SSLV104 - Poutre en rotation

Résumé :

Ce test permet de valider le calcul élastique linéaire d'une poutre élancée soumise à une rotation d'une de ses extrémités. Quatre modélisations sont testées : éléments 3D (HEXA20) , éléments COQUE_3D (QUAD9 et TRIA7) et éléments D_PLAN (QUAD8). Cela teste les forces d'inertie de rotation, sans tenir compte des termes élémentaires de raidissement centrifuge (cf. [V3.04.105]).

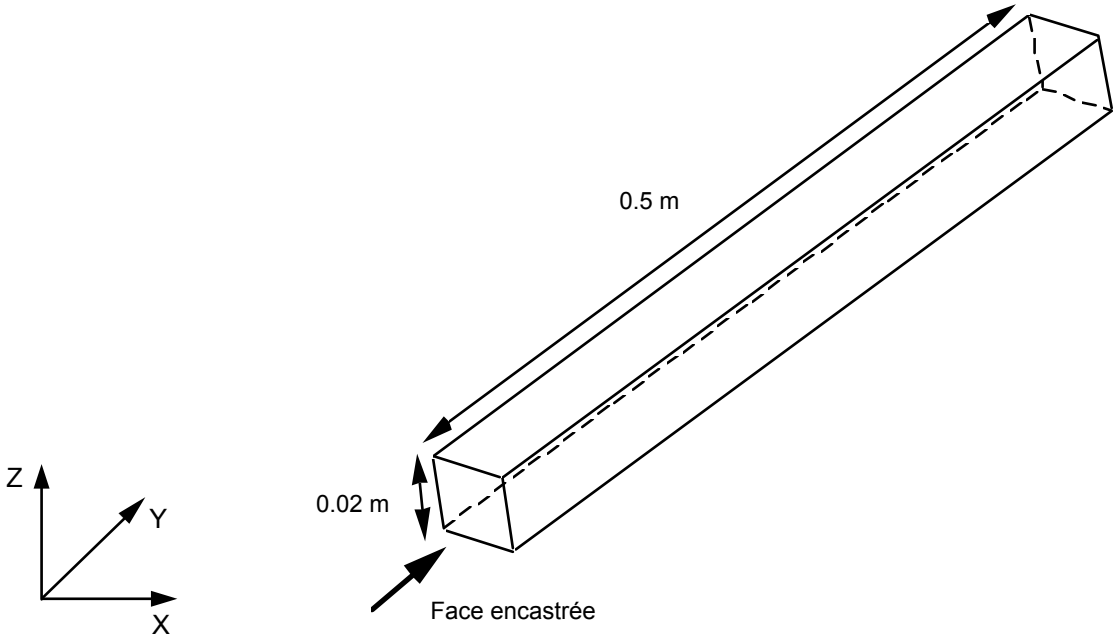
La solution de référence est analytique (1D). Les résultats coïncident parfaitement avec la solution de référence.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

Poutre élancée orientée portée dans l'espace par l'axe de vecteur directeur $(1,1,1)$.



Section carrée d'aire : $4.0\,10^{-4}\,m^2$

Longueur de la poutre : $0.5\,m$

1.2 Propriétés de matériaux

$E = 2.10^{11}\,Pa$
$\nu = 0$
$\rho = 7800\,kg/m^3$
A_CIS $= 0.8333$ (facteur de correction de cisaillement transverse égal à $5/6$ pour une théorie de type Reissner coque mince)

1.3 Conditions aux limites et chargements

Poutre encastrée libre en rotation autour d'un axe perpendiculaire à sa plus grande dimension et passant par le centre de la face encastrée.

Composante du vecteur rotation : $(1,0,-1)$.

Vitesse de rotation : $\omega = 3000\,rd/s$.

La valeur importante de la vitesse de rotation n'a rien de physique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Dans le repère local de la poutre :

$$\frac{\partial^2 U_x}{\partial x^2}+\frac{\rho}{E}\omega^2 x=0 \text{ avec } \begin{matrix} U_x(0)=0 \\ \frac{\partial U_x}{\partial x}(L)=\sigma_{xx}(L)=0 \end{matrix}$$

En intégrant l'équation différentielle précédente on obtient, dans le repère de la poutre :

$$U_x(x)=\frac{\rho\omega^2}{2E}\left(xL^2-\frac{x^3}{3}\right) \quad U_y=U_z=0$$

Les déplacements de tous points de la poutre s'écrivent donc dans le repère global :

$$U_x(X,Y,Z)=\frac{\rho\omega^2}{2\sqrt{3}E}\left(rL^2-\frac{r^3}{3}\right)$$
$$U_y(X,Y,Z)=\frac{\rho\omega^2}{2\sqrt{3}E}\left(rL^2-\frac{r^3}{3}\right)$$
$$U_z(X,Y,Z)=\frac{\rho\omega^2}{2\sqrt{3}E}\left(rL^2-\frac{r^3}{3}\right)$$
$$\text{avec } r=\sqrt{X^2+Y^2+Z^2}$$

2.2 Résultats de référence

Valeurs des trois déplacements au centre de la section la plus éloignée de l'axe de rotation.

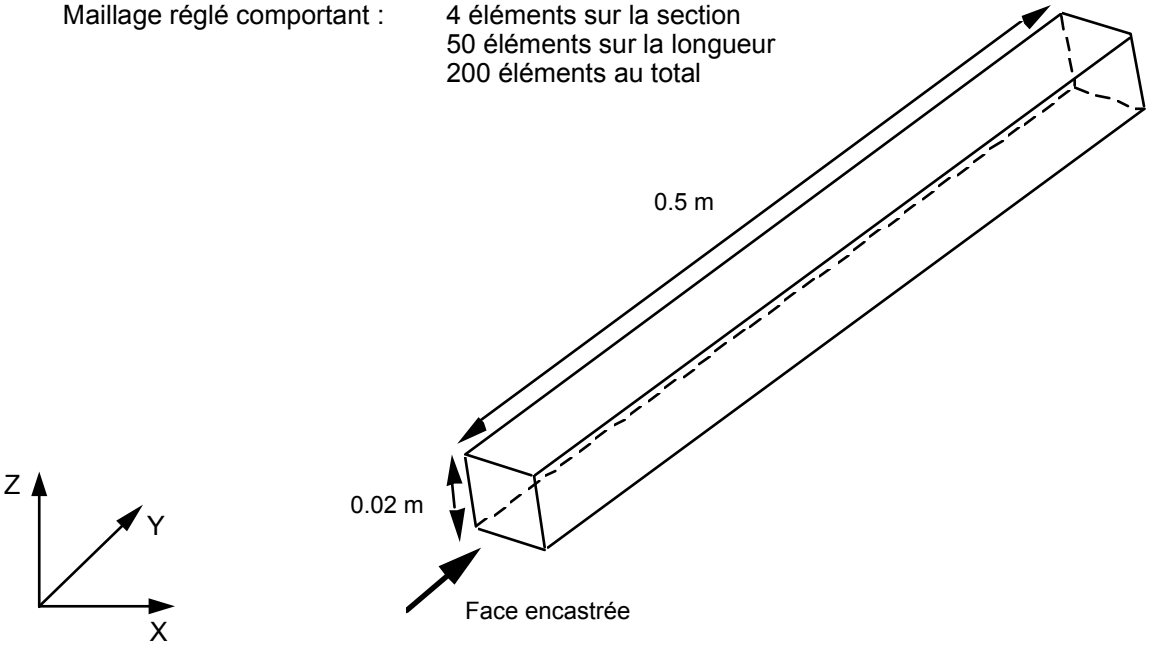
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Éléments 3D (HEXA20)

Maillage réglé comportant : 4 éléments sur la section
50 éléments sur la longueur
200 éléments au total



3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 1521

Nombre de mailles et types : 200 HEXA20

3.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Référence
DX en L	8.44 10^{-3}
DY en L	8.44 10^{-3}
DZ en L	8.44 10^{-3}

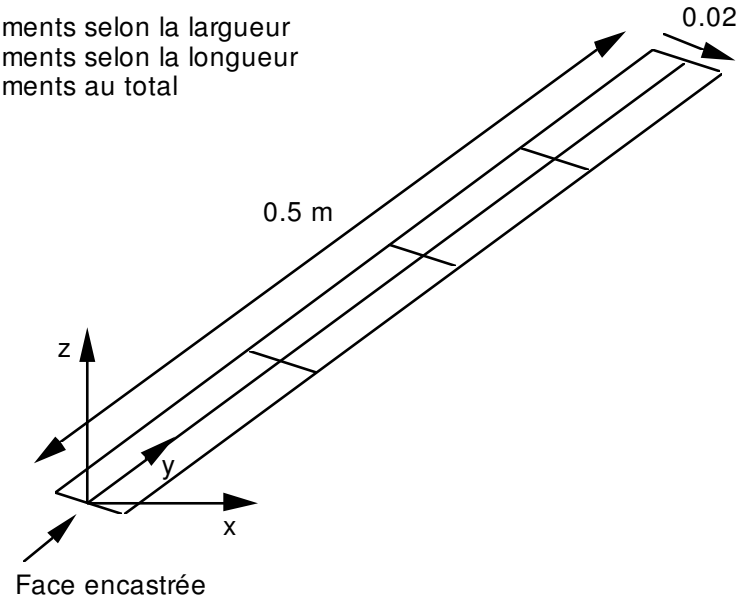
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Eléments de coque MEC3QU9H

Maillage comportant : 2 éléments selon la largeur
4 éléments selon la longueur
8 éléments au total



4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 45

Nombre de mailles et types : 8 QUAD9

4.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Référence
DX en L	8.44 10^{-3}
DY en L	8.44 10^{-3}
DZ en L	8.44 10^{-3}

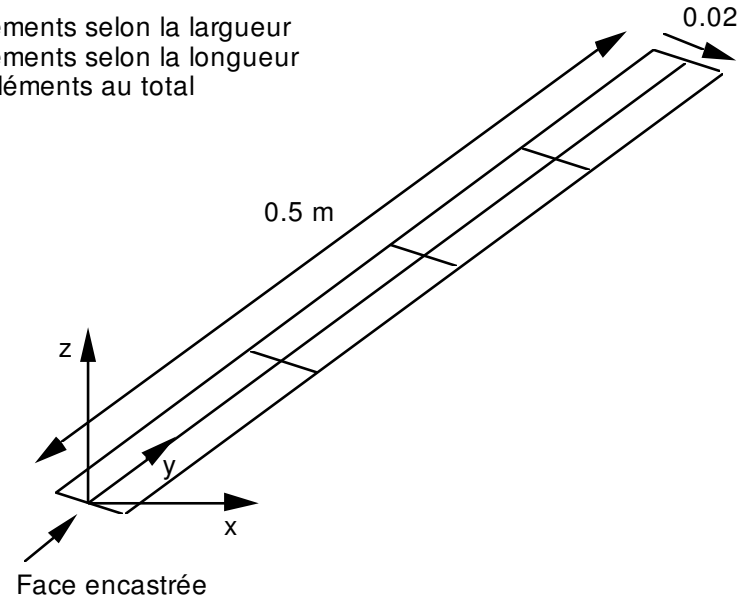
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

Eléments de coque MEC3TR7H

Maillage comportant : 4 éléments selon la largeur
8 éléments selon la longueur
64 éléments au total



5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 217

Nombre de mailles et types : 64 TRIA7

5.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Référence
DX en L	8.44 10–3
DY en L	8.44 10–3
DZ en L	8.44 10–3

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Modélisation D

6.1 Caractéristiques de la modélisation

Eléments D_PLAN MEDPQU8

Maillage comportant 2 éléments selon la largeur, 50 éléments selon la longueur.
100 éléments au total.
En 2D, les déplacements de la poutre s'écrivent :

¿

$$U_x(X,Y)=\frac{\rho\omega^2}{2\sqrt{2}E}\left(rL^2-\frac{r^3}{3}\right)$$

$$U_y(X,Y)=\frac{\rho\omega^2}{2\sqrt{2}E}\left(rL^2-\frac{r^3}{3}\right)$$

¿

avec $r=\sqrt{X^2+Y^2}$

6.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 405

Nombre de mailles et types : 100 QUAD8

6.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Référence
DX en L	10.341 10^{-3}
DY en L	10.341 10^{-3}

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7 Synthèse des résultats

La coïncidence des résultats avec la solution analytique permet de valider le chargement dû aux forces d'inertie de rotation.

La modélisation COQUE_3D avec MEC3QU9H donne la solution avec très peu d'éléments.

On se reportera au test SSLV105 [V3.04.105] pour évaluer l'effet du raidissement centrifuge pour l'élément 3D, HEXA20.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)