SSLS145 - Calcul de ferraillage d'une plaque plane chargée dans son plan

Résumé :

L'objectif de ce test est de valider la macro commande COMBINAISON_FERRAILLAGE qui calcule la densité de ferraillage dimensionnante entre plusieurs cas de chargement.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

On considère une plaque rectangulaire de dimensions :

- épaisseur $B=30\,cm$
- longueur $H=3\,m$
- hauteur $L=12\,m$

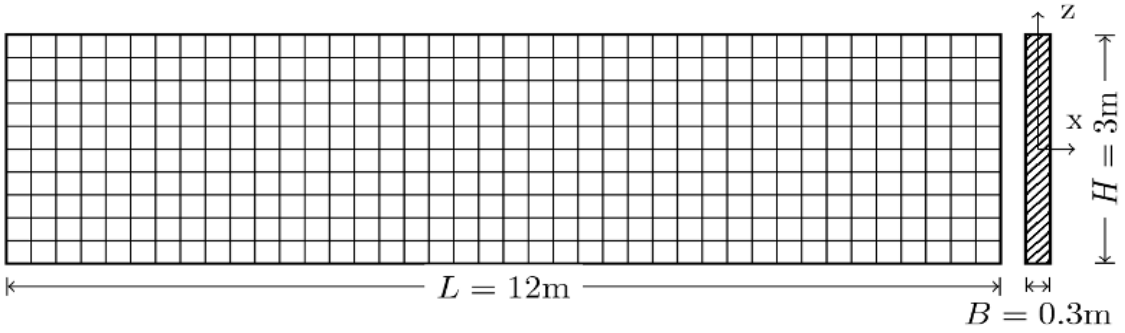


Figure 1. Géométrie de la plaque rectangulaire.

1.2 Propriétés du matériau

Le **béton** est élastique isotrope avec les propriétés matériau suivantes :

- $E=30\,000\,N/mm^2$
- $\nu=0.3$

Pour le calcul du ferraillage (à l'Eurocode 2), on considérera le jeu de propriétés suivant :

- Enrobage inférieur et supérieur $c_{inf}=c_{sup}=20\,mm$
- Résistance caractéristique à la compression du béton $f_{ck}=35\,MPa$
- Limite d'écrouissage caractéristique de l'acier $f_{yk}=450\,MPa$
- Type de diagramme (σ-ε) : ‘B1’
- Coefficient de sécurité de l'acier à l’ELU (Fondamental et Accidentel) $\gamma_s=1,15$
- Coefficient de sécurité du béton à l’ELU (Fondamental et Accidentel) $\gamma_c=1,5$
- Contrainte limite du béton à l’ELS Caractéristique $\sigma_{c,\lim}=1,0\times35=35\,MPa$
- Contrainte limite de l’acier à l’ELS Caractéristique $\sigma_{s,\lim}=1,0\times450=450\,MPa$
- Contrainte limite du béton à l’ELS Quasi Permanent $\sigma_{c,\lim,qp}=1,0\times35=35\,MPa$
- Coefficient d’équivalence acier-béton à l’ELS $\alpha_E=15,0$
- Classe de l’acier : ‘B’ / $\alpha_{cc}=1,0$
- $FERR_SYME='NON'$ / $FERR_COMP='OUI'$ / $EPURE_CISA='NON'$ / $FERR_MIN='NON'$
- Masse volumique de l’acier $\rho_{acier}=7800\,kg/m^3$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

- Ouverture maximale des fissures autorisée en face inférieure à l'ELS QP $w_{\max,\inf}=0,25\,mm$
- Ouverture maximale des fissures autorisée en face supérieure à l'ELS QP $w_{\max,\sup}=0,3\,mm$
- Coefficient de durée de chargement pour le calcul à l'ELS QP $K_T=0,4$
- Diamètre des barres suivant 'X' pour le calcul à l'ELS QP $\varphi_X=20,0\,mm$
- Diamètre des barres suivant 'Y' pour le calcul à l'ELS QP $\varphi_Y=25,0\,mm$

1.3 Conditions aux limites et chargements

La plaque est chargée dans son plan par une force de cisaillement $F_Z=-1,5\cdot10^6\,N$ dans le premier cas de charge (chargement nodal « **shearLd1** » dans le fichier de commande). Ce cas de chargement sera testé à l'ELS QUASI PERMANENT.

Un deuxième cas de charge (chargement nodal « **shearLd2** » dans le fichier de commande) est obtenu en appliquant le double de cette force, soit $F_Z=-3\cdot10^6\,N$. Ce cas de chargement sera testé à l'ELS CARACTERISTIQUE.

Un troisième cas de charge (chargement nodal « **shearLd3** » dans le fichier de commande) est obtenu en appliquant le triple de cette force, soit $F_Z=-4,5\cdot10^6\,N$. Ce cas de chargement sera testé à l'ELU.

La plaque est ensuite chargée dans son plan par une force de traction $F_Y=1\cdot10^6\,N$ (chargement nodal « **tractLd1** » dans le fichier de commande). Ce cas de chargement sera testé à l'ELS QUASI PERMANENT.

Un deuxième cas de charge (chargement nodal « **tractLd2** » dans le fichier de commande) est obtenu en appliquant le double de cette force, soit $F_Y=2\cdot10^6\,N$. Ce cas de chargement sera testé à l'ELS CARACTERISTIQUE.

Un troisième cas de charge (chargement nodal « **tractLd3** » dans le fichier de commande) est obtenu en appliquant le triple de cette force, soit $F_Y=3\cdot10^6\,N$. Ce cas de chargement sera testé à l'ELU.

La plaque est enfin chargée dans son plan par une force de compression $F_Y=-1,5\cdot10^6\,N$ dans un septième cas de charge (chargement nodal « **comprLd1** » dans le fichier de commande). Ce cas de chargement sera testé à l'ELS CARACTERISTIQUE.

Un dernier cas de charge (chargement nodal « **comprLd2** » dans le fichier de commande) est obtenu en appliquant le double de cette force, soit $F_Y=-3\cdot10^6\,N$. Ce cas de chargement sera testé à l'ELU.

La plaque est encastrée sur le côté gauche, à l'extrémité opposée du point d'application de la force (Figure 2) ; ainsi, tous les degrés de liberté sont mis à zéro.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

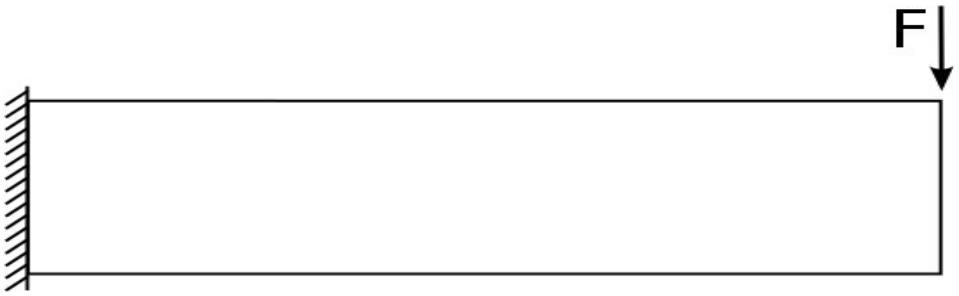


Figure 2. Blocage et chargement pour les cas ‘shearLd’

1.4 Conditions initiales

La structure est initialement au repos.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul

Pour les deux cas de chargement, le ferraillage est calculé avec la méthode de Capra-Maury (commande CALC_FERRAILLAGE appelée par la commande COMBINAISON_FERRAILLAGE).

2.2 Grandeurs et résultats de référence

Ce système est équivalent à une poutre encastrée et chargée en flexion à l'extrémité libre :

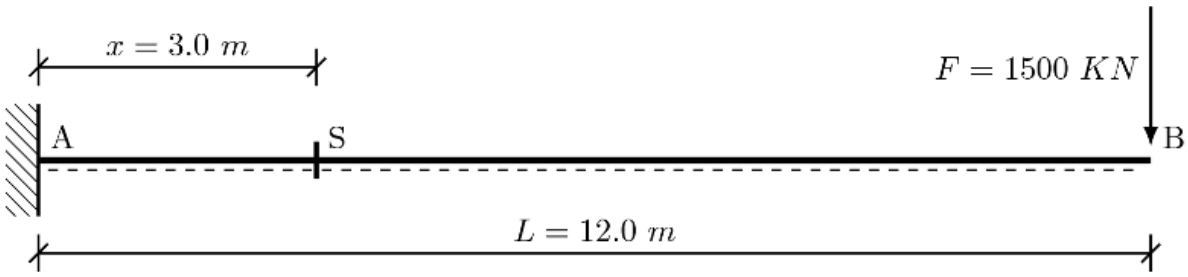


Figure 3. Représentation d'une poutre encastrée et chargée en flexion

Une première estimation des déplacements et des efforts peut donc être obtenue avec une modélisation d'Euler-Bernoulli :

- Flèche: $f=\frac{1}{3}\cdot\frac{F\,L^3}{E\,I}$, tel que $EI=30000\cdot10^6\times(\frac{3{,}0^3\cdot0{,}3}{12})=20{,}25\cdot10^9\,N\,m^2$
  Soit :
  $f=\frac{1}{3}\cdot(\frac{12{,}0^3}{20{,}25\cdot10^9})\times F=2{,}84\cdot10^{-8}\times F$
- Cisaillement: $V=F$
- Moment de flexion à l'encastrement: $M=F\times L$

Ainsi, on obtient les résultats suivants :

	ShearLd1	ShearLd2	ShearLd3
F	$-1{,}5\cdot10^6\,N$	$-3\cdot10^6\,N$	$-4{,}5\cdot10^6\,N$
V	$1{,}5\cdot10^6\,N$	$3\cdot10^6\,N$	$4{,}5\cdot10^6\,N$
M	$-1{,}8\cdot10^7\,Nm$	$-3{,}6\cdot10^7\,Nm$	$-5{,}4\cdot10^7\,Nm$
f	$42{,}6\,mm$	$85{,}2\,mm$	$127{,}8\,mm$

Pour les cas avec chargement axial (tractLd et comprLd), le rétrécissement/allongement de la poutre s'obtient analytiquement comme suit :

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

- Flèche: $\Delta L=\frac{F\cdot L}{E\cdot S}$, tel que $ES=30000\cdot 10^6\times 3\times 0{,}3=2{,}7\cdot 10^{10}N$
  Soit :
  $\Delta L=4{,}44\cdot 10^{-10}\times F$
- Effort normal sollicitant la poutre : $N=-F$ (effort normal positif en compression).

Ainsi, on obtient les résultats suivants :

	tractLd1	tractLd2	tractLd3	comprLd1	comprLd2
F	$+1{,}0\cdot 10^6 N$	$+2{,}0\cdot 10^6 N$	$+3{,}0\cdot 10^6 N$	$-1{,}5\cdot 10^6 N$	$-3{,}0\cdot 10^6 N$
N	$-1{,}0\cdot 10^6 N$	$-2{,}0\cdot 10^6 N$	$-3{,}0\cdot 10^6 N$	$+1{,}5\cdot 10^6 N$	$+3{,}0\cdot 10^6 N$
f	$+0{,}44\,mm$	$+0{,}89\,mm$	$+1{,}33\,mm$	$-0{,}67\,mm$	$-1{,}33\,mm$

Pour le calcul du ferraillage suivant la méthode de Capra Maury, on applique un résonnement analogique aux cas analytiques simples proposés dans le cas test relatif à cette méthode, à savoir ssls134.

2.3 Incertitudes sur la solution

La solution est analytique. Les différences entre la solution analytique et la solution de référence en non-régression sont dues au fait que la poutre est assez peu élancée (rapport H/L élevé) et on s'approche donc des limites du modèle d'Euler-Bernoulli.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise des éléments DKT.

3.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 400 éléments de type QUAD4.

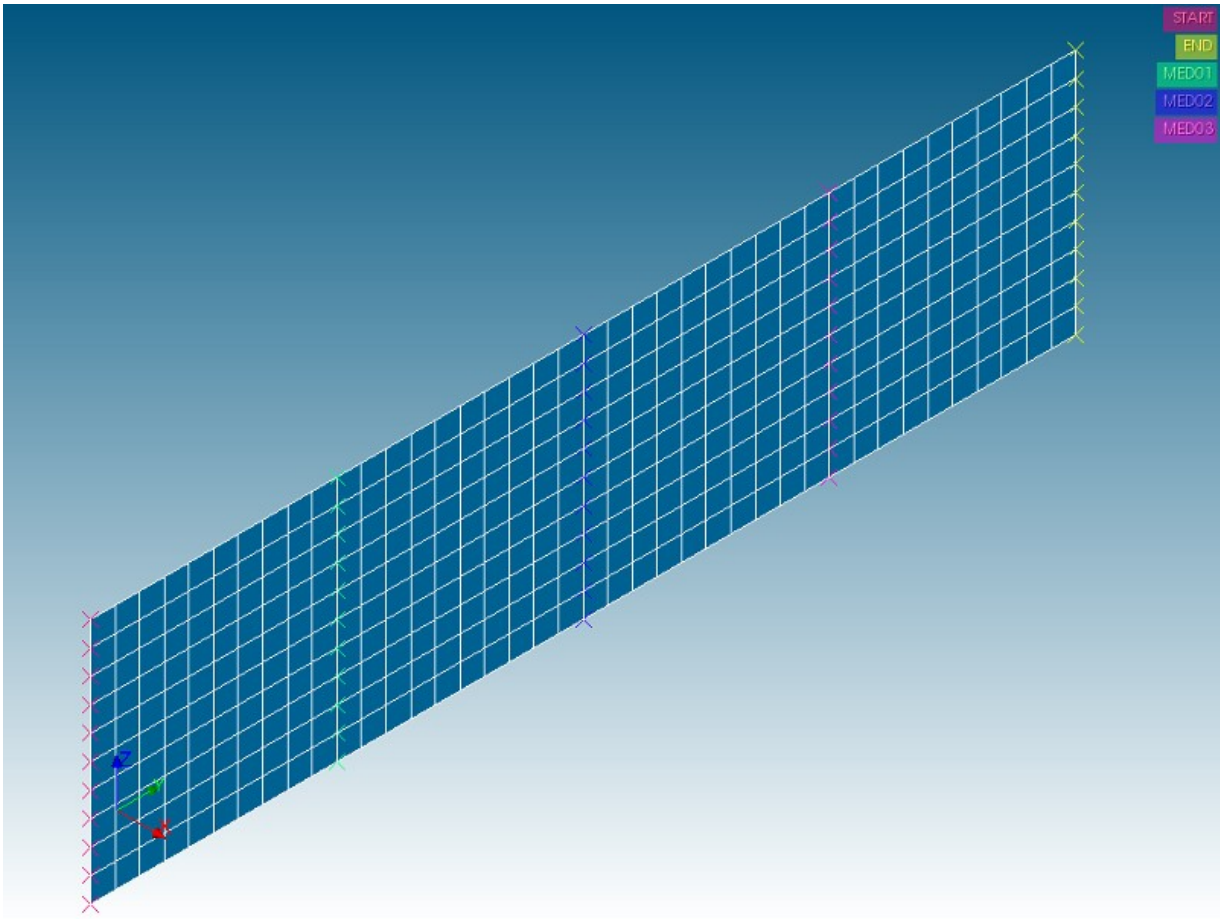


Figure 4. Maillage de la géométrie

3.3 Grandeurs testées et résultats

On propose de relever les valeurs des différents champs de grandeurs au droit du point ‘N2’, obtenu à l’intersection des deux lignes ‘END’ et ‘LOWER’ ; en gros, c’est le point de coordonnées (0,12000,-1500).

On commence pour ce fait par tester les valeurs des flèches et rétrécissements/allongements obtenus, en comparant ces valeurs aux valeurs théoriques proposées au niveau du §2.2.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Identification	Valeur calculée (mm)	Erreur relative (%)
Point $N2$ - DZ / Cas 'shearLd1'	-44,237	3,84
Point $N2$ - DZ / Cas 'shearLd2'	-88,474	3,84
Point $N2$ - DZ / Cas 'shearLd3'	-132,711	3,84
Point $N2$ - DY / Cas 'tractLd1'	0,437	6,92
Point $N2$ - DY / Cas 'tractLd2'	0,874	1,81
Point $N2$ - DY / Cas 'tractLd3'	1,311	1,44
Point $N2$ - DY / Cas 'comprLd1'	-0,655	2,17
Point $N2$ - DY / Cas 'comprLd2'	-1,311	1,44

On propose ensuite de relever les valeurs prises par la composante 'DNSYI' du champ de ferraillage au niveau de la maille encerclant le nœud 'N2' (dans le fichier de commande, cette maille porte le nom de 'EXTREMITE') :

Identification	Valeur calculée (mm^2)
Maille $EXTREMITE$ - $DNSXI$ / Cas 'shearLd1'	1,769
Maille $EXTREMITE$ - $DNSXI$ / Cas 'shearLd2'	1,559
Maille $EXTREMITE$ - $DNSXI$ / Cas 'shearLd3'	2,510
Maille $EXTREMITE$ - $DNSXI$ / Cas 'tractLd1'	0,045
Maille $EXTREMITE$ - $DNSXI$ / Cas 'tractLd2'	0,045
Maille $EXTREMITE$ - $DNSXI$ / Cas 'tractLd3'	0,072
Maille $EXTREMITE$ - $DNSXI$ / Cas 'comprLd1'	0,051
Maille $EXTREMITE$ - $DNSXI$ / Cas 'comprLd2'	0,108
Maille $EXTREMITE$ - $DNSXI$ / Cas 'COMB_DIME_ACIER'	2,510
Maille $EXTREMITE$ - $DNSXI$ / Cas 'COMB_DIME_ORDRE'	3

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Synthèse des résultats

Ce test permet de mettre en évidence la validité des calculs de densité de ferraillage sur des cas simples.

Les résultats obtenus avec le modèle sont en effet conformes aux valeurs déterminées de façon analytique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)