en tout point de la poutre s'écrit donc :

$$\begin{aligned} U_x(X,Y,Z)&=\frac{1}{\sqrt{3}}\left(\frac{\sin(\alpha r)}{\alpha\cos(\alpha L)}-r\right)\\ U_y(X,Y,Z)&=\frac{1}{\sqrt{3}}\left(\frac{\sin(\alpha r)}{\alpha\cos(\alpha L)}-r\right)\,,\\ U_z(X,Y,Z)&=\frac{1}{\sqrt{3}}\left(\frac{\sin(\alpha r)}{\alpha\cos(\alpha L)}-r\right) \end{aligned}$$

avec $r=\sqrt{X^2+Y^2+Z^2}$.

Cas d'une section variable – Solution numérique

Dans le cas de la poutre à section variable de la modélisation E, la solution de référence considérée provient d'un calcul Aster réalisé avec un modèle 3D, disposant de 19268 éléments quadratiques (TETRA10) et de 29122 nœuds.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2.2 Résultats de référence

Valeurs des trois déplacements au centre de la section la plus éloignée de l'axe de rotation.

2.3 Incertitude sur la solution

Solution analytique pour les modélisations A, B, C et D.

Solution numérique (calcul Aster 3D) pour la modélisation E.

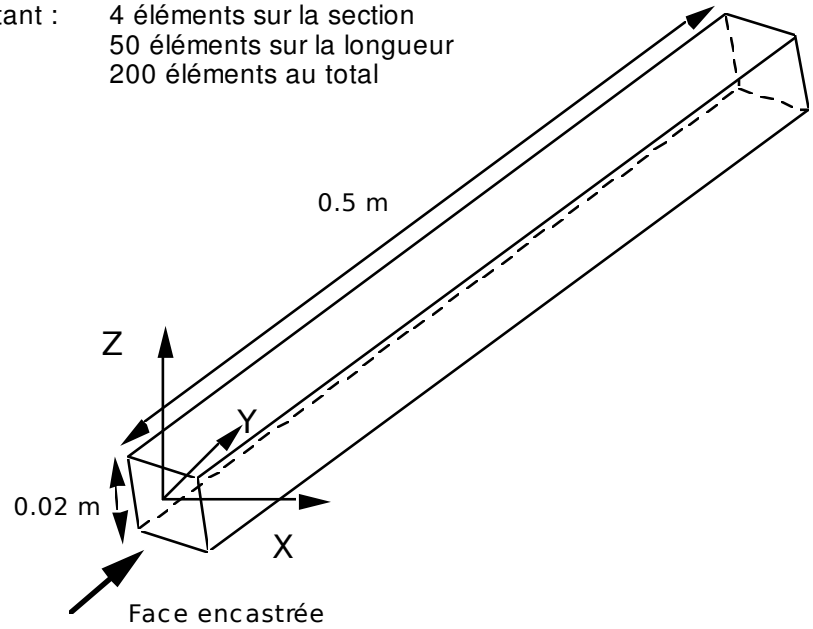
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Eléments 3D (HEXA20)

Maillage réglé comportant : 4 éléments sur la section
50 éléments sur la longueur
200 éléments au total



3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 1521

Nombre de mailles et types : 200 HEXA20

3.3 Résultats

Identification	Type de référence	*Valeur de référence*	Tolérance (%)
DX en L	'ANALYTIQUE'	8.75 10–3	0.1
DY en L	'ANALYTIQUE'	8.75 10–3	0.1
DZ en L	'ANALYTIQUE'	8.75 10–3	0.1

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Eléments Poutres de Timoshenko multi-fibres (POU_D_TGM)

4 fibres dans la section
8 éléments sur la longueur

4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 9

Nombre de mailles et types : 8 SEG2

4.3 Résultats

Identification	Type de référence	*Valeur de référence*	Tolérance (%)
DX en L	'ANALYTIQUE'	8.75 10^{-3}	3.E-5
DY en L	'ANALYTIQUE'	8.75 10^{-3}	3.E-5
DZ en L	'ANALYTIQUE'	8.75 10^{-3}	3.E-5

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

Eléments Poutres d'Euler (POU_D_E)

8 éléments sur la longueur
Section carrée constante

5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 9

Nombre de mailles et types : 8 SEG2

5.3 Résultats

Identification	Type de référence	*Valeur de référence*	Tolérance (%)
DX en L	'ANALYTIQUE'	8.75 10^{-3}	3.E-5
DY en L	'ANALYTIQUE'	8.75 10^{-3}	3.E-5
DZ en L	'ANALYTIQUE'	8.75 10^{-3}	3.E-5

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Modélisation D

6.1 Caractéristiques de la modélisation

Eléments Poutres de Timoshenko (POU_D_T)

8 éléments sur la longueur
Section carrée constante

6.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 9

Nombre de mailles et types : 8 SEG2

6.3 Résultats

Identification	Type de référence	*Valeur de référence*	Tolérance (%)
DX en L	'ANALYTIQUE'	8.75 10^{-3}	3.E-5
DY en L	'ANALYTIQUE'	8.75 10^{-3}	3.E-5
DZ en L	'ANALYTIQUE'	8.75 10^{-3}	3.E-5

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7 Modélisation E

7.1 Caractéristiques de la modélisation

Eléments Poutres de Timoshenko (POU_D_T)

8 éléments sur la longueur
Section circulaire à variation homothétique

7.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 9

Nombre de mailles et types : 8 SEG2

7.3 Résultats

Identification	Type de référence	*Valeur de référence*	Tolérance (%)
DX en L	'AUTRE_ASTER'	$1.581\ 10^{-2}$	0.2
DY en L	'AUTRE_ASTER'	$1.581\ 10^{-2}$	0.2
DZ en L	'AUTRE_ASTER'	$1.581\ 10^{-2}$	0.2

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

8 Synthèse des résultats

Fonctionnement correct de l'option RIGI_ROTA.

Dans le cas des modélisations B, C et D, les poutres avec 8 éléments donnent la solution avec une erreur relative inférieure à 9.10-5%. Avec un seul élément l'erreur est seulement de 0.6%. En comparaison, dans le cas de la modélisation A, les éléments 3D avec 200 éléments donnent la solution à 0.01%. Ceci est dû au fait que la solution est intégrée presque exactement avec les poutres.

Dans le cas de la modélisation E impliquant une poutre à section variable, les éléments poutres avec 8 éléments approchent la solution de référence avec une erreur relative de 0.1%.

Noter l'augmentation du déplacement axial par rapport au cas sans raidissement (SSLV104 [V3.04.104]).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)