SSLP311 - Fissure centrale oblique dans une plaque rectangulaire finie, à deux matériaux, soumise à traction uniforme

Résumé :

Ce test est issu de la validation indépendante de la version 3 en mécanique de la rupture.

Il s'agit d'un test bidimensionnel en statique avec bi-matériau en présence d'une fissure d'interface interne oblique.

Le comportement de la structure (bi-matériau) est élastique linéaire isotrope.

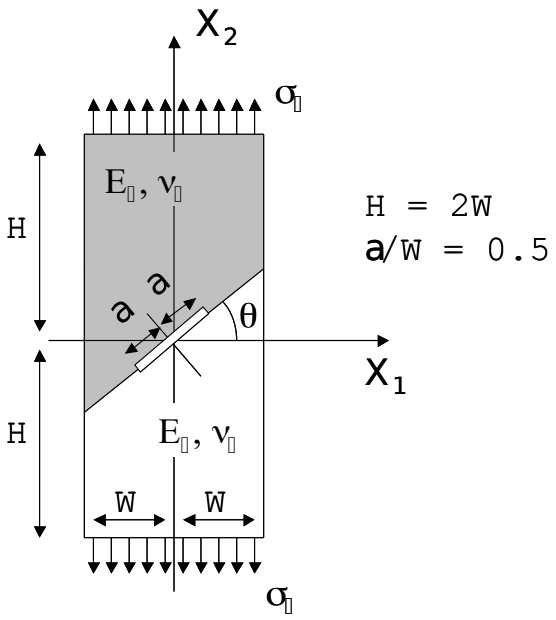
Le cas test comprend quatre modélisations en contraintes planes dans lesquelles l'influence de l'inclinaison de la fissure θ est étudiée (4 cas).

Le calcul des facteurs d'intensité des contraintes n'est pas disponible pour une fissure située à l'interface d'un bi-matériau ; la comparaison à la solution de référence se fait donc sur le taux de restitution de l'énergie uniquement, calculé avec l'opérateur CALC_G.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



On considère 4 valeurs de l'angle θ : 15°, 30°, 45° et 60°.
Les autres dimensions sont choisies telles que $H=2\mathrm{W}=4\mathrm{a}$.
La valeur de a vaut $1.\mathrm{E}-3\,m$.

1.2 Propriétés des matériaux

Matériau n° 1

Élastique, linéaire, isotrope, module d'Young $E_1=2\mathrm{E}{+}12\,Pa$ et coefficient de Poisson $\nu_1=0{,}3$.

Matériau n° 2

Élastique, linéaire, isotrope, module d'Young $E_2=2\mathrm{E}{+}11\,Pa$ et coefficient de Poisson $\nu_2=0{,}3$.

1.3 Conditions aux limites et chargement

- Les modes rigides sont bloqués par les conditions aux limites suivantes :
  $UX=UY=0$ au coin inférieur gauche du modèle.
  $UY=0$ sur le bord inférieur.
- Chargement : tension uniforme $\sigma_{yy}=\sigma_0$ sur le bord supérieur.
  La valeur de σ_0 est $100\,MPa$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Méthode des éléments de frontière, avec des éléments quadratiques [bib1].

Le calcul de K_I et K_{II} est effectué par une intégrale de contour (intégrale M [bib2]) dans laquelle interviennent les contraintes et déplacements calculés dans la pièce, ainsi que les contraintes et déplacements déduits de solutions asymptotiques définies analytiquement, dans lesquelles K_I et K_{II} sont alternativement nuls.

A titre de comparaison, le calcul des K est également effectué par la méthode d'extension virtuelle.

2.2 Résultats de référence

Les résultats de la solution de référence sont présentés dans le tableau ci-dessous, pour les différentes valeurs de l'angle et pour les deux extrémités de la fissure, avec $F_j = \dfrac{K_j}{\sigma_0\sqrt{\pi a}} \quad (j = I, II)$.

Méthode		Côté gauche				Côté droit			
		$\theta=15°$	$\theta=30°$	$\theta=45°$	$\theta=60°$	$\theta=15°$	$\theta=30°$	$\theta=45°$	$\theta=60°$
intégrale	F_I	1,0115	0,7868	0,5211	0,2770	1,1266	0,9910	0,7646	0,4919
M	F_{II}	0,4434	0,6244	0,6723	0,5804	0,0862	0,2961	0,4056	0,4057
extension	F_I	1,0110	0,7864	0,5210	0,2769	1,1260	0,9904	0,7643	0,4919
virtuelle	F_{II}	0,4429	0,6240	0,6720	0,5801	0,0865	0,2960	0,4055	0,4056

La relation entre le taux global de restitution de l'énergie G et les K_j s'écrit comme suit [bib3] :

$$G = \beta\,(K_I^2 + K_{II}^2)$$

avec :

$$\kappa_i = \frac{3-\nu_i}{1+\nu_i}$$

$$\beta = \frac{1}{16\,C\,h^2(\alpha\pi)}\left(\frac{1+\kappa_1}{\mu_1}+\frac{1+\kappa_2}{\mu_2}\right) \text{ et } \quad \mu_i = \frac{E_i}{2(1+\nu_i)}$$

$$\alpha = \frac{1}{2\pi}\ln\left[\left(\frac{\kappa_1}{\mu_1}+\frac{1}{\mu_2}\right)\left(\frac{\kappa_2}{\mu_2}+\frac{1}{\mu_1}\right)^{-1}\right]$$

2.3 Incertitude sur la solution

Estimée à moins de 0,1%. On note que l'écart entre la méthode des intégrales de contour et la méthode d'extension virtuelle est généralement inférieur à 0,05 %.

2.4 Références bibliographiques

1) Stress intensity factor analysis of interface crack using boundary element method. Application of contour-integral method. N. MIYAZAKI, T. IKEDA, T.SODA et T. MUNAKATA. Engng.Fract.Mechs., 45, n°5, 599-610, 1993.

2) An analysis of interface cracks between dissimilar isotropic materials using conservation integrals in elasticity. J. F. YAU et T. C. CHANG. Engng.Fract.Mechs., 20, 423-432, 1984.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

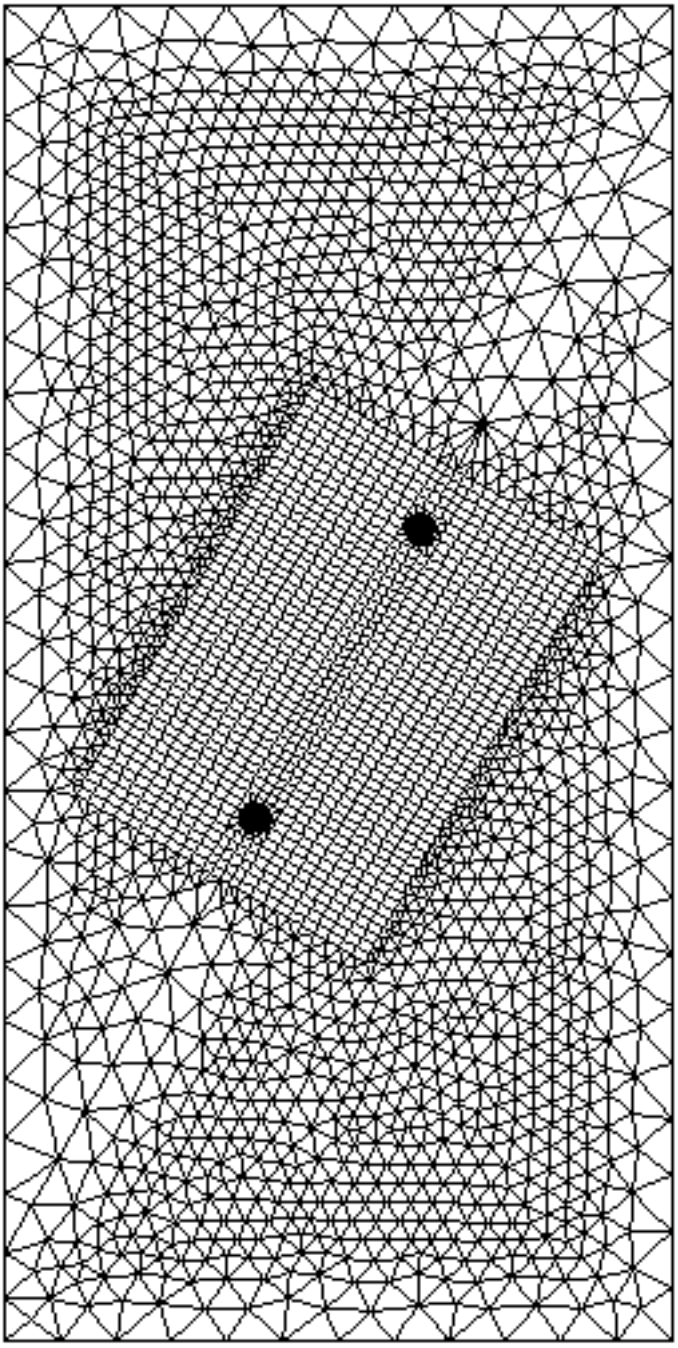
3) The strength of adhesive joints using the theory of cracks. B. M. MALYSHEV et R. L. SALGANIK. Int.J.Fract.Mech., 1, 114-128, 1965.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

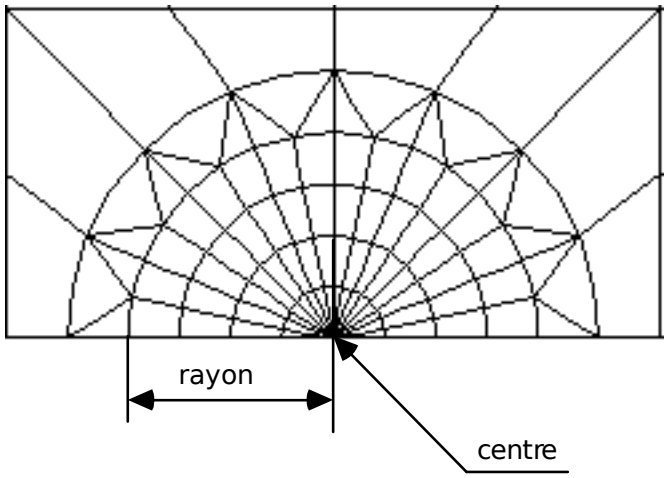
3.1 Caractéristiques de la modélisation

Les différentes modélisations sont identiques à part l'inclinaison de la fissure.



Maillage complet pour un angle $\beta = 60°$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)



Zoom sur la pointe de fissure

Le rayon vaut $7.5\mathrm{E}-5\,m$.

Il y a quatre couronnes définies par la commande CALC_G :

couronne 1 : $Rinf=0.$ $R\sup=1.875\mathrm{E}-5\mathrm{m}$
couronne 2 : $Rinf=1.875\mathrm{E}-5\mathrm{m}$ $R\sup=3.750\mathrm{E}-5\mathrm{m}$
couronne 3 : $Rinf=3.750\mathrm{E}-5\mathrm{m}$ $R\sup=5.625\mathrm{E}-5\mathrm{m}$
couronne 4 : $Rinf=5.625\mathrm{E}-5\mathrm{m}$ $R\sup=7.500\mathrm{E}-5\mathrm{m}$

La direction de propagation est définie par : $\cos\theta,\sin\theta$

3.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage est constitué de 10676 nœuds et 4584 éléments, dont 1392 éléments QUA8 et 3168 éléments TRI6.

3.3 Fonctionnalités testées

Le calcul de K_I et K_{II} n'est pas valide pour un bimatériau : l'option K ne peut être utilisée et seul le calcul du taux de restitution de l'énergie est possible.

3.4 Grandeurs testées et résultats

3.4.1 Valeurs testées

Identification	Référence	*Aster*	% différence
Extrémité gauche, $\theta=15°$			
G , couronne 1	9,67362E+1	9,2428E+1	-4,45
G , couronne 2	9,67362E+1	9,6392E+1	-0,356
G , couronne 3	9,67362E+1	9,6417E+1	-0,330
G , couronne 4	9,67362E+1	9,6421E+1	-0,326
K_I	5,6694E+6	-	-
K_{II}	-2,4852E+6	-	-
Extrémité droite, $\theta=15°$			

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

G , couronne 1	1,0125E+2	9,6763E+1	4,33
G , couronne 2	1,0125E+2	1,0093E+2	0,315
G , couronne 3	1,0125E+2	1,0095E+2	0,295
G , couronne 4	1,0125E+2	1,0095E+2	0,291
K_I	6,3145E+6	-	-
K_{II}	4,8309E+5	-	-

3.4.2 Remarques

Pour obtenir le G sur le fond de fissure, on calcule le taux de restitution d'énergie à l'aide de la relation entre G et les K_j [bib3] :

$$\kappa_1=\kappa_2=2.076923$$
$$\mu_1=7.6923\,E+11$$
$$\mu_2=7.6923\,E+10$$
$$\alpha=-9.37742\,E-2$$
$$\beta=2.524488\,E-12$$
$$G=\beta\,(K_I^2+K_{II}^2)$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Valeurs testées

Identification	Référence	*Aster*	% différence
Extrémité gauche, $\theta=30°$			
G , couronne 1	8,0017E+1	7,6431E+1	-4,48
G , couronne 2	8,0017E+1	7,9707E+1	-0,387
G , couronne 3	8,0017E+1	7,9730E+1	-0,358
G , couronne 4	8,0017E+1	7,9734E+1	-0,353
K_I	4,4100E+6	-	-
K_{II}	-3,499E+6	-	-
Extrémité droite, $\theta=30°$			
G , couronne 1	8,48417E+1	8,1080E+1	-4,433
G , couronne 2	8,48417E+1	8,4583E+1	-0,305
G , couronne 3	8,48417E+1	8,4602E+1	-0,282
G , couronne 4	8,48417E+1	8,4602E+1	-0,282
K_I	5,5545E+6	-	-
K_{II}	1,6596E+6	-	-

5 Modélisation C

5.1 Valeurs testées

Identification	Référence	*Aster*	% différence
Extrémité gauche, $\theta=45°$			
G , couronne 1	5,73826E+1	5,48161E+1	-4,473
G , couronne 2	5,73826E+1	5,71687E+1	-0,373
G , couronne 3	5,73826E+1	5,71865E+1	-0,342
G , couronne 4	5,73826E+1	5,7189E+1	-0,337
K_I	2,92076E+6	-	-
K_{II}	-3,7682E+6	-	-
Extrémité droite, $\theta=45°$			
G , couronne 1	5,94122E+1	5,7039E+1	-3,994
G , couronne 2	5,94122E+1	5,9505E+1	0,157
G , couronne 3	5,94122E+1	5,9516E+1	0,175
G , couronne 4	5,94122E+1	5,9518E+1	0,179
K_I	4,28557E+6	-	-
K_{II}	2,27338E+6	-	-

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Modélisation D

6.1 Valeurs testées

Identification	Référence	*Aster*	% différence
Extrémité gauche, $\theta=60°$			
G, couronne 1	3,28015E+1	3,10680E+1	5,285
G, couronne 2	3,28015E+1	3,24037E+1	1,213
G, couronne 3	3,28015E+1	3,24140E+1	1,181
G, couronne 4	3,28015E+1	3,24156E+1	1,177
K_I	1,55258E+6	-	-
K_{II}	3,2531E+6	-	-
Extrémité droite, $\theta=60°$			
G, couronne 1	3,22436E+1	3,11825E+1	3,291
G, couronne 2	3,22436E+1	3,25321E+1	0,895
G, couronne 3	3,22436E+1	3,25383E+1	0,914
G, couronne 4	3,22436E+1	3,25398E+1	0,919
K_I	2,75709E+6	-	-
K_{II}	2,27394E+6	-	-

7 Synthèse des résultats

Le calcul de K_I et K_{II} n'est pas disponible pour une fissure située à l'interface d'un bimatériau, et la comparaison se fait donc directement sur le taux de restitution de l'énergie G.

Le calcul de G n'est pas précis sur la première couronne dans tous les cas d'inclinaison de la fissure, ce qui confirme qu'il faut éviter de prendre un rayon $Rinf$ nul. En ce qui concerne les autres couronnes, les écarts sont de l'ordre de 0,4%. Pour le cas d'inclinaison $\theta=60°$ l'écart dépasse 1 %. Dans l'ensemble, les résultats sont satisfaisants pour G.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)