SSLP321 - Propagation d'une fissure X-FEM dans une plaque en flexion 3 points

Résumé

Ce test a pour but de valider le trajet de propagation de fissure avec X-FEM en 2D, dans le cadre de l'élasticité linéaire.

Ce test met en jeu une plaque rectangulaire avec une fissure débouchante, et soumise à une flexion 3 points comme dans l'article de Mariani et Perego [1].

Cinq méthodes pour gérer la propagation d'une fissures X-FEM sont disponibles. Chacune d'entre elles fait l'objet d'une modélisation.

- modélisation A : méthode maillage
- modélisation B : méthode simplexe
- modélisation C : méthode upwind
- modélisation D : méthode géométrique

Les comparaisons se font avec les valeurs données par la méthode maillage.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

La géométrie, les dimensions et les matériaux sont pris identiques à ceux de Mariani et al. **[1]**.
La structure $2D$ est une plaque rectangulaire ($230\,mm \times 75\,mm$), comportant une fissure débouchante [Figure 1.1-a]. La longueur de la fissure initiale est $a = 19\,mm$.

Les nœuds notés $P1$, $P2$ et $P3$ servent à imposer les conditions aux limites, qui sont explicitées au paragraphe [§1.3].

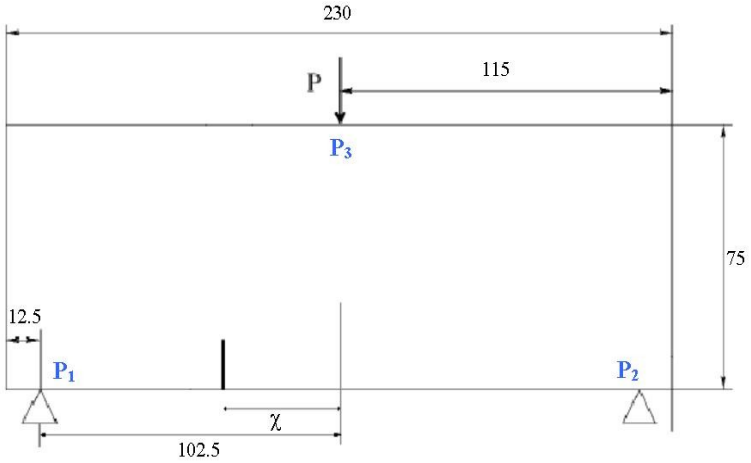


Figure 1.1-a: géométrie de la plaque fissurée

1.2 Propriétés du matériau

Module d'Young : $E = 31{,}37\,10^{9}\,Pa$
Coefficient de Poisson : $\nu = 0.2$

1.3 Conditions aux limites et chargements

Le chargement consiste à appliquer une force nodale unitaire en $P3$.

Afin de bloquer les modes rigides, on bloque les déplacements des nœuds $P1$ et $P2$ comme suit :

- $DY^{P1} = DY^{P2} = 0$;
- $DX^{P1} = 0$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul

L'étude de ce cas se base entièrement sur l'article de Mariani et Perego. Trois configurations initiales de fissure sont choisies : $\chi=0,25$ et 50 . Dans ce cas test, nous n'avons choisi que $\chi=50$. On compare donc le trajet de propagation par rapport au trajet expérimental de l'article [bib1].

Les expressions de référence des facteurs d'intensité de contrainte K_I et K_{II} sont celles de la méthode maillage. On comparera donc les valeurs des méthodes simplexe, upwind et géométrique aux valeurs données par la méthode maillage.

Pour la propagation de la fissure, nous utilisons la loi de Paris :
$\frac{da}{dN}=C\Delta K^m$ où a est la longueur de fissure, C et m sont des constantes du matériau, ΔK est la différence entre deux $FICs$ consécutifs et N est le nombre de cycles.

Le critère de bifurcation utilisé est le *maximum hoop stress criterion*:

$$\beta=2\arctan\left[\frac{1}{4}\left(\frac{K_I}{K_{II}}-sign(K_{II})\sqrt{\left(\frac{K_I}{K_{II}}\right)^2+8}\right)\right]$$

Avec les valeurs numériques du test :

Pas de propagation : $0,3\,m$
$x_0 : 65\,mm$
$y_0 : 19\,mm$
Nombre de pas de propagation : 13
$RI : 3\,mm$
$RS : 12\,mm$
$RP : 12\,mm$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2.2 Grandeurs et résultats de référence

Référence (méthode maillage)			
$x(mm)$	$y(mm)$	$K_I(MPa.m^{0,5})$	$K_{II}(MPa.m^{0,5})$
65	19	2,43961 10^{-1}	4,27722 10^{-2}
66,129	22,313	2,90147 10^{-1}	1,21013 10^{-4}
67,261	25,625	3,30840 10^{-1}	7,10255 10^{-3}
68,533	28,885	3,75984 10^{-1}	1,94683 10^{-3}
69,839	32,132	4,33606 10^{-1}	1,20266 10^{-3}
71,164	35,372	4,96975 10^{-1}	8,82542 10^{-4}
72,5	38,607	5,73785 10^{-1}	-1,23199 10^{-3}
73,821	41,848	6,70222 10^{-1}	-3,54655 10^{-3}
75,109	45,103	7,89716 10^{-1}	-4,54122 10^{-3}
76,359	48,372	9,39463 10^{-1}	-8,18030 10^{-3}
77,552	51,662	1,15201	-1,55772 10^{-2}
78,655	54,984	1,45163	-2,31849 10^{-2}
79,652	58,339	1,91885	-3,52229 10^{-2}

Tableau 2.2-1 : valeurs de référence pour K_I et K_{II}

2.3 Références bibliographiques

[1] Mariani S, Perego U – Extended finite element method for quasi-brittle fracture, *International Journal for numerical methods in engineering* , 58:103-126 (2003)

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Dans cette modélisation, la méthode maillage est testée pour la propagation de fissure. Les level-sets sont déterminées par projection orthogonale sur les segments composant la fissure.

3.2 Caractéristiques du maillage

La structure est modélisée par un maillage régulier composé de 90×30 QUAD4, respectivement suivant les axes x , y . La fissure n'est pas maillée.

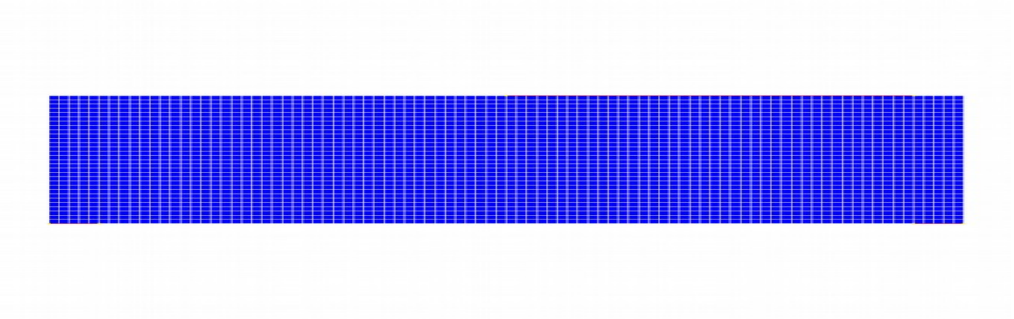


Figure 3.2-a : maillage de la plaque fissurée

3.3 Grandeurs testées et résultats

Pour chaque pas de propagation, on teste la valeur des facteurs d'intensité de contraintes K_I et K_{II} données par CALC_G.

3.3.1 Résultats sur K_I :

On réalise un test relatif de non régression sur K_I avec une précision de 2.10^{-3} .

Identification	*Code_Aster*	Référence	différence
CALC_G			
KI_1	2,43961 10^{-1}	2,43961 10^{-1}	-
KI_2	2,90147 10^{-1}	2,90147 10^{-1}	-
KI_3	3,30840 10^{-1}	3,30840 10^{-1}	-
KI_4	3,75984 10^{-1}	3,75984 10^{-1}	-
KI_5	4,33606 10^{-1}	4,33606 10^{-1}	-
KI_6	4,96975 10^{-1}	4,96975 10^{-1}	-
KI_7	5,73785 10^{-1}	5,73785 10^{-1}	-
KI_8	6,70222 10^{-1}	6,70222 10^{-1}	-
KI_9	7,89716 10^{-1}	7,89716 10^{-1}	-
KI_10	9,39463 10^{-1}	9,39463 10^{-1}	-
KI_11	1,15201	1,15201	-
KI_12	1,45163	1,45163	-
KI_13	1,91885	1,91885	-

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3.3.2 Résultats sur K_{II} :

Pour ce test, on souhaite que K_{II} soit tel que $K_{II}=K_{IIref}\pm10^{-2}$.

Identification	Code_Aster	Référence	Différence
CALC_G			
KII_1	4,27722 10^{-2}	4,27722 10^{-2}	-
KII_2	1,21013 10^{-4}	1,21013 10^{-4}	-
KII_3	7,10255 10^{-3}	7,10255 10^{-3}	-
KII_4	1,94683 10^{-3}	1,94683 10^{-3}	-
KII_5	1,20266 10^{-3}	1,20266 10^{-3}	-
KII_6	8,82542 10^{-4}	8,82542 10^{-4}	-
KII_7	-1,23199 10^{-3}	-1,23199 10^{-3}	-
KII_8	-3,54655 10^{-3}	-3,54655 10^{-3}	-
KII_9	-4,54122 10^{-3}	-4,54122 10^{-3}	-
KII_10	-8,18030 10^{-3}	-8,18030 10^{-3}	-
KII_11	-1,55772 10^{-2}	-1,55772 10^{-2}	-
KII_12	-2,31849 10^{-2}	-2,31849 10^{-2}	-
KII_13	-3,52229 10^{-2}	-3,52229 10^{-2}	-

3.4 Résultats complémentaires

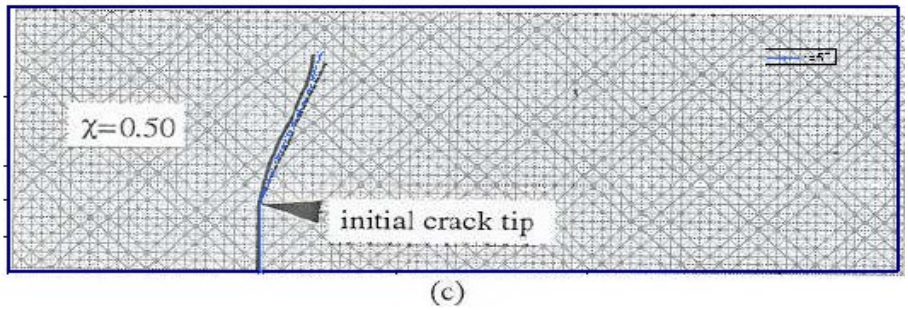


Figure 3.4-a: Comparaison du trajet obtenu avec la méthode maillage aux trajets de l'étude de Mariani et Perego

Sur la Figure 3.4-a, on peut voir : en noir les résultats numériques de Mariani et Perego, en pointillés les résultats expérimentaux et en bleu les résultats de la méthode maillage de Code_Aster. La méthode maillage donne des résultats proches des données expérimentales.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Dans cette modélisation, la méthode simplexe est testée pour la propagation de fissure.
Les level-sets sont déterminées par résolution des équations de réactualisation.

4.2 Caractéristiques du maillage

On utilise ici le même maillage que dans la modélisation A .

4.3 Grandeurs testées et résultats

Pour chaque pas de propagation, on teste la valeur des facteurs d'intensité de contraintes K_I et K_{II} données par CALC_G.

4.3.1 Résultats sur KI :

On réalise un test relatif de non régression sur K_I par rapport à $K_{I\,maillage}$ avec une précision de 5% .

Identification	*Code_Aster*	Référence	Différence (%)
CALC_G			
KI_1	2,43961 10^{-1}	2,43961 10^{-1}	2,03 10^{-4} %
KI_2	0.29056	2,90147 10^{-1}	0,1%
KI_3	0.3308	3,30840 10^{-1}	3,9 10^{-4} %
KI_4	0.3759	3,75984 10^{-1}	0.02%
KI_5	0.43355	4,33606 10^{-1}	7,9 10^{-4} %
KI_6	0.497	4,96975 10^{-1}	0.025%
KI_7	0.573	5,73785 10^{-1}	0,12%
KI_8	0.6705	6,70222 10^{-1}	0,03%
KI_9	0.7899	7,89716 10^{-1}	0,03%
KI_10	0.93757	9,39463 10^{-1}	0,2%
KI_11	1.1508	1,15201	0,11%
KI_12	1.4472	1,45163	0,30%
KI_13	1.8923	1,91885	1,38%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4.3.2 Résultats sur K_{II} :

Pour ce test, on souhaite que K_{II} soit tel que $K_{II}=K_{IIref}\pm 5.10^{-2}$. (test absolu)

Identification	Code_Aster	Référence	Différence
CALC_G			
KII_1	0.04277	4,27722 10^{-2}	3,92 10^{-8}
KII_2	-0.00019	1,21013 10^{-4}	3,1 10^{-4}
KII_3	0.00864	7,10255 10^{-3}	1,54 10^{-3}
KII_4	0.00068	1,94683 10^{-3}	0.0013
KII_5	0.001988	1,20266 10^{-3}	7,85 10^{-4}
KII_6	-0.0003965	8,82542 10^{-4}	1,27 10^{-3}
KII_7	-0.001049	-1,23199 10^{-3}	1,82 10^{-4}
KII_8	-0.01141	-3,54655 10^{-3}	7,86 10^{-3}
KII_9	0.006572	-4,54122 10^{-3}	0.0111
KII_10	0.001981	-8,18030 10^{-3}	0.01
KII_11	-0.038036	-1,55772 10^{-2}	0.0224
KII_12	-0.012783	-2,31849 10^{-2}	0.0104
KII_13	-0.02314	-3,52229 10^{-2}	0.012

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques du maillage

Dans cette modélisation, la méthode upwind est testée pour la propagation de fissure. Les level-sets sont déterminées par résolution des équations de réactualisation par schéma aux différences finies.

5.2 Caractéristiques du maillage

On utilise ici le même maillage que dans la modélisation A (§2.1).

5.3 Grandeurs testées et résultats

Pour chaque pas de propagation, on teste la valeur des facteurs d'intensité de contraintes K_I et K_{II} données par CALC_G.

5.3.1 Résultats sur K_I :

On réalise un test relatif de non régression sur K_I par rapport à $K_{I\,maillage}$ avec une précision de 3%.

Identification	*Code_Aster*	Référence	Différence (%)
CALC_G			
KI_1	0.243960	2,43961 10^{-1}	2.03E-04%
KI_2	0.290552	2,90147 10^{-1}	0.14 %
KI_3	0.330871	3,30840 10^{-1}	9.645E-03%
KI_4	0.375936	3,75984 10^{-1}	0.0126 %
KI_5	0.433524	4,33606 10^{-1}	0.02 %
KI_6	0.496884	4,96975 10^{-1}	0.02 %
KI_7	0.572963	5,73785 10^{-1}	0.14 %
KI_8	0.673340	6,70222 10^{-1}	0.46 %
KI_9	0.788694	7,89716 10^{-1}	0.13 %
KI_10	0.94306	9,39463 10^{-1}	0.39 %
KI_11	1.151406	1,15201	0.05 %
KI_12	1.44998	1,45163	0.11 %
KI_13	1.92206	1,91885	0.17 %

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5.3.2 Résultats sur K_{II} :

Pour ce test, on souhaite que K_{II} soit tel que $K_{II}=K_{IIref}\pm 3.10^{-2}$. (test absolu)

Identification	Code_Aster	Référence	Différence
CALC_G			
KII_1	0.0427721	4,27722 10^{-2}	3.92E-08
KII_2	-0.0001827	1,21013 10^{-4}	3.04 E-04
KII_3	0.0086350	7,10255 10^{-3}	1.53E-03
KII_4	0.0006797	1,94683 10^{-3}	1.27E-03
KII_5	0.0019676	1,20266 10^{-3}	7.64E-04
KII_6	-0.0001195	8,82542 10^{-4}	1.00E-03
KII_7	-0.0009619	-1,23199 10^{-3}	2.70E-04
KII_8	-0.0002964	-3,54655 10^{-3}	3.84E-03
KII_9	-0.0027228	-4,54122 10^{-3}	1.82E-03
KII_10	-0.0258299	-8,18030 10^{-3}	0.017
KII_11	-0.0041077	-1,55772 10^{-2}	0.01146
KII_12	-0.0283523	-2,31849 10^{-2}	5.17E-03
KII_13	-0.0304681	-3,52229 10^{-2}	4.75E-03

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Modélisation D

6.1 Caractéristiques de la modélisation

Dans cette modélisation, la méthode géométrique est testée pour la propagation de fissure. Les level-sets sont recalculées à chaque pas de propagation.

6.2 Caractéristiques du maillage

On utilise ici le même maillage que dans la modélisation A .

6.3 Grandeurs testées et résultats

Pour chaque pas de propagation, on teste la valeur des facteurs d'intensité de contraintes K_I et K_{II} donnés par CALC_G.

6.3.1 Résultats sur K_I :

On réalise un test relatif de non régression sur K_I par rapport à $K_{I\,maillage}$ avec une précision de 3% .

Identification	*Code_Aster*	Référence	Différence (%)
CALC_G			
KI_1	2,4396 10^{-1}	2,43961 10^{-1}	-2,03 10^{-4} %
KI_2	2,9026 10^{-1}	2,90147 10^{-1}	0,04%
KI_3	3,3057 10^{-1}	3,30840 10^{-1}	0,08%
KI_4	3,7665 10^{-1}	3,75984 10^{-1}	0,18%
KI_5	4,3352 10^{-1}	4,33606 10^{-1}	0,01%
KI_6	4,966710^{-1}	4,96975 10^{-1}	0,06%
KI_7	5,7348 10^{-1}	5,73785 10^{-1}	0,05%
KI_8	6,7175 10^{-1}	6,70222 10^{-1}	0,23%
KI_9	7,8989 10^{-1}	7,89716 10^{-1}	0,02%
KI_10	9,3925 10^{-1}	9,39463 10^{-1}	0,02%
KI_11	1,15158	1,15201	0,04%
KI_12	1,45290	1,45163	0,09%
KI_13	1,92063	1,91885	0,09%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6.3.2 Résultats sur K_{II} :

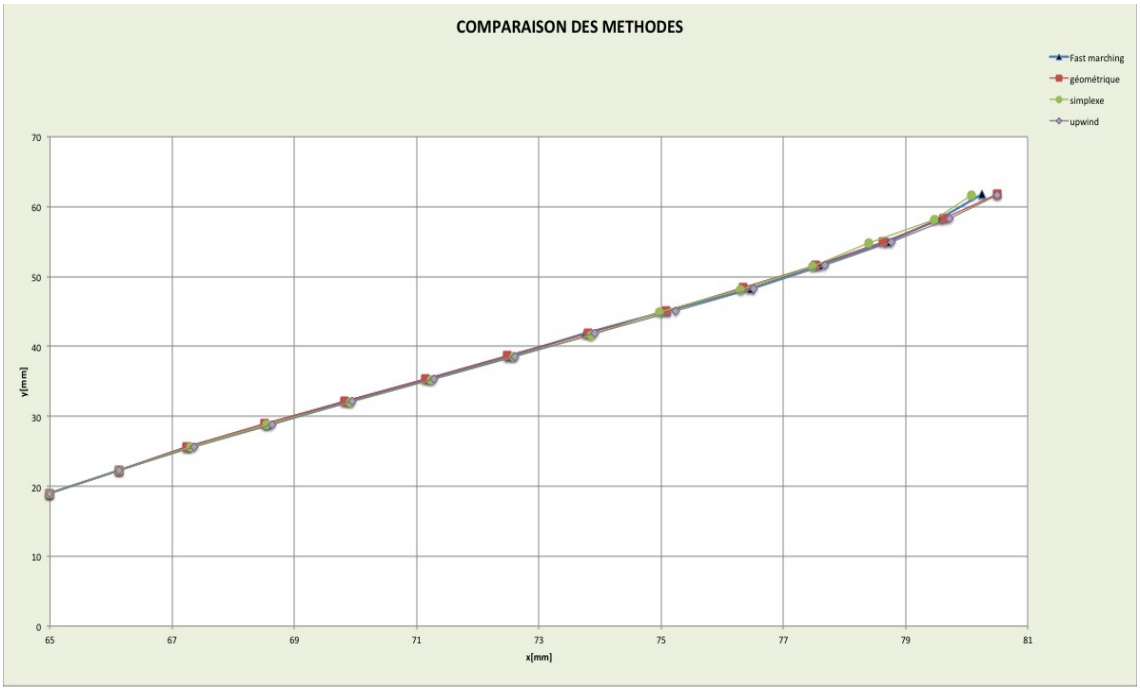
Pour ce test, on souhaite que K_{II} soit tel que $K_{II}=K_{IIref}\pm 3.10^{-2}$ (test en absolu).

Identification	Code_Aster	Référence	Différence %
CALC_G			
KII_1	4,27721 10^{-2}	4,27722 10^{-2}	3,92 10^{-8}
KII_2	5,49728 10^{-5}	1,21013 10^{-4}	6,6 10^{-5}
KII_3	8,31292 10^{-3}	7,10255 10^{-3}	1,21 10^{-3}
KII_4	1,41042 10^{-3}	1,94683 10^{-3}	5,36 10^{-4}
KII_5	1,93652 10^{-4}	1,20266 10^{-3}	7,34 10^{-4}
KII_6	7,04563 10^{-4}	8,82542 10^{-4}	1,78 10^{-4}
KII_7	0,0	-1,23199 10^{-3}	1,23 10^{-3}
KII_8	0,0	-3,54655 10^{-3}	3,55 10^{-3}
KII_9	0,0	-4,54122 10^{-3}	4,54 10^{-3}
KII_10	0,0	-8,18030 10^{-3}	8,18 10^{-3}
KII_11	0,0	-1,55772 10^{-2}	1,56
KII_12	0,0	-2,31849 10^{-2}	2,32
KII_13	0,0	-3,52229 10^{-2}	3,52

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7 Synthèses des résultats

On peut comparer les trajets que donnent les quatre méthodes (simplexe, upwind, upwind&FMM et géométrique) :



Les quatre méthodes donnent toutes le même parcours de propagation, qui est très proche aux données expérimentales (Figure 3.4-a).

On peut comparer le temps de calcul pour le même nombre de pas de propagation (13) des quatre méthodes. Pour les méthodes simplexe et upwind, on a vérifié la performance en utilisant la restriction du domaine de calcul. On remarque que la restriction du domaine permet de réduire fortement le temps de calcul de ces deux méthodes et de rendre la performance des méthodes maillage, simplexe et upwind comparable.

Maillage	Méthode	Temps (s)
quadrangles	Maillage	19.0
	Simplexe	13.0
	Upwind	16
	Géométrique	15.3

Les résultats permettent de valider sur un cas simple le calcul des facteurs d'intensité de contraintes en mode I pour les éléments $\mathrm{X\text{-}FEM}$ pour les différentes méthodes.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)