SSLS134 – Calcul du ferraillage des plaques

Résumé :

Ce test concerne la vérification analytique des densités de ferraillage calculées à l'aide de l'opérateur CALC_FERRAILLAGE.
Plusieurs cas de chargements sont étudiés à l'ELU, l'ELS (Caractéristique) et l'ELS QP.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

On considère une plaque carrée de coté $1\,m$ et d'épaisseur $0{,}2\,m$.

1.2 Propriétés du matériau

Néant.

1.3 Conditions aux limites et chargements

On n'appelle pas d'opérateur de résolution mécanique, on donne en entrée de CALC_FERRAILLAGE des champs d'efforts généralisés analytiques, correspondant à l'une des configurations suivantes :

1.3.1 Cas de chargements à l'ELU

1. force de compression de $1\,000\,000\,\mathrm{N}$ exercée suivant l'axe Y , et un effort tranchant de $100\,000\,\mathrm{N}$ suivant Y
2. force de traction de $1\,000\,000\,\mathrm{N}$ exercée suivant l'axe X , et un effort tranchant de $-600\,000\,\mathrm{N}$ suivant X
3. force de traction de $1\,000\,000\,\mathrm{N}$ exercée suivant l'axe Y ,et un effort tranchant de $-20\,000\,\mathrm{N}$ suivant X et de $80\,000\,\mathrm{N}$ suivant Y
4. moment de flexion de $100\,000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe Y .
5. moment de flexion de $100\,000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe X .
6. moment de flexion de $100\,000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe X et force de compression de $100\,000\,\mathrm{N}$ exercée suivant l'axe X
7. moment de flexion de $100\,000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe X et force de traction de $100\,000\,\mathrm{N}$ exercée suivant l'axe X
8. moment de flexion de $100\,000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe X et force de traction de $2\,000\,000\,\mathrm{N}$ exercée suivant l'axe X
9. moment de flexion de $100\,000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe X et moment de flexion de $-75\,000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe Y
10. moment de flexion de $-150\,000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe Y .
11. moment de flexion de $-260\,000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe Y .
12. moment de flexion de $-380\,000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe Y .
13. force de compression de $1\,500\,000\,\mathrm{N}$ exercée suivant l'axe Y , et un effort tranchant de $800\,000\,\mathrm{N}$ suivant Y
14. moment de flexion de $380\,000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe X , force de compression de $4\,500\,000\,\mathrm{N}$ exercée suivant l'axe X , et un effort tranchant de $100\,000\,\mathrm{N}$ suivant Y

1.3.2 Cas de chargements à l'ELS Caractéristique

1. force de compression de $1\,000\,000\,\mathrm{N}$ exercée suivant l'axe Y , et un effort tranchant de $100\,000\,\mathrm{N}$ suivant Y
2. force de traction de $1\,000\,000\,\mathrm{N}$ exercée suivant l'axe X , et un effort tranchant de $-600\,000\,\mathrm{N}$ suivant X
3. force de traction de $1\,000\,000\,\mathrm{N}$ exercée suivant l'axe Y ,et un effort tranchant de $-20\,000\,\mathrm{N}$ suivant X et de $80\,000\,\mathrm{N}$ suivant Y
4. moment de flexion de $100\,000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe Y .
5. moment de flexion de $100\,000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe X .

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6. moment de flexion de $300\,000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe X et force de compression de $20\,000\,\mathrm{N}$ exercée suivant l'axe X
7. moment de flexion de $100\,000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe X et force de traction de $100\,000\,\mathrm{N}$ exercée suivant l'axe X
8. moment de flexion de $100\,000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe X et force de traction de $2\,000\,000\,\mathrm{N}$ exercée suivant l'axe X
9. moment de flexion de $100\,000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe X et moment de flexion de $-75000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe Y
10. moment de flexion de $-300\,000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe Y .

1.3.3 Cas de chargements à l'ELS Quasi Permanent

1. force de compression de $1\,000\,000\,\mathrm{N}$ exercée suivant l'axe Y , et un effort tranchant de $100\,000\,\mathrm{N}$ suivant Y
2. force de traction de $1\,000\,000\,\mathrm{N}$ exercée suivant l'axe X, et un effort tranchant de $-600\,000\,\mathrm{N}$ suivant X
3. force de traction de $1\,000\,000\,\mathrm{N}$ exercée suivant l'axe Y ,et un effort tranchant de $-20\,000\,\mathrm{N}$ suivant X et de $80\,000\,\mathrm{N}$ suivant Y
4. moment de flexion de $100\,000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe Y .
5. moment de flexion de $100\,000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe X .
6. moment de flexion de $300\,000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe X et force de compression de $15\,000\,\mathrm{N}$ exercée suivant l'axe X
7. moment de flexion de $100\,000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe X et force de traction de $100\,000\,\mathrm{N}$ exercée suivant l'axe X
8. moment de flexion de $100\,000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe X et force de traction de $2\,000\,000\,\mathrm{N}$ exercée suivant l'axe X
9. moment de flexion de $100\,000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe X et moment de flexion de $-75000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe Y
10. moment de flexion de $-125\,000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe Y .

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1.4 Autres paramètres de calcul

1.4.1 Paramètres à l'ELU

On considérera à l'ELU 9 configurations sur lesquelles on lancera le calcul des 14 cas de chargements présentés au niveau du §1.3.1 :

- Configuration 1 - Calcul de base :

  - calcul à l'EC2
  - enrobage supérieur de c_{sup} = 4 cm
  - enrobage inférieur de c_{inf} = 4 cm
  - limite d'élasticité de l'acier f_{yk} = 500 MPa
  - module d'Young de l'acier E_{ys} = 210 000 MPa
  - type diagramme (σ - ε) pour l'acier = 'B2'
  - résistance caractéristique du béton f_{ck} = 35 MPa
  - masse volumique de l'acier ρ_s = 7800 Kg/m ^{3}
  - α_{cc} = 1.0 / γ_c = 1.5 / γ_s = 1.15

- Configuration 2 - Prise en compte du ferraillage de compression :

  - calcul à l'EC2
  - **FERR_COMP = 'OUI'**
  - enrobage supérieur de c_{sup} = 4 cm
  - enrobage inférieur de c_{inf} = 4 cm
  - limite d'élasticité de l'acier f_{yk} = 500 MPa
  - module d'Young de l'acier E_{ys} = 210 000 MPa
  - type diagramme (σ - ε) pour l'acier = 'B2'
  - résistance caractéristique du béton f_{ck} = 35 MPa
  - masse volumique de l'acier ρ_s = 7800 Kg/m ^{3}
  - α_{cc} = 1.0 / γ_c = 1.5 / γ_s = 1.15

- Configuration 3 - Prise en compte du ferraillage minimum cf. EC2 :

  - calcul à l'EC2
  - **FERR_COMP = 'OUI'**
  - **FERR_MIN = 'CODE'**
  - enrobage supérieur de c_{sup} = 4 cm
  - enrobage inférieur de c_{inf} = 4 cm
  - limite d'élasticité de l'acier f_{yk} = 500 MPa
  - module d'Young de l'acier E_{ys} = 210 000 MPa
  - type diagramme (σ - ε) pour l'acier = 'B2'
  - résistance caractéristique du béton f_{ck} = 35 MPa
  - masse volumique de l'acier ρ_s = 7800 Kg/m ^{3}
  - α_{cc} = 1.0 / γ_c = 1.5 / γ_s = 1.15

- Configuration 4 - Prise en compte d'un ferraillage minimum renseigné par l'utilisateur :

  - calcul à l'EC2
  - **FERR_COMP = 'OUI'**
  - **FERR_MIN = 'OUI'**
  - **RHO_LONGI_MIN = 0.0013,**
  - **RHO_TRNSV_MIN = 0.,**
  - enrobage supérieur de c_{sup} = 4 cm
  - enrobage inférieur de c_{inf} = 4 cm
  - limite d'élasticité de l'acier f_{yk} = 500 MPa
  - module d'Young de l'acier E_{ys} = 210 000 MPa
  - type diagramme (σ-ε) pour l'acier = 'B2'
  - résistance caractéristique du béton f_{ck} = 35 MPa
  - masse volumique de l'acier ρ_s = 7800 Kg/m^3
  - α_{cc} = 1.0 / γ_c = 1.5 / γ_s = 1.15

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

- Configuration 5 - Changement du type du diagramme (σ-ε) pour l'acier :

  - calcul à l'EC2
  - **FERR_COMP = 'OUI'**
  - **FERR_MIN = 'CODE'**
  - enrobage supérieur de c_{sup} = 4 cm
  - enrobage inférieur de c_{inf} = 4 cm
  - limite d'élasticité de l'acier f_{yk} = 500 MPa
  - module d'Young de l'acier E_{ys} = 210 000 MPa
  - type diagramme (σ - ε) pour l'acier = 'B1'
  - résistance caractéristique du béton f_{ck} = 35 MPa
  - masse volumique de l'acier ρ_s = 7800 Kg/m ^{3}
  - α_{cc} = 1.0 / γ_c = 1.5 / γ_s = 1.15

- Configuration 6 - Prise en compte de l'impact de la compression sur la résistance à l'effort tranchant :

  - calcul à l'EC2
  - **FERR_COMP = 'OUI'**
  - **FERR_MIN = 'CODE'**
  - **UTIL_COMPR = ' OUI '**
  - enrobage supérieur de c_{sup} = 4 cm
  - enrobage inférieur de c_{inf} = 4 cm
  - limite d'élasticité de l'acier f_{yk} = 500 MPa
  - module d'Young de l'acier E_{ys} = 210 000 MPa
  - type diagramme (σ - ε) pour l'acier = 'B2'
  - résistance caractéristique du béton f_{ck} = 35 MPa
  - masse volumique de l'acier ρ_s = 7800 Kg/m ^{3}
  - α_{cc} = 1.0 / γ_c = 1.5 / γ_s = 1.15

- Configuration 7 - Prise en compte de l'impact de l'effort tranchant et de la torsion sur le ferraillage longitudinal :

  - calcul à l'EC2
  - **FERR_COMP = 'OUI'**
  - **FERR_MIN = 'CODE'**
  - **EPURE_CISA = ' OUI '**
  - enrobage supérieur de c_{sup} = 4 cm
  - enrobage inférieur de c_{inf} = 4 cm
  - limite d'élasticité de l'acier f_{yk} = 500 MPa
  - module d'Young de l'acier E_{ys} = 210 000 MPa
  - type diagramme (σ - ε) pour l'acier = 'B2'
  - résistance caractéristique du béton f_{ck} = 35 MPa
  - masse volumique de l'acier ρ_s = 7800 Kg/m ^{3}
  - α_{cc} = 1.0 / γ_c = 1.5 / γ_s = 1.15

- Configuration 8 - Recherche d'un ferraillage symétrique de dimensionnement :

  - calcul à l'EC2
  - **FERR_COMP = 'OUI'**
  - **FERR_ SYME = ' OUI '**
  - **SEUIL_SYME = 1** cm ^{2}
  - enrobage supérieur de c_{sup} = 4 cm
  - enrobage inférieur de c_{inf} = 4 cm
  - limite d'élasticité de l'acier f_{yk} = 500 MPa
  - module d'Young de l'acier E_{ys} = 210 000 MPa
  - type diagramme (σ - ε) pour l'acier = 'B2'
  - résistance caractéristique du béton f_{ck} = 35 MPa
  - masse volumique de l'acier ρ_s = 7800 Kg/m ^{3}
  - α_{cc} = 1.0 / γ_c = 1.5 / γ_s = 1.15

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

- Configuration 9 - Variation du seuil de recherche d'un ferraillage symétrique de dimensionnement :

  - calcul à l'EC2
  - **FERR_COMP = 'OUI'**
  - **FERR_ SYME = ' OUI '**
  - **SEUIL_SYME = 10** cm ^{2}
  - enrobage supérieur de c_{sup} = 4 cm
  - enrobage inférieur de c_{inf} = 4 cm
  - limite d'élasticité de l'acier f_{yk} = 500 MPa
  - module d'Young de l'acier E_{ys} = 210 000 MPa
  - type diagramme (σ - ε) pour l'acier = 'B2'
  - résistance caractéristique du béton f_{ck} = 35 MPa
  - masse volumique de l'acier ρ_s = 7800 Kg/m ^{3}
  - α_{cc} = 1.0 / γ_c = 1.5 / γ_s = 1.15

- Configuration 10 - Dimensionnement au BAEL91 :

  - calcul au BAEL91
  - enrobage supérieur de c_{sup} = 4 cm
  - enrobage inférieur de c_{inf} = 4 cm
  - limite d'élasticité de l'acier f_E = 500 MPa
  - module d'Young de l'acier E_{ys} = 210 000 MPa
  - type diagramme (σ - ε) pour l'acier = 'B2'
  - résistance caractéristique du béton f_{cJ} = 35 MPa
  - masse volumique de l'acier ρ_s = 7800 Kg/m ^{3}
  - α_{cc} = 1.0 / γ_c = 1.5 / γ_s = 1.15

- Configuration 11 - Changement de la classe d'acier (A) :

  - calcul à l'EC2
  - **FERR_COMP = 'OUI'**
  - **CLASSE_ACIER = 'A'**
  - enrobage supérieur de c_{sup} = 4 cm
  - enrobage inférieur de c_{inf} = 4 cm
  - limite d'élasticité de l'acier f_{yk} = 500 MPa
  - module d'Young de l'acier E_{ys} = 210 000 MPa
  - type diagramme (σ-ε) pour l'acier = 'B2'
  - résistance caractéristique du béton f_{ck} = 35 MPa
  - masse volumique de l'acier ρ_s = 7800 Kg/m^3
  - α_{cc} = 1.0 / γ_c = 1.5 / γ_s = 1.15

- Configuration 12 - Changement de la classe d'acier (C) :

  - calcul à l'EC2
  - **FERR_COMP = 'OUI'**
  - **CLASSE_ACIER = 'C'**
  - enrobage supérieur de c_{sup} = 4 cm
  - enrobage inférieur de c_{inf} = 4 cm
  - limite d'élasticité de l'acier f_{yk} = 500 MPa
  - module d'Young de l'acier E_{ys} = 210 000 MPa
  - type diagramme (σ-ε) pour l'acier = 'B2'
  - résistance caractéristique du béton f_{ck} = 35 MPa
  - masse volumique de l'acier ρ_s = 7800 Kg/m^3
  - α_{cc} = 1.0 / γ_c = 1.5 / γ_s = 1.15

- Configuration 13 - Calcul du ferraillage avec la méthode 'SANDWICH' :

  - calcul à l'EC2
  - **FERR_COMP = 'OUI'**
  - **METHODE_2D = 'Sandwich'**
  - enrobage supérieur de c_{sup} = 4 cm

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

- enrobage inférieur de c_{inf} = 4 cm
- limite d'élasticité de l'acier f_{yk} = 500 MPa
- module d'Young de l'acier E_{ys} = 210 000 MPa
- type diagramme (σ-ε) pour l'acier = 'B2'
- résistance caractéristique du béton f_{ck} = 35 MPa
- masse volumique de l'acier ρ_s = 7800 Kg/m^3
- α_{cc} = 1.0 / γ_c = 1.5 / γ_s = 1.15

• Configuration 14 - Calcul du ferraillage avec la méthode 'SANDWICH' + Variation des critères de précision :

- calcul à l'EC2
- **FERR_COMP = 'OUI'**
- **METHODE_2D = 'Sandwich'**
- **THETA_ITER = 1.0**
- **EP_ITER = 0.02**
- **ALPHA_ITER = 0.15**
- enrobage supérieur de c_{sup} = 4 cm
- enrobage inférieur de c_{inf} = 4 cm
- limite d'élasticité de l'acier f_{yk} = 500 MPa
- module d'Young de l'acier E_{ys} = 210 000 MPa
- type diagramme (σ-ε) pour l'acier = 'B2'
- résistance caractéristique du béton f_{ck} = 35 MPa
- masse volumique de l'acier ρ_s = 7800 Kg/m^3
- α_{cc} = 1.0 / γ_c = 1.5 / γ_s = 1.15

• Configuration 15 - Calcul du ferraillage avec la méthode 'SANDWICH' + Non prise en compte du §6.109 de l'EN-1992-2 :

- calcul à l'EC2
- **FERR_COMP = 'OUI'**
- **METHODE_2D = 'Sandwich'**
- **COND_109 = 'NON'**
- enrobage supérieur de c_{sup} = 4 cm
- enrobage inférieur de c_{inf} = 4 cm
- limite d'élasticité de l'acier f_{yk} = 500 MPa
- module d'Young de l'acier E_{ys} = 210 000 MPa
- type diagramme (σ-ε) pour l'acier = 'B2'
- résistance caractéristique du béton f_{ck} = 35 MPa
- masse volumique de l'acier ρ_s = 7800 Kg/m^3
- α_{cc} = 1.0 / γ_c = 1.5 / γ_s = 1.15

1.4.2 Paramètres à l'ELS Caractéristique

On considérera à l'ELS Caractéristique 4 configurations sur lesquelles on lancera le calcul des 10 cas de chargements présentés au niveau du §1.3.2 :

• Configuration 1 - Calcul de base :

- calcul à l'EC2
- enrobage supérieur de c_{sup} = 4 cm
- enrobage inférieur de c_{inf} = 4 cm
- résistance caractéristique du béton f_{ck} = 35 MPa
- contrainte limite autorisée dans l'acier : $\sigma_{s,lim}$ = 400 MPa
- contrainte limite de compression autorisée au niveau de la face inférieure de béton : $\sigma_{c,inf,lim}$ = 21 MPa
- contrainte limite de compression autorisée au niveau de la face inférieure de béton : $\sigma_{c,sup,lim}$ = 21 MPa
- coefficient d'équivalence acier-béton : α_E = 21
- masse volumique de l'acier ρ_s = 7800 Kg/m^3

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

- Configuration 2 - Prise en compte du ferraillage de compression :

  - calcul à l'EC2
  - **FERR_COMP = 'OUI'**
  - enrobage supérieur de c_{sup} = 4 cm
  - enrobage inférieur de c_{inf} = 4 cm
  - résistance caractéristique du béton f_{ck} = 35 MPa
  - contrainte limite autorisée dans l'acier : $\sigma_{s,lim}$ = 400 MPa
  - contrainte limite de compression autorisée au niveau de la face inférieure de béton : $\sigma_{c,inf,lim}$ = 21 MPa
  - contrainte limite de compression autorisée au niveau de la face inférieure de béton : $\sigma_{c,sup,lim}$ = 21 MPa
  - coefficient d'équivalence acier-béton : α_E = 21
  - masse volumique de l'acier ρ_s = 7800 Kg/m ^{3}

- Configuration 3 - Recherche d'un ferraillage symétrique de dimensionnement :

  - calcul à l'EC2
  - **FERR_COMP = 'OUI'**
  - **FERR_ SYME = ' OUI '**
  - **SEUIL_SYME = 10** cm ^{2}
  - enrobage supérieur de c_{sup} = 4 cm
  - enrobage inférieur de c_{inf} = 4 cm
  - résistance caractéristique du béton f_{ck} = 35 MPa
  - contrainte limite autorisée dans l'acier : $\sigma_{s,lim}$ = 400 MPa
  - contrainte limite de compression autorisée au niveau de la face inférieure de béton : $\sigma_{c,inf,lim}$ = 21 MPa
  - contrainte limite de compression autorisée au niveau de la face inférieure de béton : $\sigma_{c,sup,lim}$ = 21 MPa
  - coefficient d'équivalence acier-béton : α_E = 21
  - masse volumique de l'acier ρ_s = 7800 Kg/m ^{3}

- Configuration 4 - Calcul au BAEL91

  - calcul au BAEL91
  - **FERR_COMP = 'OUI'**
  - enrobage supérieur de c_{sup} = 4 cm
  - enrobage inférieur de c_{inf} = 4 cm
  - résistance caractéristique du béton f_{CJ} = 35 MPa
  - contrainte limite autorisée dans l'acier : $\sigma_{s,lim}$ = 400 MPa
  - contrainte limite de compression autorisée au niveau de la face inférieure de béton : $\sigma_{c,inf,lim}$ = 21 MPa
  - contrainte limite de compression autorisée au niveau de la face inférieure de béton : $\sigma_{c,sup,lim}$ = 21 MPa
  - coefficient d'équivalence acier-béton : N = 21
  - masse volumique de l'acier ρ_s = 7800 Kg/m ^{3}

1.4.3 Paramètres à l'ELS Quasi Permanent

On considérera à l'ELS Permanent 4 configurations sur lesquelles on lancera le calcul des 10 cas de chargements présentés au niveau du §1.3.3 :

- Configuration 1 - Calcul de base :

  - calcul à l'EC2
  - enrobage supérieur de c_{sup} = 4 cm
  - enrobage inférieur de c_{inf} = 4 cm
  - résistance caractéristique du béton f_{ck} = 35 MPa
  - limite d'élasticité de l'acier : f_{yk} = 500 MPa
  - module d'Young de l'acier : E_{ys} = 210 000 MPa
  - ouverture maximale de fissures autorisée en face inférieure : $w_{max,inf}$ = 0.15 mm
  - ouverture maximale de fissures autorisée en face supérieure : $w_{max,sup}$ = 0.15 mm

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

- coefficient de durée de chargement : $k_t = 0.6$
- contrainte limite de compression autorisée dans le béton pour la maitrise du fluage non linéaire : $\sigma_{c,\ lim,NL} = 15.75$ MPa
- diamètre estimatif des barres en face inférieure suivant l'axe X : $\Phi_{INF,X} = 25$ mm
- diamètre estimatif des barres en face supérieure suivant l'axe X : $\Phi_{SUP,X} = 25$ mm
- diamètre estimatif des barres en face inférieure suivant l'axe Y : $\Phi_{INF,Y} = 25$ mm
- diamètre estimatif des barres en face supérieure suivant l'axe Y : $\Phi_{SUP,Y} = 25$ mm
- coefficient d'équivalence acier-béton : $\alpha_E = 21$
- masse volumique de l'acier $\rho_s = 7800$ Kg/m ^{3}

- Configuration 2 - Prise en compte du ferraillage de compression :

- calcul à l'EC2
- **FERR_COMP = 'OUI'**
- enrobage supérieur de $c_{sup} = 4$ cm
- enrobage inférieur de $c_{inf} = 4$ cm
- résistance caractéristique du béton $f_{ck} = 35$ MPa
- limite d'élasticité de l'acier : $f_{yk} = 500$ MPa
- module d'Young de l'acier : $E_{ys} = 210\ 000$ MPa
- ouverture maximale de fissures autorisée en face inférieure : $w_{max,inf} = 0.15$ mm
- ouverture maximale de fissures autorisée en face supérieure : $w_{max,sup} = 0.15$ mm
- coefficient de durée de chargement : $k_t = 0.6$
- contrainte limite de compression autorisée dans le béton pour la maitrise du fluage non linéaire : $\sigma_{c,\ lim,NL} = 15.75$ MPa
- diamètre estimatif des barres en face inférieure suivant l'axe X : $\Phi_{INF,X} = 25$ mm
- diamètre estimatif des barres en face supérieure suivant l'axe X : $\Phi_{SUP,X} = 25$ mm
- diamètre estimatif des barres en face inférieure suivant l'axe Y : $\Phi_{INF,Y} = 25$ mm
- diamètre estimatif des barres en face supérieure suivant l'axe Y : $\Phi_{SUP,Y} = 25$ mm
- coefficient d'équivalence acier-béton : $\alpha_E = 21$
- masse volumique de l'acier $\rho_s = 7800$ Kg/m ^{3}

- Configuration 3 - Recherche d'un ferraillage symétrique de dimensionnement :

- calcul à l'EC2
- **FERR_COMP = 'OUI'**
- **FERR_SYME = 'OUI'**
- **SEUIL_SYME = 10** cm ^{2}
- enrobage supérieur de $c_{sup} = 4$ cm
- enrobage inférieur de $c_{inf} = 4$ cm
- résistance caractéristique du béton $f_{ck} = 35$ MPa
- limite d'élasticité de l'acier : $f_{yk} = 500$ MPa
- module d'Young de l'acier : $E_{ys} = 210\ 000$ MPa
- ouverture maximale de fissures autorisée en face inférieure : $w_{max,inf} = 0.15$ mm
- ouverture maximale de fissures autorisée en face supérieure : $w_{max,sup} = 0.15$ mm
- coefficient de durée de chargement : $k_t = 0.6$
- contrainte limite de compression autorisée dans le béton pour la maitrise du fluage non linéaire : $\sigma_{c,\ lim,NL} = 15.75$ MPa
- diamètre estimatif des barres en face inférieure suivant l'axe X : $\Phi_{INF,X} = 25$ mm
- diamètre estimatif des barres en face supérieure suivant l'axe X : $\Phi_{SUP,X} = 25$ mm
- diamètre estimatif des barres en face inférieure suivant l'axe Y : $\Phi_{INF,Y} = 25$ mm
- diamètre estimatif des barres en face supérieure suivant l'axe Y : $\Phi_{SUP,Y} = 25$ mm
- coefficient d'équivalence acier-béton : $\alpha_E = 21$
- masse volumique de l'acier $\rho_s = 7800$ Kg/m ^{3}

- Configuration 4 - Calcul au BAEL91

- calcul au BAEL91
- **FERR_COMP = 'OUI'**
- enrobage supérieur de $c_{sup} = 4$ cm
- enrobage inférieur de $c_{inf} = 4$ cm
- résistance caractéristique du béton $f_{ck} = 35$ MPa

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

- limite d'élasticité de l'acier : f_{yk} = 500 MPa
- module d'Young de l'acier : E_{ys} = 210 000 MPa
- ouverture maximale de fissures autorisée en face inférieure : $w_{max,inf}$ = 0.15 mm
- ouverture maximale de fissures autorisée en face supérieure : $w_{max,sup}$ = 0.15 mm
- coefficient de durée de chargement : k_t = 0.6
- contrainte limite de compression autorisée dans le béton pour la maitrise du fluage non linéaire : $\sigma_{c,\ lim,NL}$ = 15.75 MPa
- diamètre estimatif des barres en face inférieure suivant l'axe X : $\Phi_{INF,X}$ = 25 mm
- diamètre estimatif des barres en face supérieure suivant l'axe X : $\Phi_{SUP,X}$ = 25 mm
- diamètre estimatif des barres en face inférieure suivant l'axe Y : $\Phi_{INF,Y}$ = 25 mm
- diamètre estimatif des barres en face supérieure suivant l'axe Y : $\Phi_{SUP,Y}$ = 25 mm
- coefficient d'équivalence acier-béton : α_E = 21
- masse volumique de l'acier ρ_s = 7800 Kg/m ^{3}

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul

Les densités des aciers longitudinaux sont calculées selon la méthode de Capra et Maury. Compte tenu des directions des efforts, la facette « dimensionnante » est évidente. Le calcul analytique se résume donc à un calcul de section permettant de déterminer les efforts auxquels sont soumis les 2 lits d'acier (supérieur et inférieur).

2.2 Grandeurs et résultats de référence

2.2.1 Calculs à l'ELU

On donnera le détail du calcul vis-à-vis du cas par défaut (Configuration 1 + Configuration 2 pour le cas où un acier de compression est requis).

2.2.1.1 Cas de chargement 1

La plaque est soumise à une compression de $N_{yy}=-1\,000\,000\,\mathrm{N}$ et à un effort tranchant $Q_y=100\,000\,\mathrm{N}$.

Ferraillage longitudinal :
La résistance du béton non armé à la compression est donnée par :

$$N_{Rd}=A_c\times f_{cd}=0{,}20\,m\times 1{,}0\,m\times\left(\frac{35\,MPa}{1{,}5}\right)=4{,}67\,\mathrm{MN}>1\,\mathrm{MN}$$

Par conséquent, la section est en Pivot C (Cas d'une déformation uniforme) tel que le béton puisse résister à lui seul à l'effort ⇒ pas de ferraillage longitudinal requis.

Ferraillage transversal :

Pour le calcul au BAEL, seul l'effort tranchant est pris en compte :

$$A_{ST}=\frac{\sqrt{Q_x^2+Q_y^2}}{z\left(\cot\theta+\cot\alpha\right)\sin\alpha\,\sigma_s}=\frac{\sqrt{Q_x^2+Q_y^2}}{z\,\sigma_s}\quad\text{où}\quad\alpha=90°\ \text{et}\ \theta=45°\ \text{et}\ z=0{,}9\left(h-c\right)$$

Soit $A_{ST}=15{,}967\,cm^2/m^2$

A l'Eurocode 2, le calcul du ferraillage transversal est différent, il tient compte de l'effort normal de compression et il s'agit de commencer par vérifier la résistance du béton non ferraillé transversalement à l'effort tranchant, donnée par la formule ci-dessous :

$$V_{Rd,c}=\left[max\left(C_{Rd,c}k\left(100\,\rho_l f_{ck}\right)^{1/3};v_{min}\right)+k_1\,\sigma_{cp}\right]\times d$$

Soit :

$$V_{Rd,c}=\left[max\left(\frac{0{,}18}{1{,}5}\cdot\left(1+\sqrt{\frac{200}{160}}\right)\cdot\left(100\times 0\times 35\right)^{1/3};\frac{0{,}35}{1{,}5}\cdot 35^{0{,}5}\right)+0{,}15\times\left(\frac{1{,}0}{0{,}20}\right)\right]\times 0{,}16=341\,000\,N$$

C e terme est supérieur à la valeur maximale des efforts tranchants de 'facettes', obtenu pour la facette orientée perpendiculairement à l'axe Y de la plaque ($\theta=\frac{\pi}{2}$), et qui vaut 100 000 N.
Par conséquent, aucun ferraillage transversal est requis.

2.2.1.2 Cas de chargement 2

La plaque est soumise à un effort de traction de $N_{xx}=1\,000\,000\,\mathrm{N}$ selon l'axe X et à un effort tranchant $Q_x=-600\,000\,\mathrm{N}$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Ferraillage longitudinal :
Il s'agit d'une section entièrement tendue de manière symétrique.

La section d'acier est donc égale à $A_S = \frac{N}{f_{yd}} = \frac{N}{(f_{yk}/\gamma_s)}$ (Pivot A – Cas d'une déformation uniforme).

Chaque lit d'armatures reprend donc la moitié de l'effort soit : $A_{SXS} = A_{SXI} = \frac{A_S}{2} = 11{,}5\,cm^2$

Ferraillage transversal :
Pour le BAEL, seul l'effort tranchant est pris en compte :

$A_{ST} = \frac{\sqrt{Q_x^2+Q_y^2}}{z(\cot\theta+\cot\alpha)\sin\alpha\,\sigma_s} = \frac{\sqrt{Q_x^2+Q_y^2}}{z\,\sigma_s}$ où $\alpha = 90°$ et $\theta = 45°$

Pour le code « utilisateur » $A_{ST} = 95{,}785\,cm^2/m^2$, pour le code BAEL $A_{ST} = 95{,}833\,cm^2/m^2$

A l'Eurocode 2, le calcul du ferraillage transversal est différent, il tient compte de l'effort normal de compression (dans le présent cas, s'agissant d'un effort de traction, pas d'impact) et il s'agit de commencer par vérifier la résistance du béton non ferraillé transversalement à l'effort tranchant, donnée par la formule ci-dessous :

$$V_{Rd,c} = [max(C_{Rd,c}\,k(100\,\rho_l f_{ck})^{1/3}; v_{min}) + k_1\,\sigma_{cp}] \times d$$

Soit :

$$V_{Rd,c} = [max(\frac{0{,}18}{1{,}5}\cdot(1+\sqrt{\frac{200}{160}})\cdot(100\times(\frac{11{,}5\cdot 10^{-4}}{0{,}16})\times 35)^{1/3}; \frac{0{,}35}{1{,}5}\cdot 35^{0{,}5}) + 0{,}15\times(\frac{0}{0{,}20})] \times 0{,}16 = 220\,867\,N$$

C e terme est inférieur à la valeur maximale des efforts tranchants de 'facettes', obtenu pour la facette orientée perpendiculairement à l'axe X de la plaque ($\theta = 0$), et qui vaut 6 00 000 N.

Par conséquent, un ferraillage transversal est requis, et est calculé suivant le modèle du treillis de Ritter-Mosche ; on obtient au final :

$A_{SXT} = 40{,}11\,cm^2/m^2$ et $A_{SYT} = 14{,}09\,cm^2/m^2$

2.2.1.3 Cas de chargement 3

La plaque est soumise à un effort de traction de $N_{yy} = 1\,000\,000\,\mathrm{N}$ selon l'axe Y et d'un effort tranchant $Q_x = -20\,000\,\mathrm{N}$ et $Q_y = 80\,000\,\mathrm{N}$.

Ferraillage longitudinal :
Les résultats théoriques sont les symétriques de ceux de la configuration 2 : $A_{SYS} = A_{SYI} = 11{,}5\,cm^2$

Ferraillage transversal :
Pour le BAEL, seul l'effort tranchant est pris en compte :

$A_{ST} = \frac{\sqrt{Q_x^2+Q_y^2}}{z(\cot\theta+\cot\alpha)\sin\alpha\,\sigma_s} = \frac{\sqrt{Q_x^2+Q_y^2}}{z\,\sigma_s} = 13.164\,\mathrm{cm^2/m^2}$

où $\alpha = 90°$ et $\theta = 45°$ avec $z = h - 2c$ (BAEL)

A l'Eurocode 2, le calcul du ferraillage transversal est différent, il tient compte de l'effort normal de compression (dans le présent cas, s'agissant d'un effort de traction, pas d'impact) et il s'agit de commencer par vérifier la résistance du béton non ferraillé transversalement à l'effort tranchant, donnée par la formule ci-dessous :

$$V_{Rd,c} = [max(C_{Rd,c}\,k(100\,\rho_l f_{ck})^{1/3}; v_{min}) + k_1\,\sigma_{cp}] \times d$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$$V_{Rd,c}=[max(\frac{0,18}{1,5}\cdot(1+\sqrt{\frac{200}{160}})\cdot(100\times(\frac{11,5\cdot 10^{-4}}{0,16})\times 35)^{1/3};\frac{0,35}{1,5}\cdot 35^{0,5})+0,15\times(\frac{0}{0,20})]\times 0,16=220\,867$$

C e terme est supérieur à la valeur maximale des efforts tranchants de 'facettes'.
Par conséquent, aucun ferraillage transversal est requis.

2.2.1.4 Cas de chargement 4

La plaque est soumise à un moment de flexion suivant Y égal à $M_{yy}=100\,000\,\text{Nm}$. Ce moment de flexion correspond à une fibre supérieure tendue.

A l'ELU :

Le moment ultime réduit $\mu=\frac{M_{yy}}{d^2\sigma_b}=0.167$.
La position relative de la fibre neutre $\alpha=1-\sqrt{1-2\mu}=0.184$.
Le bras de levier réduit $z=d(1-\frac{\alpha}{2})=0.145$.

La section d'armature est donc égale à $A_{SYS}=\frac{M_{yy}}{z\sigma_s}=15.835\,\text{cm}^2/\text{m}$ (lit Y supérieur).

2.2.1.5 Cas de chargement 5

La plaque est soumise à un moment de flexion suivant X égal à $M_{xx}=100\,000\,\text{Nm}$. Ce moment de flexion correspond à une fibre supérieure tendue.
Les résultats théoriques sont les symétriques de ceux de la configuration 4.
La section d'armature est donc égale à $A_{SXS}=15.835\,\text{cm}^2/\text{m}$ (lit X supérieur) à l'ELU.

2.2.1.6 Cas de chargement 6

La plaque est soumise à un moment de flexion suivant X égal à $M_{xx}=100\,000\,\text{Nm}$ et à un effort de compression suivant X égal à $N_{xx}=-100\,000\,\text{N}$.

La section est partiellement tendue.

A l'ELU :

Le moment à reprendre est $M=M_{xx}-N_{xx}(d-\frac{h}{2})=106\,000\,\text{Nm}$

Le moment ultime réduit $\mu=\frac{M}{d^2\sigma_b}=0.177$.
La position relative de la fibre neutre $\alpha=1-\sqrt{1-2\mu}=0.197$.
Le bras de levier réduit $z=d(1-\frac{\alpha}{2})=0.144$.

La section d'armature est donc égale à $A_{SXS}=\frac{M_{xx}}{z\sigma_s}+\frac{N_{xx}}{\sigma_s}=14.601\,\text{cm}^2/\text{m}$ (lit X supérieur).

2.2.1.7 Cas de chargement 7

La plaque est soumise à un moment de flexion suivant X égal à $M_{xx}=100\,000\,\text{Nm}$ et à un effort de traction égal à $N_{xx}=100\,000\,\text{N}$.

Le moment à reprendre est $M=|M_{xx}|-N_{xx}(d-\frac{h}{2})=94\,000\,\text{Nm}$

La section est donc partiellement tendue.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

A l'ELU :

Le moment ultime réduit $\mu = \frac{M}{d^2 \sigma_b} = 0.157$.

La position relative de la fibre neutre $\alpha = 1 - \sqrt{1 - 2\mu} = 0.172$.

Le bras de levier réduit $z = d\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) = 0.146$.

La section d'armature est donc égale à $A_{SXS} = \frac{M_{xx}}{z \sigma_s} + \frac{N_{xx}}{\sigma_s} = 17.085 \text{ cm}^2/\text{m}$ (lit X supérieur).

2.2.1.8 Cas de chargement 8

La plaque est soumise à un moment de flexion suivant X égal à $M_{xx} = 100\,000 \text{ Nm}$ et à un effort de traction égal à $N_{xx} = 2\,000\,000 \text{ N}$ suivant X .

La section est totalement tendue $M = |M_{xx}| - N_{xx}\left(d - \frac{h}{2}\right) = -20\,000 \text{ Nm} < 0$

A l'ELU :

La section d'armature est donc égale à :

$A_{SXS} = \frac{M}{(d-e)\sigma_s} + \frac{N_{xx}}{\sigma_s} = 42.167 \text{ cm}^2/\text{m}$ (lit X supérieur).

$A_{SXI} = \frac{-M}{(d-e)\sigma_s} = 3.833 \text{ cm}^2/\text{m}$ (lit X inférieur).

2.2.1.9 Cas de chargement 9

La plaque est soumise à un moment de flexion suivant X égal à $M_{xx} = 100\,000 \text{ Nm}$ et à un moment de flexion suivant Y égal à $M_{yy} = -75\,000 \text{ Nm}$.

La section est partiellement tendue.

A l'ELU :

La section d'armature suivant X est la même que la configuration 5.

Soit $A_{SXS} = 15.835 \text{ cm}^2/\text{m}$ (lit X inférieur).

Suivant Y :

Le moment ultime réduit $\mu = \frac{M_{yy}}{d^2 \sigma_b} = 0.125$.

La position relative de la fibre neutre $\alpha = 1 - \sqrt{1 - 2\mu} = 0.135$.

Le bras de levier réduit $z = d\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) = 0.149$.

La section d'armature est donc égale à $A_{SYI} = \frac{M_{yy}}{z \sigma_s} = 11.559 \text{ cm}^2/\text{m}$ (lit Y inférieur).

2.2.1.10 Cas de chargement 10

La plaque est soumise à un moment de flexion suivant Y égal à $M_{yy} = -150\,000 \text{ Nm}$.

La section est partiellement tendue.

A l'ELU :

Le moment ultime réduit $\mu = \frac{M_{fx}}{d^2 \sigma_b} = 0.251$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

La position relative de la fibre neutre $\alpha=1-\sqrt{1-2\mu}=0.294$.
Le bras de levier réduit $z=d\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)=0.136$.

La section d'armature est donc égale à $A_{SYI}=\frac{M_{yy}}{z\sigma_s}=25.285\,\text{cm}^2/\text{m}$ (lit Y inférieur).

2.2.1.11 Cas de chargement 11

La plaque est soumise à un moment de flexion suivant Y égal à $M_{yy}=-260\,000\,\text{Nm}$.

La section est partiellement tendue.
Le moment ultime réduit $\mu=\frac{M_{yy}}{d^2\sigma_b}=0.435$.
La position relative de la fibre neutre $\alpha=1-\sqrt{1-2\mu}=0.642$.
Le bras de levier réduit $z=d\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)=0.109$.

La section d'armature est donc égale à $A_{SYI}=\frac{M_{yy}}{z E_A \varepsilon_A}=130.26\,\text{cm}^2/\text{m}$ (lit Y inférieur).
Dans le cas où un ferraillage de compression est possible (CONFIG 2 - `FERR_COMP = 'OUI'`) :

Afin d'éviter que l'acier inférieur tombe dans le domaine 'élastique' de sa loi de comportement (ce qui va à l'encontre d'un raisonnement d'optimisation), on bloque alors la position de la fibre neutre à la profondeur suivante : $\alpha=\alpha_R=\frac{1}{1+\frac{\varepsilon_{sy}}{\varepsilon_{cu2}}}=\frac{1}{1+0.207/0.35}=0.628$ (Pivot B 'bloqué')
L'équilibre des efforts et moments aboutira alors à la détermination des deux inconnues du problème, à savoir les sections d'acier supérieur (acier comprimé) et inférieur (acier tendu) :

$$A_{SYI}\times\sigma_{SYI}+A_{SYS}\times\sigma_{SYS}+F_c=0$$
$$-A_{SYI}\times\sigma_{SYI}\cdot(h-c_{\text{inf}})+A_{SYS}\times\sigma_{SYS}\cdot(h-c_{\text{sup}})+M_c=0$$

Tels que : $\sigma_{SYI}<0\,(Traction)$; $\sigma_{SYS}>0\,(Compression)$

$$F_c=\lambda\cdot\alpha\cdot d\times\eta\cdot f_{cd}\ ;\ M_c=\lambda\cdot\alpha\cdot d\times 0{,}5\cdot(h-\lambda\cdot\alpha\cdot d)\times\eta\cdot f_{cd}$$

On trouvera alors :

$A_{SYI}=50.57\,\text{cm}^2/\text{m}$ et $A_{SYS}=6.83\,\text{cm}^2/\text{m}$

2.2.1.12 Cas de chargement 12

La plaque est soumise à un moment de flexion suivant Y égal à $M_{yy}=-380\,000\,\text{Nm}$.
Le moment ultime réduit est par conséquent :
$\mu=\frac{M_{yy}}{d^2\sigma_b}=0.63>\mu_{BC}=\lambda\cdot\alpha_{BC}\cdot(1-0{,}5\cdot\lambda\cdot\alpha_{BC})=0.8\times1.0\times(1-0.5\times0.8\times1.0)=0.48$.

On est donc :
- Soit en PIVOT C, tels que les aciers supérieur et inférieur sont complètement comprimées.
- S oit en PIVOT B, avec acier de compression (l'acier inférieur demeure tendu).

La résolution s'effectue de façon itérative, et l'algorithme contient la configuration aboutissant à un ferraillage optimal (c'est-à-dire à une section totale minimale de ferraillage) ; on obtient dans ce cas la configuration optimale ci-dessous :

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

- Equilibre : $PIVOT\ B \quad \alpha=\alpha_R=0.628$
- Ferraillage obtenu : $A_{SYI}=73.81\,\text{cm}^2/\text{m}$ et $A_{SYS}=29.83\,\text{cm}^2/\text{m}$

2.2.1.13 Cas de chargement 1 3

La plaque est soumise à une compression de $N_{yy}=-1\,500\,000\,\text{N}$ et à un effort tranchant $Q_y=800\,000\,\text{N}$.

Ferraillage longitudinal :
La résistance du béton non armé à la compression est donnée par :

$$N_{Rd}=A_c\times f_{cd}=0{,}20\,m\times 1{,}0\,m\times\left(\frac{35\,MPa}{1{,}5}\right)=4{,}67\,\text{MN}>1{,}5\,\text{MN}$$

Par conséquent, la section est en Pivot C (Cas d'une déformation uniforme) tel que le béton puisse résister à lui seul à l'effort ⇒ pas de ferraillage longitudinal requis.

Ferraillage transversal :
Pour le BAEL, seul l'effort tranchant est pris en compte :

$$A_{ST}=\frac{\sqrt{Q_x^2+Q_y^2}}{z(\cot\theta+\cot\alpha)\sin\alpha\,\sigma_s}=\frac{\sqrt{Q_x^2+Q_y^2}}{z\,\sigma_s}=127.77\,\text{cm}^2/\text{m}^2$$

où $\alpha=90°$ et $\theta=45°$ et $z=h-2c$ (BAEL)

A l'Eurocode 2, le calcul du ferraillage transversal est différent, il tient compte de l'effort normal de compression et il s'agit de commencer par vérifier la résistance du béton non ferraillé transversalement à l'effort tranchant, donnée par la formule ci-dessous :

$$V_{Rd,c}=[max(C_{Rd,c}k(100\,\rho_l f_{ck})^{1/3};v_{min})+k_1\,\sigma_{cp}]\times d$$

Soit :

$$V_{Rd,c}=[max(\frac{0{,}18}{1{,}5}\cdot(1+\sqrt{\frac{200}{160}})\cdot(100\times 0\times 35)^{1/3};\frac{0{,}35}{1{,}5}\cdot 35^{0{,}5})+0{,}15\times(\frac{1{,}5}{0{,}20})]\times 0{,}16=400\,867\,N$$

C e terme est inférieur à la valeur maximale des efforts tranchants de 'facettes', obtenu pour la facette orientée perpendiculairement à l'axe Y de la plaque ($\theta=\pi/2$), et qui vaut 8 00 000 N.

Par conséquent, un ferraillage transversal est requis, et est calculé suivant le modèle du treillis de Ritter-Mosche ; on obtient au final :

$$A_{SXT}=13{,}02\,cm^2/m^2 \quad \text{et} \quad A_{SYT}=63{,}15\,cm^2/m^2$$

2.2.1.14 Cas de chargement 14

La plaque est soumise à une compression de $N_{xx}=-4\,500\,000\,\text{N}$, à un moment de flexion $M_{xx}=380\,000\,\text{N}$ et à un effort tranchant $Q_y=100\,000\,\text{N}$.

Ferraillage longitudinal :

Le moment à reprendre est $M=M_{xx}-N_{xx}\left(d-\frac{h}{2}\right)=650\,000\,\text{Nm}$

Le moment ultime réduit est alors :

$$\mu=\frac{M}{d^2\sigma_b}=\frac{0.65}{0.16^2\times 35/1.5}=1.088>\mu_{BC}=\lambda\cdot\alpha_{BC}\cdot(1-0{,}5\cdot\lambda\cdot\alpha_{BC})=0.8\times 1.0\times(1-0.5\times 0.8\times 1.0)=0.48$$

.
On est donc :

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

- Soit en PIVOT C, tels que les aciers supérieur et inférieur sont complètement comprimées.
- S oit en PIVOT B, avec acier de compression (l'acier inférieur demeure tendu).

La résolution s'effectue de façon itérative, et l'algorithme contient la configuration aboutissant à un ferraillage optimal (c'est-à-dire à une section totale minimale de ferraillage) ; on obtient dans ce cas la configuration optimale ci-dessous :

- Equilibre : $PIVOT\ B \quad \alpha = \alpha_R = 0.628$
- Ferraillage obtenu : $A_{SXI} = 81.58\,\text{cm}^2/\text{m}$ et $A_{SXS} = 21.74\,\text{cm}^2/\text{m}$

Ferraillage transversal :
A l'Eurocode 2, le calcul du ferraillage transversal tient compte de l'effort normal de compression et il s'agit de commencer par vérifier la résistance du béton non ferraillé transversalement à l'effort tranchant, donnée par la formule ci-dessous :

$$V_{Rd,c} = [max(C_{Rd,c} k (100 \rho_l f_{ck})^{1/3}; v_{min}) + k_1 \sigma_{cp}] \times d$$

Soit :

$$V_{Rd,c} = [max(\frac{0,18}{1,5} \cdot (1 + \sqrt{\frac{200}{160}}) \cdot (100 \times (\frac{21,74 \times 10^{-4}}{0,16}) \times 35)^{1/3}; \frac{0,35}{1,5} \cdot 35^{0,5}) + 0,15 \times (\frac{4,5}{0,20})] \times 0,16$$

$$V_{Rd,c} = 760\,867\ N$$

C e terme est supérieur à la valeur maximale des efforts tranchants de 'facettes', obtenu pour la facette orientée perpendiculairement à l'axe Y de la plaque ($\theta = \frac{\pi}{2}$), et qui vaut 100 000 N.
Par conséquent, aucun ferraillage transversal est requis.

2.2.2 Calculs à l'ELS Caractéristique

On donnera le détail du calcul vis-à-vis du cas par défaut (Configuration 1 + Configuration 2 pour le cas où un acier de compression est requis), et on se concentrera uniquement sur le calcul du ferraillage longitudinal de flexion.

2.2.2.1 Cas de chargement 1

La plaque est soumise à une compression de $N_{yy} = -1\,000\,000\ \text{N}$ et à un effort tranchant $Q_y = 100\,000\ \text{N}$.

Ferraillage longitudinal :
La résistance du béton non armé à la compression est donnée par :
$N_{Rd} = A_c \times \sigma_{c,\lim} = 0,20\,m \times 1,0\,m \times (21\,MPa) = 4,2\ \text{MN} > 1\ \text{MN}$
Par conséquent, la section est en Pivot C (Cas d'une déformation uniforme) tel que le béton puisse résister à lui seul à l'effort ⇒ pas de ferraillage longitudinal requis.

F erraillage transversal :
S imilairement au calcul à l'ELU, en remplacement f_{cd} par $\sigma_{c,\lim}$

2.2.2.2 Cas de chargement 2

La plaque est soumise à un effort de traction de $N_{xx} = 1\,000\,000\ \text{N}$ selon l'axe X et à un effort tranchant $Q_x = -600\,000\ \text{N}$.

Ferraillage longitudinal :
Il s'agit d'une section entièrement tendue de manière symétrique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

La section d'acier est donc égale à $A_S = \frac{N}{\sigma_{s,\lim}} = \frac{1\,MN}{400\,MPa}$ (Pivot A – Cas d'une déformation uniforme).

Chaque lit d'armatures reprend donc la moitié de l'effort soit : $A_{SXS} = A_{SXI} = \frac{A_S}{2} = 12{,}5\,cm^2/m$

F erraillage transversal :
Similairement au calcul à l'ELU, en remplacement f_{cd} par $\sigma_{c,\lim}$

2.2.2.3 Cas de chargement 3

La plaque est soumise à un effort de traction de $N_{yy} = 1\,000\,000\ \mathrm{N}$ selon l'axe Y et d'un effort tranchant $Q_x = -20\,000\ \mathrm{N}$ et $Q_y = 80\,000\ \mathrm{N}$.

Ferraillage longitudinal :
Les résultats théoriques sont les symétriques de ceux de la configuration 2 : $A_{SYS} = A_{SYI} = 12{,}5\,cm^2/m$

F erraillage transversal :
Similairement au calcul à l'ELU, en remplacement f_{cd} par $\sigma_{c,\lim}$

2.2.2.4 Cas de chargement 4

La plaque est soumise à un moment de flexion suivant Y égal à $M_{yy} = 100\,000\ \mathrm{Nm}$. Ce moment de flexion correspond à une fibre supérieure tendue.

A l'ELS :
Le moment résistant du béton est égal à :

$$M_{\lim} = \frac{1}{2}\sigma_b y_{\lim}\left(d - \frac{y_{\lim}}{3}\right) = 116315\ \mathrm{Nm}$$

avec $y_{\lim} = d\,\frac{n\sigma_b}{n\sigma_b + \sigma_s} = 0.0839\ \mathrm{m}$

Nous sommes donc dans le cas où $M = M_{yy} \leqslant M_{\lim}$. Ainsi, seuls des aciers tendus sont nécessaires.

Le moment réduit de service est égal à : $\mu = n\,\frac{M}{d^2\sigma_s} = 0.205$

Le coefficient α est solution de l'équation : $\alpha^3 - 3\alpha^2 - 6\mu(1-\alpha) = 0$

Par résolution itérative, on obtient : $\alpha = 0.497$

La section d'acier nécessaire est égale à : $A_{SYS} = \frac{M_{yy}}{\sigma_s\, d\left(1 - \frac{\alpha}{3}\right)} = 19.14\ \mathrm{cm^2/m}$

2.2.2.5 Cas de chargement 5

La plaque est soumise à un moment de flexion suivant X égal à $M_{xx} = 100\,000\ \mathrm{Nm}$. Ce moment de flexion correspond à une fibre supérieure tendue.
Les résultats théoriques sont les symétriques de ceux de la configuration 4.
La section d'armature est donc égale à $A_{SXS} = 19.14\ \mathrm{cm^2/m}$ (lit X supérieur) à l'ELS.

2.2.2.6 Cas de chargement 6

La plaque est soumise à un moment de flexion suivant X égal à $M_{xx} = 300\,000\ \mathrm{Nm}$ et à un effort de compression suivant X égal à $N_{xx} = -20\,000\ \mathrm{N}$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Le moment à prendre en compte est : $M = M_{xx} - N_{xx}(d - \frac{h}{2}) = 301\,200\ \mathrm{Nm}$

Nous sommes donc dans le cas où $M > M_{\lim}$. Ainsi, un ferraillage de compression est requis, et la résolution s'effectue de manière itérative, de sorte à rechercher la configuration d'équilibre aboutissant à un ferraillage optimal ; on obtient dans ce cas :

- Configuration d'équilibre : $y = y_{\lim} = 0.0839\,m$; $\sigma = \sigma_{s,\lim} = 400\,MPa$; $\sigma = \sigma_{c,\lim} = 21\,MPa$
- Ferraillage retenu : $A_{SXI} = 65.78\ \mathrm{cm^2/m}\,(Comprimé)$ et $A_{SXS} = 61.44\ \mathrm{cm^2/m}\,(Tendu)$

2.2.2.7 Cas de chargement 7

La plaque est soumise à un moment de flexion suivant X égal à $M_{xx} = 100\,000\ \mathrm{Nm}$ et à un effort de traction égal à $N_{xx} = 100\,000\ \mathrm{N}$.

Le moment à reprendre est $M = |M_{xx}| - N_{xx}(d - \frac{h}{2}) = 94\,000\ \mathrm{Nm}$

Les valeurs limites sont les mêmes que calculées en configuration 4.
Nous sommes dans le cas où $M \leqslant M_{\lim}$. Ainsi, seuls des aciers tendus sont nécessaires.

Le moment réduit de service est égal à : $\mu = n\frac{M}{d^2\sigma_s} = 0.192$

Le coefficient α est solution de l'équation : $\alpha^3 - 3\alpha^2 - 6\mu(1-\alpha) = 0$
Par résolution itérative, on obtient : $\alpha = 0.134$
La section d'acier nécessaire est égale à :

$$A_{SXS} = \frac{M}{\sigma_s d(1 - \frac{\alpha}{3})} + \frac{N_{xx}}{\sigma_s} = 20.301\ \mathrm{cm^2/m}$$

2.2.2.8 Cas de chargement 8

La plaque est soumise à un moment de flexion suivant X égal à $M_{xx} = 100\,000\ \mathrm{Nm}$ et à un effort de traction égal à $N_{xx} = 2\,000\,000\ \mathrm{N}$ suivant X .

La section est totalement tendue $M = |M_{xx}| - N_{xx}(d - \frac{h}{2}) = -20\,000\ \mathrm{Nm} < 0$

A l'ELS :
La section d'armature est donc égale à :

$$A_{SXS} = \frac{M}{(d-e)\sigma_s} + \frac{N_{xx}}{\sigma_s} = 45.833\ \mathrm{cm^2/m}$$ (lit X supérieur)

$$A_{SXI} = \frac{-M}{(d-e)\sigma_s} = 4.167\ \mathrm{cm^2/m}$$ (lit X inférieur)

2.2.2.9 Cas de chargement 9

La plaque est soumise à un moment de flexion suivant X égal à $M_{xx} = 100\,000\ \mathrm{Nm}$ et à un moment de flexion suivant Y égal à $M_{yy} = -75\,000\ \mathrm{Nm}$.

La section est partiellement tendue.

A l'ELS :
La section d'armature suivant X est la même que la configuration 5.
Soit $A_{SXS} = 18.70\ \mathrm{cm^2/m}$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Suivant Y :
Les valeurs limites sont les mêmes que calculées en configuration 4.
Nous sommes dans le cas où $M \leqslant M_{\lim}$. Ainsi, seuls des aciers tendus sont nécessaires.

Le moment réduit de service est égal à : $\mu = n\dfrac{M}{d^2 \sigma_s} = 0.154$

Le coefficient α est solution de l'équation : $\alpha^3 - 3\alpha^2 - 6\mu(1-\alpha) = 0$

Par résolution itérative, on obtient : $\alpha = 0.447$

La section d'acier nécessaire est égale à :

$$A_{SYS} = \frac{M}{\sigma_s d\left(1-\frac{\alpha}{3}\right)} + \frac{N_{xx}}{\sigma_s} = 13.83\,\text{cm}^2/\text{m}$$

2.2.2.10 Cas de chargement 10

La plaque est soumise à un moment de flexion suivant Y égal à $M_{yy} = -300\,000\,\text{Nm}$.

Nous sommes donc dans le cas où $M > M_{\lim}$. Ainsi, un ferraillage de compression est requis, et la résolution s'effectue de manière itérative, de sorte à rechercher la configuration d'équilibre aboutissant à un ferraillage optimal ; on obtient dans ce cas :

- Configuration d'équilibre : $y = y_{\lim} = 0.0848\,m$;
  $\sigma = -391\,MPa(Traction)$; $\sigma = \sigma_{c,\lim} = 21\,MPa(Compression)$
- Ferraillage retenu : $A_{SXI} = 65.35\,\text{cm}^2/\text{m}(Tendu)$ et $A_{SXS} = 61.7\,\text{cm}^2/\text{m}(Comprimé)$

2.2.3 Calculs à l'ELS Quasi Permanent

On donnera le détail du calcul vis-à-vis du cas par défaut (Configuration 1 + Configuration 2 pour le cas où un acier de compression est requis), et on se concentrera uniquement sur le calcul du ferraillage longitudinal de flexion.

2.2.3.1 Cas de chargement 1

La plaque est soumise à une compression de $N_{yy} = -1\,000\,000\,\text{N}$ et à un effort tranchant $Q_y = 100\,000\,\text{N}$.

Ferraillage longitudinal :
La résistance du béton non armé à la compression est donnée par :
$N_{Rd} = A_c \times \sigma_{c,\lim,NL} = 0{,}20\,m \times 1{,}0\,m \times (15{,}75\,MPa) = 3{,}15\,\text{MN} > 1\,\text{MN}$
Par conséquent, la section est en Pivot C (Cas d'une déformation uniforme) tel que le béton puisse résister à lui seul à l'effort ⇒ pas de ferraillage longitudinal requis.

F erraillage transversal :
S imilairement au calcul à l'ELU, en remplacement f_{cd} par $\sigma_{c,\lim}$

2.2.3.2 Cas de chargement 2

La plaque est soumise à un effort de traction de $N_{xx} = 1\,000\,000\,\text{N}$ selon l'axe X et à un effort tranchant $Q_x = -600\,000\,\text{N}$.

Ferraillage longitudinal :
En ce qui concerne le dimensionnement du ferraillage à l'ELS QP, le calcul se fait par le biais d'une approche itérative qu'on explicite dans ce qui suit. Il s'agit en effet de rechercher la configuration de ferraillage la plus économique permettant de vérifier le critère de limitation de l'ouverture des fissures. Vu que les équations de l'Eurocode 2 vis-à-vis de la méthode de vérification de l'ouverture des fissures sont des équations non linéaires par rapport à la section d'acier et qu'elles requièrent une connaissance pré-établie du champs de contraintes, l'algorithme de dimensionnement à l'ELS QP fera

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

intervenir de façon itérative l'algorithme de recherche déterministe du dimensionnement à l'ELS Caractéristique (dimensionnement du ferraillage pour respecter le critère de limitation des contraintes).

O n donne à titre indicatif les détails des étapes de calcul pour la modélisation (C) :

1) O n lance le calcul à l'ELS Caractéristique (critère : limitation des contraintes, avec $\sigma_{clim}=\sigma_b^{elsqp}=15,75\,MPa$ pour le pivot de compression du béton et $\sigma_{slim}=k_{var}^{A}\times f_e=1\times 500=500\,MPa$ pour le pivot de traction au droit de l'acier tendu).
L' algorithme retourne alors les données suivantes :

- ETAT : « Traction Pure »
- PIVOT : σ_{slim}
- Profondeur de l'axe neutre (AN) : $x_{AN}=\infty$
- Contrainte au droit de l'acier supérieur : $\sigma_{ssup}=-500\,MPa(TRACTION)$
- Contrainte au droit de l'acier inférieur : $\sigma_{sinf}=-500\,MPa(TRACTION)$
- Contrainte au droit de la fibre supérieure de béton : $\sigma_{csup}=-23,81\,MPa(TRACTION)$
- Contrainte au droit de la fibre inférieure de béton : $\sigma_{cinf}=-23,81\,MPa(TRACTION)$
- Section d'acier calculée : $A_{ssup}=10,0\,cm^2/m\,;\,A_{sinf}=10,0\,cm^2/m$

2) O n effectue alors la vérification de l'ouverture des fissures conformément aux équations de l'Eurocode 2 :

- En face supérieure :

$$\varepsilon_{sm}-\varepsilon_{cm}=\frac{\sigma_s-k_t\times\frac{f_{ctm}}{\rho_{peff}}\times(1+\alpha_e\times\rho_{peff})}{E_s}=\frac{500,0-0,6\times\frac{3,21}{0,01}\times(1+21,0\times 0,01)}{210\,000}=1,429\times10^{-3}$$

A vec :

$$\rho_{peff}=A_{ssup}/h_{ceff}=0,01$$
$$h_{ceff}=min(2,5\times(h-d)\,;\,h/2)=100,0\,cm$$
$$s_{rmax}=min(k_3\times e_{sup}+k_1k_2k_4\times(\varphi_{sup}/\rho_{peff})\,;\,1,3\times h)$$
$$s_{rmax}=min(2,485\times 40,0+0,8\times 1,0\times 0,425\times(25,0/0,01)\,;\,1,3\times 200)=260,0\,mm$$

D'où :

$$w_{ksup}=s_{rmax}\times(\varepsilon_{sm}-\varepsilon_{cm})=260,0\times 1,429\times10^{-3}=0,371\,mm\ >\ w_{max}^{s}=0,15\,mm$$

- En face inférieure :

On obtient par symétrie $w_{kinf}=0,371\,mm\ >\ w_{max}^{i}=0,15\,mm$

⇒ Vu qu'au moins l'une des ouvertures de fissures n'est pas vérifiée, l'algorithme retiendra $COND(k_{var}^{A})=FAUX$

3) O n re lance le calcul à l'ELS Caractéristique (critère : limitation des contraintes, avec $\sigma_{clim}=\sigma_b^{elsqp}=15,75\,MPa$ pour le pivot de compression du béton et $\sigma_{slim}=k_{var}^{B}\times f_e=0,5\times 500=250\,MPa$ pour le pivot de traction au droit de l'acier tendu).
L' algorithme retourne alors les données suivantes :

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

- ETAT : « Traction Pure »
- PIVOT : σ_{slim}
- Profondeur de l'axe neutre (AN) : $x_{AN}=\infty$
- Contrainte au droit de l'acier supérieur : $\sigma_{ssup}=-500\,MPa(TRACTION)$
- Contrainte au droit de l'acier inférieur : $\sigma_{sinf}=-500\,MPa(TRACTION)$
- Contrainte au droit de la fibre supérieure de béton : $\sigma_{csup}=-11{,}9\,MPa(TRACTION)$
- Contrainte au droit de la fibre inférieure de béton : $\sigma_{cinf}=-11{,}9\,MPa(TRACTION)$
- Section d'acier calculée : $A_{ssup}=20{,}0\,cm^2/m\,;\,A_{sinf}=20{,}0\,cm^2/m$

4) O n effectue alors la vérification de l'ouverture des fissures conformément aux équations de l'Eurocode 2 :

- En face supérieure :

$$\varepsilon_{sm}-\varepsilon_{cm}=\frac{\sigma_s-k_t\times\frac{f_{ctm}}{\rho_{peff}}\times(1+\alpha_e\times\rho_{peff})}{E_s}=\frac{250{,}0-0{,}6\times\frac{3{,}21}{0{,}02}\times(1+21{,}0\times0{,}02)}{210\,000}=7{,}143\times10^{-4}$$

A vec :

$$\rho_{peff}=A_{ssup}/h_{ceff}=0{,}02$$
$$h_{ceff}=min(2{,}5\times(h-d)\,;\,h/2)=100{,}0\,cm$$
$$s_{rmax}=min(k_3\times e_{sup}+k_1k_2k_4\times(\varphi_{sup}/\rho_{peff})\,;\,1{,}3\times h)$$
$$s_{rmax}=min(2{,}485\times40{,}0+0{,}8\times1{,}0\times0{,}425\times(25{,}0/0{,}01)\,;\,1{,}3\times200)=260{,}0\,mm$$

D'où :

$$w_{ksup}=s_{rmax}\times(\varepsilon_{sm}-\varepsilon_{cm})=260{,}0\times1{,}429\times10^{-3}=0{,}186\,mm\ >\ w_{max}{}^{s}=0{,}15\,mm$$

- En face inférieure :

On obtient par symétrie $w_{kinf}=0{,}186\,mm\ >\ w_{max}{}^{i}=0{,}15\,mm$

⇒ Vu qu'au moins l'une des ouvertures de fissures n'est pas vérifiée, l'algorithme retiendra $COND(k_{var}^{B})=FAUX$

5) L'algorithme relancera la procédure 3) et 4) en divisant la valeur de k_{var}^{B} par 2, jusqu'à ce que les deux ouvertures de fissures deviennent vérifiées.
Ainsi, pour $k_{var}^{B}=0{,}25$, on obtient $w_{ksup/inf}=0{,}093\,mm\ <\ w_{max}{}^{i/s}=0{,}15\,mm$, et on a désormais $COND(k_{var}^{B})=VRAI$.

6) I l s'agit alors de déterminer par dichotomie (variation entre k_{var}^{A} et k_{var}^{B}) la valeur du coefficient k_{var} optimale pour la saturation du critère de dimensionnement à l'ELS QP (c'est-à-dire la plus grande valeur de ce coefficient permettant de respecter les ouvertures de fissures en fibres supérieure et inférieure, tout en respectant la limitation de la contrainte de compression dans le béton) :

k_{var}	0,625	0,438	0.344	0.391	0.414	0.402	0.408	0,405	...	0,4038
$A_{ssup/inf}(cm^2/m)$	16,0	22,86	29,91	25,60	24,15	24,85	24,50	24,67	...	24,762
$\sigma_c(MPa)$	-14,88	-10,42	-8,18	-9,30	-9,86	-9,58	-9,72	-9,65	...	-9,62

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$w_{ksup/inf}(mm)$	0,232	0,163	0,128	0,145	0,154	0,149	0,152	0,151	...	0.1499988

On retient donc au final : $A_{SXS}=A_{SXI}=24{,}762\,cm^2/m$

F erraillage transversal :
Similairement au calcul à l'ELU, en remplacement f_{cd} par $\sigma_{c,\lim}$

2.2.3.3 Cas de chargement 3

La plaque est soumise à un effort de traction de $N_{yy}=1\,000\,000\,\mathrm{N}$ selon l'axe Y et d'un effort tranchant $Q_x=-20\,000\,\mathrm{N}$ et $Q_y=80\,000\,\mathrm{N}$.

Ferraillage longitudinal :
Les résultats théoriques sont les symétriques de ceux de la configuration 2 : $A_{SYS}=A_{SYI}=24{,}762\,cm^2/m$

F erraillage transversal :
Similairement au calcul à l'ELU, en remplacement f_{cd} par $\sigma_{c,\lim}$

2.2.3.4 Cas de chargement 4

La plaque est soumise à un moment de flexion suivant Y égal à $M_{yy}=100\,000\,\mathrm{Nm}$. Ce moment de flexion correspond à une fibre supérieure tendue.

A l'ELS QP :

1) O n lance le calcul à l'ELS Caractéristique (critère : limitation des contraintes, avec $\sigma_{clim}=\sigma_b^{elsqp}=15{,}75\,MPa$ pour le pivot de compression du béton et $\sigma_{slim}=k_{var}^{A}\times f_e=1\times 500=500\,MPa$ pour le pivot de traction au droit de l'acier tendu).
L' algorithme retourne alors les données suivantes :

- ETAT : « Partiellement Comprimé »
- PIVOT : σ_{clim}
- Profondeur de l'axe neutre (AN) : $x_{AN}=\alpha\times d=0{,}627\times(20-4)=10{,}034\,cm$
- Contrainte au droit de l'acier supérieur : $\sigma_{ssup}=-196{,}65\,MPa(TRACTION)$
- Contrainte au droit de l'acier inférieur : $\sigma_{sinf}=+198{,}89\,MPa(COMPRESSION)$
- Contrainte au droit de la fibre supérieure de béton : $\sigma_{csup}=-15{,}643\,MPa(TRACTION)$
- Contrainte au droit de la fibre inférieure de béton : $\sigma_{cinf}=+15{,}75\,MPa(COMPRESSION)$
- Section d'acier calculée : $A_{ssup}=40{,}18\,cm^2/m\,;\,A_{sinf}=0{,}0\,cm^2/m$

2) on effectue alors la vérification de l'ouverture des fissures conformément aux équations de l'Eurocode 2 :

- En face inférieure : $w_{kinf}=0\,mm<w_{max}^{\,i}$ (pas de fissuration en l'absence de traction)
- En face supérieure :

$$\varepsilon_{sm}-\varepsilon_{cm}=\frac{\sigma_s-k_t\times\frac{f_{ctm}}{\rho_{peff}}\times(1+\alpha_e\times\rho_{peff})}{E_s}=\frac{196{,}65-0{,}6\times\frac{3{,}21}{0{,}121}\times(1+21{,}0\times 0{,}121)}{210\,000}=6{,}68\times10^{-4}$$

A vec :

$$\rho_{peff}=A_{ssup}/h_{ceff}=0{,}121$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$$h_{ceff}=min\left(2,5\times(h-d);(h-x_{AN})/3;h/2\right)=3,32\,cm$$
$$s_{rmax}=min\left(k_3\times e_{\sup}+k_1k_2k_4\times(\varphi_{\sup}/\rho_{peff});1,3\times(h-x_{AN})\right)$$

$$s_{rmax}=min\left(2,485\times 40,0+0,8\times 0,5\times 0,425\times(25,0/0,121);1,3\times(200-100,34)\right)=129,6\,mm$$

D'où :

$$w_{ksup}=s_{rmax}\times(\varepsilon_{sm}-\varepsilon_{cm})=129,6\times 6,68\times 10^{-4}=0,087\,mm \;<\; w_{max}^{s}=0,15\,mm$$

3) Vu que les deux ouvertures de fissures sont vérifiées, l'algorithme de dimensionnement du ferraillage à l'ELS QP s'arrêtera à ce stade. Dans le cas contrainte, il aurait s'agit d'itérer sur la valeur de k_{var} de sorte à déterminer la valeur maximale de ce coefficient de pivot permettant d'assurer le respect des deux critères d'ouverture de fissures.

On retient donc au final : $A_{SYS}=40,1813\,\text{cm}^2/\text{m}$

2.2.3.5 Cas de chargement 5

La plaque est soumise à un moment de flexion suivant X égal à $M_{xx}=100\,000\,\text{Nm}$. Ce moment de flexion correspond à une fibre supérieure tendue.
Les résultats théoriques sont les symétriques de ceux de la configuration 4.
La section d'armature est donc égale à $A_{SXS}=40,1813\,\text{cm}^2/\text{m}$ (lit X supérieur) à l'ELS QP.

2.2.3.6 Cas de chargement 6

La plaque est soumise à un moment de flexion suivant X égal à $M_{xx}=300\,000\,\text{Nm}$ et à un effort de compression suivant X égal à $N_{xx}=-15000\,\text{N}$.

A l'ELS QP :
L'algorithme d'itération sur la valeur de k_{var} aboutit aux résultats suivants :
Critères : $w_{ksup}<0,15\,mm$; $w_{kinf}<0,15\,mm$; $\sigma_{c,compression}<15,75\,MPa$

k_{var}	1,0	0,5	0,75	0,625	...	0,6339	0,6338
$A_{ssup}(cm^2/m)$	73,24	97,59	73,24	79,45	...	76,48	79,450
$A_{sinf}(cm^2/m)$	109,3	93,27	109,23	103,96	...	106,92	103,960
$x_{AN}(cm)$	8,00	9,12	8,00	8,32	...	8,16	8,32
$\sigma_{csup}(MPa)$	-23,63	-18,79	-23,63	-22,11	...	-22,79	-22,11
$\sigma_{cinf}(MPa)$	15,75	15,75	15,75	15,75	...	15,75	15,75
$\sigma_{ssup}(MPa)$	-330,75	-249,51	-330,75	-305,31	...	-316,96	-305,31
$\sigma_{sinf}(MPa)$	165,37	185,68	165,37	171,74	...	168,18	171,74
$w_{ksup}(mm)$	0,163	0,111	0,163	0,146	...	0,1541	0,146
$w_{kinf}(mm)$	0,0	0,0	0,0	0,0	...	0	0,0

La section d'acier nécessaire au finale comprend un ferraillage de compression en nappe inférieure :
$A_{SXI}=103,96\,\text{cm}^2/\text{m}$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

En nappe supérieure, le ferraillage est normalement tendu ; par contre, l'algorithme d'itération sur les facettes de Capra-Maury aboutit à un ferraillage optimum comprenant un ferraillage suivant l'axe 'Y' (du à la non linéarité du problème à l'ELS QP), tel que :

$A_{SXS}=80{,}61\,\text{cm}^2/\text{m}$ et $A_{SYS}=4{,}22\,\text{cm}^2/\text{m}$

2.2.3.7 Cas de chargement 7

La plaque est soumise à un moment de flexion suivant X égal à $M_{xx}=100\,000\,\text{Nm}$ et à un effort de traction égal à $N_{xx}=100\,000\,\text{N}$.

A l'ELS QP:

1) O n lance le calcul à l'ELS Caractéristique (critère : limitation des contraintes, avec $\sigma_{clim}=\sigma_b^{elsqp}=15{,}75\,MPa$ pour le pivot de compression du béton et $\sigma_{slim}=k_{var}^{A}\times f_e=1\times 500=500\,MPa$ pour le pivot de traction au droit de l'acier tendu).
L' algorithme retourne alors les données suivantes :

- ETAT : « Partiellement Comprimé »
- PIVOT : σ_{clim}
- Profondeur de l'axe neutre (AN) : $x_{AN}=\alpha\times d=0{,}537\times(20-4)=8{,}598\,cm$
- Contrainte au droit de l'acier supérieur : $\sigma_{ssup}=-242{,}08\,MPa\,(TRACTION)$
- Contrainte au droit de l'acier inférieur : $\sigma_{sinf}=+187{,}54\,MPa\,(COMPRESSION)$
- Contrainte au droit de la fibre supérieure de béton : $\sigma_{csup}=-18{,}347\,MPa\,(TRACTION)$
- Contrainte au droit de la fibre inférieure de béton : $\sigma_{cinf}=+15{,}75\,MPa\,(COMPRESSION)$
- Section d'acier calculée : $A_{ssup}=34{,}18\,cm^2/m\,;\,A_{sinf}=0{,}0\,cm^2/m$

2) on effectue alors la vérification de l'ouverture des fissures conformément aux équations de l'Eurocode 2 :

- En face inférieure : $w_{kinf}=0\,mm<w_{max}^{i}$ (pas de fissuration en l'absence de traction)
- En face supérieure :

$$\varepsilon_{sm}-\varepsilon_{cm}=\frac{\sigma_s-k_t\times\frac{f_{ctm}}{\rho_{peff}}\times(1+\alpha_e\times\rho_{peff})}{E_s}=\frac{242{,}08-0{,}6\times\frac{3{,}21}{0{,}0899}\times(1+21{,}0\times 0{,}0899)}{210\,000}=8{,}5818\times10^{-4}$$

A vec :

$$\rho_{peff}=A_{ssup}/h_{ceff}=0{,}0899$$
$$h_{ceff}=min(2{,}5\times(h-d)\,;(h-x_{AN})/3\,;h/2)=3{,}80\,cm$$
$$s_{rmax}=min(k_3\times e_{sup}+k_1k_2k_4\times(\varphi_{sup}/\rho_{peff})\,;1{,}3\times(h-x_{AN}))$$
$$s_{rmax}=min(2{,}485\times 40{,}0+0{,}8\times 0{,}5\times 0{,}425\times(25{,}0/0{,}0899)\,;1{,}3\times(200-85{,}98))=146{,}7\,mm$$

D'où :

$$w_{ksup}=s_{rmax}\times(\varepsilon_{sm}-\varepsilon_{cm})=146{,}7\times 8{,}5818\times10^{-4}=0{,}126\,mm\ <\ w_{max}^{s}=0{,}15\,mm$$

3) Vu que les deux ouvertures de fissures sont vérifiées, l'algorithme de dimensionnement du ferraillage à l'ELS QP s'arrêtera à ce stade. Dans le cas contrainte, il aurait s'agit d'itérer sur la valeur de k_{var} de sorte à déterminer la valeur maximale de ce coefficient de pivot permettant d'assurer le respect des deux critères d'ouverture de fissures.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

On retient donc au final : $A_{SXS}=34,18\,\text{cm}^2/\text{m}$

2.2.3.8 Cas de chargement 8

La plaque est soumise à un moment de flexion suivant X égal à $M_{xx}=100\,000\,\text{Nm}$ et à un effort de traction égal à $N_{xx}=2\,000\,000\,\text{N}$ suivant X.

A l'ELS QP :

L'algorithme d'itération sur la valeur de k_{var} aboutit aux résultats suivants :
Critères : $w_{ksup}<0,15\,mm$; $w_{kinf}<0,15\,mm$; $\sigma_{c,compression}<15,75\,MPa$

k_{var}	1,0	0,5	0,25	0,625	0,438	0,3438	0,39063	0,41406	...	0,403843
$A_{ssup}(cm^2/m)$	36,667	73,333	146,67	58,667	83,810	106,67	93,867	88,553	...	92,201
$A_{sinf}(cm^2/m)$	3,333	6,667	13,333	5,333	7,619	9,697	8,5333	8,0503	...	8,382
$x_{AN}(cm)$	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	...	∞
$\sigma_{csup}(MPa)$	-23,81	-11,905	-5,952	-14,88	-10,417	-8,1845	-9,3006	-9,8586	...	-9,6153
$\sigma_{cinf}(MPa)$	-23,81	-11,905	-5,952	-14,88	-10,417	-8,1845	-9,3006	-9,8586	...	-9,6153
$\sigma_{ssup}(MPa)$	-500,0	-250,0	-125,0	-312,5	-218,75	-171,875	-195,31	-207,03	...	-201,921
$\sigma_{sinf}(MPa)$	-500,0	-250,0	-125,0	-312,5	-218,75	-171,875	-195,31	-207,03	...	-201,921
$w_{ksup}(mm)$	0,5039	0,1879	0,0562	0,2783	0,1485	0,09669	0,1215	0,1348	...	0,1289319
$w_{kinf}(mm)$	0,3714	0,1857	0,0929	0,2321	0,1625	0,12768	0,14509	0,1538	...	0,1499988

La section d'acier nécessaire est donc égale à : $A_{SXS}=92,20\,\text{cm}^2/\text{m}$ et $A_{SXI}=8,38\,\text{cm}^2/\text{m}$

2.2.3.9 Cas de chargement 9

La plaque est soumise à un moment de flexion suivant X égal à $M_{xx}=100\,000\,\text{Nm}$ et à un moment de flexion suivant Y égal à $M_{yy}=-75\,000\,\text{Nm}$.

A l'ELS QP :

La section d'armature suivant X est la même que la configuration 5.

Soit $A_{SXS}=40,1813\,\text{cm}^2/\text{m}$.

Suivant Y, l'algorithme d'itération sur la valeur de k_{var} aboutit aux résultats suivants :

Critères : $w_{ksup}<0,15\,mm$; $w_{kinf}<0,15\,mm$; $\sigma_{c,compression}<15,75\,MPa$

k_{var}	1,0	0,5	0,75	0,625	0,5625	0,59375	0,578125	...	0,57
$A_{ssup}(cm^2/m)$	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	...	0,0
$A_{sinf}(cm^2/m)$	12,769	22,697	14,713	17,512	20,328	18,839	19,562	...	20,184

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$x_{AN}(cm)$	0,000	8,472	7,327	7,777	8,174	7,971	8,071	...	8,155
$\sigma_{csup}(MPa)$	15,75	13,39	15,07	14,07	13,98	14,03	14,01	...	15,75
$\sigma_{cinf}(MPa)$	-29,49	-18,23	-26,09	-22,12	-20,24	-21,18	-20,71	...	-30,48
$\sigma_{ssup}(MPa)$	140,72	148,49	143,59	143,54	150,01	146,81	148,42	...	149,72
$\sigma_{sinf}(MPa)$	-429,35	-250,0	-375,0	-312,5	-281,3	-296,9	-289,1	...	-282,7
$w_{ksup}(mm)$	0	0	0	0	0	0	0	...	0
$w_{kinf}(mm)$	0,357	0,126	0,219	0,172	0,149	0,160	0,155	...	0.15000

On retient donc :

$A_{SYI} = 20{,}184\,\text{cm}^2/\text{m}$

2.2.3.10 Cas de chargement 10

La plaque est soumise à un moment de flexion suivant Y égal à $M_{yy} = -125\,000\,\text{Nm}$.

A l'ELS QP :

Par défaut, si l'on se restreint à une configuration sans acier de compression, l 'algorithme d'itération sur la valeur de k_{var} converge dès le premier pas pour la valeur maximale du coefficient (égale à 1) :
Critères : $w_{ksup} < 0{,}15\,mm$; $w_{kinf} < 0{,}15\,mm$; $\sigma_{c,compression} < 15{,}75\,MPa$

k_{var}	1,0
$A_{ssup}(cm^2/m)$	0
$A_{sinf}(cm^2/m)$	234,77
$x_{AN}(cm)$	14,01
$\sigma_{csup}(MPa)$	15,75
$\sigma_{cinf}(MPa)$	-6,73
$\sigma_{ssup}(MPa)$	236,31
$\sigma_{sinf}(MPa)$	-46,99
$w_{ksup}(mm)$	0,00
$w_{kinf}(mm)$	0,1046

On retiendrait donc : $A_{SYI} = 234{,}77\,\text{cm}^2/\text{m}\,(Tendu)$

Par ailleurs, si l'on autorise un ferraillage de compression, l'algorithme optimise alors la quantité totale de ferraillage (de sorte à faire travailler au maximum le ferraillage tendu dans la configuration d'équilibre retenue) ; on obtiendra alors dans ce cas :

k_{var}	1,0	0,5	0,750	...	0,5597
$A_{ssup}(cm^2/m)$	21,785	14,326	21,785	...	15,9120

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$A_{sinf}(cm^2/m)$	28,187	39,445	28,187	...	36,216
$x_{AN}(cm)$	7,839	9,119	7,839	...	8,8
$\sigma_{csup}(MPa)$	15,75	15,75	15,75	...	15,75
$\sigma_{cinf}(MPa)$	-24,429	-18,789	-24,429	...	-20,045
$\sigma_{ssup}(MPa)$	162,000	185,684	162,000	...	180,409
$\sigma_{sinf}(MPa)$	-344,250	-249,513	-344,250	...	-270,613
$w_{ksup}(mm)$	0,0	0,0	0,0	...	0,0
$w_{kinf}(mm)$	0,208	0,126	0,208	...	0,143

On retiendrait alors dans ce cas : $A_{SYS}=15{,}91\,\text{cm}^2/\text{m}(Comprimé)$ et $A_{SYI}=36{,}22\,\text{cm}^2/\text{m}(Tendu)$

2.3 Incertitudes sur la solution

Aucune.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation DKT. On réalise une analyse à l'ELU.

3.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 1 élément de type QUAD4.

3.3 Grandeurs testées et résultats

Cas de chargement	Configuration considérée	Ferraillage Longitudinal de référence (en cm²/m)				Ferraillage Transversal (cm²/m²)	
		DNSXI	DNSXS	DNSYI	DNSYS	DNSXT	DNSYT
1	1	0	0	0	0	0	0
	2	0	0	0	0	0	0
	3	2,08	2,08	2,08	2,08	0	0
	4	2,08	2,08	2,08	2,08	0	0
	5	2,08	2,08	2,08	2,08	0	0
	6	2,08	2,08	2,08	2,08	0	0
	7	2,08	2,08	2,08	2,08	0	0
	8	0	0	0	0	0	0
	9	0	0	0	0	0	0
	10	0	0	0	0	14,375	14,375
	11	0	0	0	0	0	0
	12	0	0	0	0	0	0
	13	0	0	0	0	0	0
	14	0	0	0	0	0	0
	15	0	0	0	0	0	0
2	1	11,5	11,5	0	0	40,11	14,09
	2	11,5	11,5	0	0	40,11	14,09
	3	11,5	11,5	2,08	2,08	40,11	14,09
	4	11,5	11,5	2,08	2,08	40,11	14,09
	5	10,73	10,73	2,08	2,08	40,11	14,09
	6	11,5	11,5	2,08	2,08	40,11	14,09
	7	47,61	11,5	12,69	2,08	40,11	14,09
	8	11,5	11,5	0	0	40,11	14,09
	9	11,5	11,5	0	0	40,11	14,09
	10	11,5	11,5	0	0	86,25	86,25
	11	11,5	11,5	0	0	40,11	14,09

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

	12	11,5	11,5	0	0	40,11	14,09
	13	11,5	11,5	0	0	48,34	0
	14	11,5	11,5	0	0	48,34	0
	15	11,5	11,5	0	0	48,34	0
3	1	0	0	11,5	11,5	0	0
	2	0	0	11,5	11,5	0	0
	3	2,08	2,08	11,5	11,5	0	0
	4	2,08	2,08	11,5	11,5	0	0
	5	2,08	2,08	10,73	10,73	0	0
	6	2,08	2,08	11,5	11,5	0	0
	7	2,08	2,08	10,32	11,5	0	0
	8	0	0	11,5	11,5	0	0
	9	0	0	11,5	11,5	0	0
	10	0	0	11,5	11,5	11,85	11,85
	11	0	0	11,5	11,5	0	0
	12	0	0	11,5	11,5	0	0
	13	0	0	11,5	11,5	0	0
	14	0	0	11,5	11,5	0	0
	15	0	0	11,5	11,5	0	0
4	1	0	0	0	15,84	0	0
	2	0	0	0	15,84	0	0
	3	2,08	2,08	2,08	15,84	0	0
	4	2,08	2,08	2,08	15,84	0	0
	5	2,08	2,08	2,08	15,59	0	0
	6	2,08	2,08	2,08	15,84	0	0
	7	2,08	2,08	2,08	15,84	0	0
	8	-1	-1	-1	-1	-1	-1
	9	0	0	6,83	15,84	0	0
	10	0	0	0	15,84	0	0
	11	0	0	0	15,84	0	0
	12	0	0	0	15,84	0	0
	13	0	0	0	16,19	0	0
	14	0	0	0	16,19	0	0
	15	0	0	0	15,84	0	0
5	1	0	15,84	0	0	0	0
	2	0	15,84	0	0	0	0
	3	2,08	15,84	2,08	2,08	0	0
	4	2,08	15,84	2,08	2,08	0	0
	5	2,08	15,59	2,08	2,08	0	0

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

	6	2,08	15,84	2,08	2,08	0	0
	7	2,08	15,84	2,08	2,08	0	0
	8	-1	-1	-1	-1	-1	-1
	9	6,83	15,84	0	0	0	0
	10	0	15,84	0	0	0	0
	11	0	15,84	0	0	0	0
	12	0	15,84	0	0	0	0
	13	0	16,19	0	0	0	0
	14	0	16,19	0	0	0	0
	15	0	15,84	0	0	0	0
6	1	0	14,60	0	0	0	0
	2	0	14,60	0	0	0	0
	3	2,08	14,60	2,08	2,08	0	0
	4	2,08	14,60	2,08	2,08	0	0
	5	2,08	14,39	2,08	2,08	0	0
	6	2,08	14,60	2,08	2,08	0	0
	7	2,08	14,60	2,08	2,08	0	0
	8	-1	-1	-1	-1	-1	-1
	9	6,73	14,65	0	0	0	0
	10	0	14,60	0	0	0	0
	11	0	14,60	0	0	0	0
	12	0	14,60	0	0	0	0
	13	0	14,96	0	0	0	0
	14	0	14,96	0	0	0	0
	15	0	14,59	0	0	0	0
7	1	0	17,09	0	0	0	0
	2	0	17,09	0	0	0	0
	3	2,08	17,09	2,08	2,08	0	0
	4	2,08	17,09	2,08	2,08	0	0
	5	2,08	16,79	2,08	2,08	0	0
	6	2,08	17,09	2,08	2,08	0	0
	7	2,08	17,09	2,08	2,08	0	0
	8	17,041	16,996	0	0	0	0
	9	7,71	17,03	0	0	0	0
	10	0	17,09	0	0	0	0
	11	0	17,09	0	0	0	0
	12	0	17,09	0	0	0	0
	13	0	17,36	0	0	0	0
	14	0	17,36	0	0	0	0

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

	15	0	17,08	0	0	0	0
8	1	3,83	42,17	0	0	0	0
	2	3,83	42,17	0	0	0	0
	3	3,83	42,17	2,08	2,08	0	0
	4	3,83	42,17	2,08	2,08	0	0
	5	3,58	39,35	2,08	2,08	0	0
	6	3,83	42,17	2,08	2,08	0	0
	7	3,83	42,17	2,08	2,08	0	0
	8	38,79	39,15	0	0,05	0	0
	9	29,49	39,25	0	0,97	0	0
	10	3,83	42,17	0	0	0	0
	11	3,83	42,17	0	0	0	0
	12	3,83	42,17	0	0	0	0
	13	3,83	42,17	0	0	0	0
	14	3,83	42,17	0	0	0	0
	15	3,83	42,17	0	0	0	0
9	1	0	15,84	11,56	0	0	0
	2	0	15,84	11,56	0	0	0
	3	2,08	15,84	11,56	2,08	0	0
	4	2,08	15,84	11,56	2,08	0	0
	5	2,08	15,59	11,27	2,08	0	0
	6	2,08	15,84	11,56	2,08	0	0
	7	2,08	15,84	11,56	2,08	0	0
	8	-1	-1	-1	-1	-1	-1
	9	6,83	15,84	11,45	1,61	0	0
	10	0	15,84	11,56	0	0	0
	11	0	15,84	11,56	0	0	0
	12	0	15,84	11,56	0	0	0
	13	0,26	17,99	12,57	0,17	0	0
	14	0,26	17,99	12,55	0,36	0	0
	15	0,2875	15,81	11,52	0,28	0	0
10	1	0	0	25,29	0	0	0
	2	0	0	25,29	0	0	0
	3	2,08	2,08	25,29	2,08	0	0
	4	2,08	2,08	25,29	2,08	0	0
	5	2,08	2,08	25,12	2,08	0	0
	6	2,08	2,08	25,29	2,08	0	0
	7	2,08	2,08	25,29	2,08	0	0
	8	0	0	25,28	25,48	0	0

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

	9	0	0	25,27	15,67	0	0
	10	0	0	25,29	0	0	0
	11	0	0	25,29	0	0	0
	12	0	0	25,29	0	0	0
	13	0	0	26,32	0	0	0
	14	0	0	26,32	0	0	0
	15	0	0	25,26	0	0	0
11	1	0	0,00	130,26	0	0	0
	2	0	0,00	50,57	6,83	0	0
	3	2,08	2,08	50,49	6,83	0	0
	4	2,08	2,08	50,49	6,83	0	0
	5	2,08	2,08	50,49	6,83	0	0
	6	2,08	2,08	50,49	6,83	0	0
	7	2,08	2,08	50,49	6,83	0	0
	8	-1	-1	-1	-1	-1	-1
	9	0,00	0,00	46,56	36,69	0	0
	10	0	0,00	130,26	0	0	0
	11	0	0,00	50,57	6,83	0	0
	12	0	0,00	50,57	6,83	0	0
	13	0,285	4,61	52,69	3,78	0	0
	14	0	0,00	53,63	8,02	0	0
	15	0	0,00	55,15	0	0	0
12	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
	2	0	0,00	73,81	29,83	0	0
	3	2,08	2,08	73,49	29,83	0	0
	4	2,08	2,08	73,49	29,83	0	0
	5	2,08	2,08	73,49	29,83	0	0
	6	2,08	2,08	73,49	29,83	0	0
	7	2,08	2,08	73,49	29,83	0	0
	8	0	0	69,68	68,90	0	0
	9	0	0	69,88	60,09	0	0
	10	-1	-1	-1	-1	-1	-1
	11	0	0	73,81	29,83	0	0
	12	0	0	73,81	29,83	0	0
	13	0,285	4,61	75,69	26,78	0	0
	14	0	0,00	76,63	31,02	0	0
	15	0	0,00	77,31	23,64	0	0
13	1	0	0	0	0	13,02	63,15
	2	0	0	0	0	13,02	63,15

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

	3	2,08	2,08	2,08	2,08	13,02	63,15
	4	2,08	2,08	2,08	2,08	13,02	63,15
	5	2,08	2,08	2,08	2,08	13,02	63,15
	6	2,08	2,08	2,08	2,08	17,21	55,07
	7	15,49	2,08	49,57	2,08	13,02	63,15
	8	0	0	0	0	13,02	63,15
	9	0	0	0	0	13,02	63,15
	10	0	0	0	0	115,0	115,0
	11	0	0	0	0	13,02	63,15
	12	0	0	0	0	13,02	63,15
	13	0	0	0	0	0	88,78
	14	0	0	0	0	0	88,78
	15	0	0	0	0	0	68,13
14	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
	2	81,58	21,74	0	0,65	0	0
	3	81,58	21,74	2,08	2,08	0	0
	4	81,58	21,74	2,08	2,08	0	0
	5	81,58	21,74	2,08	2,08	0	0
	6	81,58	21,74	2,08	2,08	0	0
	7	81,58	21,74	2,08	2,08	0	0
	8	74,60	73,78	0	0	0	0
	9	75,05	65,41	0	0	0	0
	10	-1	-1	-1	-1	-1	-1
	11	81,58	21,74	0	0,65	0	0
	12	81,58	21,74	0	0,65	0	0
	13	78,53	23,94	4,61	0,29	0	0
	14	82,77	24,88	0	0	0	0
	15	75,39	25,56	0	0	0	0

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation DKT. On réalise une anlyse à l'ELS.

4.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 1 élément de type QUAD4.

4.3 Grandeurs testées et résultats

Cas de chargement	Configuration considérée	Ferraillage Longitudinal de référence (en cm²/m)				Ferraillage Transversal (cm²/m²)	
		DNSXI	DNSXS	DNSYI	DNSYS	DNS X T	DNS Y T
1	1	0	0	0	0	0	0
	2	0	0	0	0	0	0
	3	0	0	0	0	0	0
	4	0	0	0	0	15,63	15,63
2	1	12,5	12,5	0	0	43,6	15,32
	2	12,5	12,5	0	0	43,6	15,32
	3	12,5	12,5	0	0	43,6	15,32
	4	12,5	12,5	0	0	93,75	93,75
3	1	0	0	12,5	12,5	0	0
	2	0	0	12,5	12,5	0	0
	3	0	0	12,5	12,5	0	0
	4	0	0	12,5	12,5	12,88	12,88
4	1	0	0	0	19,14	0	0
	2	0	0	0	19,14	0	0
	3	0	0	10,44	18,91	0	0
	4	0	0	0	19,14	0	0
5	1	0	19,14	0	0	0	0
	2	0	19,14	0	0	0	0
	3	10,44	18,91	0	0	0	0
	4	0	19,14	0	0	0	0
6	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
	2	65,78	61,44	0	0	0	0
	3	65,78	61,44	0	0	0	0
	4	65,78	61,44	0	0	0	0
7	1	0	20,3	0	0	0	0
	2	0	20,3	0	0	0	0
	3	13,55	20,27	0	0	0	0

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

	4	0	20,3	0	0	0	0
8	1	4,17	45,83	0	0	0	0
	2	4,17	45,83	0	0	0	0
	3	37,54	45,63	0	0	0	0
	4	4,17	45,83	0	0	0	0
9	1	0	18,7	13,83	0	0	0
	2	0	18,7	13,83	0	0	0
	3	10,45	18,91	13,87	4,78	0	0
	4	0	18,7	13,83	0	0	0
10	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
	2	0	0	61,7	65,35	0	0
	3	0	0	61,7	65,35	0	0
	4	0	0	61,7	65,35	0	0

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation DKT. On réalise une analyse à l'ELS-QP

5.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 1 élément de type QUAD4.

5.3 Grandeurs testées et résultats

Cas de chargement	Configuration considérée	Ferraillage Longitudinal de référence (en cm²/m)				Ferraillage Transversal (cm²/m²)	
		DNSXI	DNSXS	DNSYI	DNSYS	DNS X T	DNS Y T
1	1	0	0	0	0	0	0
	2	0	0	0	0	0	0
	3	0	0	0	0	0	0
	4	0	0	0	0	12,5	12,5
2	1	24,76	24,76	0	0	124	15,54
	2	24,76	24,76	0	0	124	15,54
	3	24,76	24,76	0	0	124	15,54
	4	24,76	24,76	0	0	124	15,54
3	1	0	0	24,76	24,76	0	0
	2	0	0	24,76	24,76	0	0
	3	0	0	24,76	24,76	0	0
	4	0	0	24,76	24,76	0	0
4	1	0	0	0	40,18	0	0
	2	0	0	5,28	27,48	0	0
	3	0	0	20,32	28,97	0	0
	4	0	0	5,28	27,48	0	0
5	1	0	40,18	0	0	0	0
	2	5,28	27,48	0	0	0	0
	3	20,32	28,97	0	0	0	0
	4	5,28	27,48	0	0	0	0
6	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
	2	103,96	80,6	0	0	0	0
	3	97,16	89,83	0	0	0	0
	4	103,96	80,6	0	0	0	0
7	1	0	34,18	0	0	0	0
	2	1,59	30,37	0	0	0	0
	3	23,31	31,27	0	0	0	0
	4	1,59	30,37	0	0	0	0

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

8	1	8,38	92,2	0	0	0	0
	2	8,38	92,2	0	0	0	0
	3	59,12	65,03	0	0	0	0
	4	8,38	92,2	0	0	0	0
9	1	0	40,18	20,18	0	0	0
	2	5,28	27,48	20,18	0	0	0
	3	19,99	28,85	20,93	12,17	0	0
	4	5,28	27,48	20,18	0	0	0
10	1	0	0	234,77	0	0	0
	2	0	0	36,22	15,91	0	0
	3	0	0	36,26	28,79	0	0
	4	0	0	36,22	15,91	0	0

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Synthèse des résultats

Ce test permet de mettre en évidence la validité des calculs de densité de ferraillage sur des cas simples.
Les résultats obtenus avec le modèle sont en effet conformes aux valeurs déterminées de façon analytique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)