SSLL402 - Anneau dynamométrique

Résumé :

Ce test permettait à l'origine de vérifier en élasticité linéaire le calcul des efforts intérieurs et des contraintes sur une poutre courbe (POU_C_T), ces éléments ont été supprimés. On utilise maintenant des poutres droites pour traiter le problème.

Une modélisation permet de tester les éléments de poutres droites de Timoshenko (POU_D_T).

La solution de référence est analytique et les résultats obtenus sont de très bonne qualité.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

Anneau circulaire

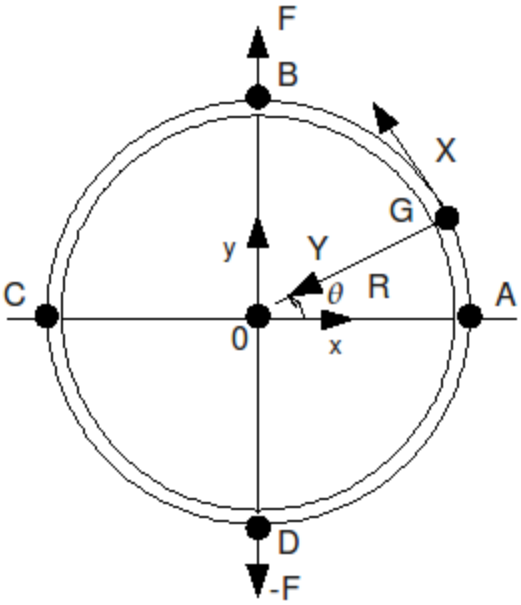


Figure 1-a : Anneau circulaire.

$R=2\,m$

La section (pleine) est un cercle de rayon $0{,}01\,m$.

1.2 Propriétés des matériaux

Module d'Young : $E=2.10^{11}\,Pa$

Coefficient de Poisson : $\nu=0.3$

1.3 Conditions aux limites et chargement

Condition aux limites :

$DX=DY=DZ=DRX=0$ sur le point A

$DY=DZ=0$ sur le point C

Chargement :

sur B , $F=1\,N$,

sur D , $F=-1\,N$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solutions de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour les solutions de référence : analytique

Sur le tronçon (A, B) $\left(0<\theta<\frac{\pi}{2}\right)$, nous avons :

$$N=\frac{F}{2}\cos\theta\ ,\ Vy=-\frac{F}{2}\sin\theta\ ,\ M_z=-\frac{FR}{2}(1-\cos\theta)+\Gamma\ .$$

Sur le tronçon $(B, C)\left(\frac{\pi}{2}<\theta<\pi\right)$, nous avons :

$$N=-\frac{F}{2}\cos\theta\ ,\ Vy=\frac{F}{2}\sin\theta\ ,\ M_z=-\frac{FR}{2}(1+\cos\theta)+\Gamma\ .$$

Par utilisation de la loi de comportement reliant M à la rotation de la normale et compte tenu que cette dernière est nulle en A et en B, nous avons :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} M\,d\theta=0\ ,$$

d'où : $\Gamma = M_A = M_C = \frac{\pi-2}{2\pi}F\ R$

2.2 Résultats de référence

Efforts intérieurs pour $\theta=0°$ et $90°$.

2.3 Incertitude sur la solution

Solution analytique.

2.4 Références bibliographiques

1. Rapport n° 2314/A de l'Institut Aérotechnique « Proposition et réalisation de nouveaux cas tests manquant à la validation des poutres *Aster* »

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Le modèle est composé de 800 éléments POU_D_T.

3.2 Caractéristiques du maillage

Il est constitué de 800 SEG2.

3.3 Grandeus testées et résultats

3.3.1 Effort intérieur à $\theta=0°$

	Type de Référence	Référence	Tolérance
N	ANALYTIQUE	5.000E–01	1,00E-003 %
Vy	ANALYTIQUE	0.0000	2,00E-003 *
MFz	ANALYTIQUE	3.6338E–01	1,00E-003 %

* Écart absolu

3.3.2 Effort intérieur à $\theta=90°$

	Type de Référence	Référence	Tolérance
N	ANALYTIQUE	0.0000	2,00E-003 *
Vy	ANALYTIQUE	–5.0000E–01	1,00E-003 %
MFz	ANALYTIQUE	–6.3662E–01	1,00E-003 %

*Ecart absolu

3.3.3 Contrainte à $\theta=0°$

	Type de Référence	Référence	Tolérance
$SIXXMAX$	ANALYTIQUE	4.6426E+05	1,00E-003 %

3.3.4 Contrainte à $\theta=90°$

	Type de Référence	Référence	Tolérance
$SIXXMIN$	ANALYTIQUE	–8.1056E+05	1,00E-003 %

3.4 Remarques

La symétrie par rapport à l'axe (A,C) implique la nullité de l'effort tranchant T en A et en C. L'équilibre suivant Oy du demi-anneau (A,B,C) impose en A et en C un effort normal égal à $\frac{F}{2}$. La symétrie par rapport à l'axe (B,D) implique que les moments en A et en C sont égaux en valeur absolue et de sens contraires.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Synthèse des résultats

Les résultats sont très proche de la solution analytique (erreur inférieure à 1.0E-05) sauf pour deux valeurs (N à $\theta=90°$ et Vy à $\theta=0°$) pour lesquelles l'erreur est de 2.0E-03. On remarque que cette erreur diminue lentement lorsqu'on raffine le maillage, mais la précision de 1.0E-05 n'est toujours pas atteintes avec 1000 éléments par quart de cercle.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)