SSLL118 – Poutre encastrée soumise à des déplacements définis dans un repère local

Résumé :

Ce cas test permet de valider l'option DDL_POUTRE de la commande AFFE_CHAR_MECA, qui permet d'imposer des déplacements définis dans un repère local lié à la poutre.

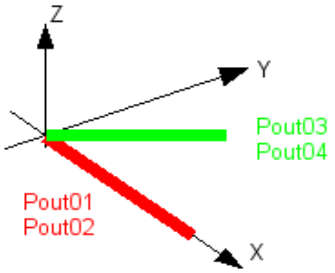
Les conditions sur les degrés de liberté $(dx, dy, dz, drx, dry, drz)$ exprimés dans le repère local sont traduites en conditions sur les degrés de liberté $(DX, DY, DZ, DRX, DRY, DRZ)$ exprimés dans le repère global.

Ce cas test permet notamment de valider le fait, qu'imposer un déplacement nul dans un repère local est correctement traduit dans le repère global.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problèmes de référence

1.1 Géométrie



Il y a 4 poutres de longueur L modélisées avec des POU_D_E.

$Pout01$, $Pout02$: elles sont suivant l'axe global X.
$Pout03$, $Pout04$: leur axe est dans la direction $(1.0,1.0,0.0)$.

1.2 Propriétés du matériau

Caractéristiques du matériau

$E=2.0\text{E}11\text{Pa}$ $\nu=0.30$

1.3 Caractéristiques géométriques

Toutes les poutres ont la même section rectangulaire :

$HY=0.2$ $HZ=0.1$

La longueur des poutres est de 2m .

1.4 Conditions aux limites et chargements

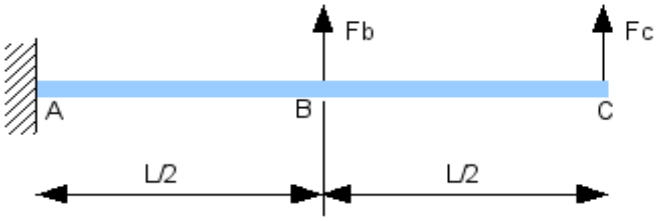
Toutes les poutres sont encastrées à l'origine : nœuds $N1$, $N2$, $N3$, $N4$.
Un déplacement est imposé à l'autre extrémité : nœuds NA , NB , NC , ND .
Un effort peut être imposé au nœud milieu : nœuds IA , IB , IC , ID .

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul

La solution de référence utilise les résultats ci-dessous :



δc et δb représentent le déplacement aux points C et B.

$$EI.\delta c=\frac{Fc.L}{3}+\frac{5.Fb.L^3}{48} \quad [1]$$

$$EI.\delta b=\frac{5.Fc.L^3}{47}+\frac{Fb.L^3}{24} \quad [2]$$

La réaction d'appui $Fa=-Fc-Fb$ [3]

Les conditions aux limites qui sont utilisées lors de la validation sont : un déplacement en C : δc et un éventuel effort en B : Fb. La résolution des équations [1], [2], [3] donnent les expressions suivantes :

$$\delta b=\frac{7.Fb.L^3}{768.EI}+\frac{5.\delta c}{16}$$

$$Fc=\frac{3.\delta c.EI}{L^3}-\frac{5.Fb}{16}$$

$$Fa=-\frac{3.\delta c.EI}{L^3}-\frac{11.\mathrm{Fb}}{16}$$

2.2 Grandeurs et résultats de référence

Les calculs réalisés sur les 4 poutres diffèrent soit par des conditions aux limites imposées à leurs nœuds B et C, soit par une définition différente du repère local. Les conditions aux limites imposées en déplacement ou en effort permettent de déterminer les solutions théoriques des différents cas envisagés.

Caractéristiques de la poutre :

$3.EIy=10\mathrm{E}{+}07\ N.m^2 \qquad 3.\mathrm{EIz}=4.0\mathrm{E}+07\ N.m^2$

Nom de la poutre : $Pout01$

Données :

VECT_Y	:	$(-0.0 \quad 1.0 \quad 0.0)$
δy en C (dans le repère local)	:	$2.0\mathrm{E}-03\,m$
δz en C (dans le repère local)	:	$1.0\mathrm{E}-03\,m$

Résultats théoriques :

FY en A (dans le repère global)	:	$\frac{-3.\delta y.EIz}{L^3}$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

FZ en A (dans le repère global) : $\frac{-3.\delta z.EIy}{L^3}$

Nom de la poutre : *Pout02*
Données :

VECT_Y	:	$(-0.0 \quad 0.0 \quad 1.0)$
δy en C (dans le repère local)	:	$2.0\text{E}-03\,m$
δz en C (dans le repère local)	:	$1.0\text{E}-03\,m$

Résultats théoriques :

FY en A (dans le repère global)	:	$\frac{3.\delta z.EIz}{L^3}$
FZ en A (dans le repère global)	:	$\frac{-3.\delta y.EIy}{L^3}$

Nom de la poutre : *Pout03*
Données :

VECT_Y	:	$(-1.0 \quad 1.0 \quad 0.0)$
δy en C (dans le repère local)	:	$2.0\text{E}-03\,m$
δz en C (dans le repère local)	:	$1.0\text{E}-03\,m$

Résultats théoriques :

FX en A (dans le repère global)	:	$\frac{-3\sqrt{2}.\delta y.EIz}{2.\text{L}^3}$
FY en A (dans le repère global)	:	$\frac{3\sqrt{2}.\delta y.EIz}{2.L^3}$
FZ en A (dans le repère global)	:	$\frac{-3.\delta z.EIy}{L^3}$

Nom de la poutre : *Pout04*
Données :

VECT_Y	:	$(-1.0 \quad 1.0 \quad 0.0)$
δy en C (dans le repère local)	:	$2.0\text{E}-03\,m$
δz en C (dans le repère local)	:	0
FZ en B (dans le repère global)	:	1000.0

Résultats théoriques :

FX en A (dans le repère global)	:	$\frac{-3\sqrt{2}.\delta y.EIz}{2.\text{L}^3}$
FY en A (dans le repère global)	:	$\frac{-3\sqrt{2}.\delta y.EIz}{2.\text{L}^3}$
FZ en A (dans le repère global)	:	$\frac{-11.Fb}{16}$
DZ en B (dans le repère global)	:	$\frac{7.Fb.L^3}{768.EI}$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques du maillage et de la modélisation

Nombre de nœuds : 12
Nombre de SEG2 : 8
Nombre de groupe de mailles : 4

Les poutres sont modélisées avec des POU_D_E.

3.2 Grandeurs testées et résultats

Les grandeurs testées sont les réactions à l'encastrement et le déplacement du nœud ID .

Poutre	Type du champ	Composante	Nœud	Valeurs de Référence	Erreur Relative
Pout01	FORC_NODA	DY	*N1*	-10000.0	0.0 %
		DZ	*N1*	-1250.0	0.0 %
Pout02	FORC_NODA	DY	*N2*	5000.0	0.0 %
		DZ	*N2*	-2500.0	0.0 %
Pout03	FORC_NODA	DX	*N3*	7071.0678	1.34E-05 %
		DY	*N3*	-7071.0678	1.34E-05 %
		DZ	*N3*	-1250.0	1.32E-05 %
Pout04	FORC_NODA	DX	*N4*	7071.0678	1.34E-05 %
		DY	*N4*	-7071.0678	1.34E-05 %
		DZ	*N4*	-687.5	5.79E-06 %
	DEPL	DZ	*ID*	2.1875E-05	-1.93E-05 %

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques du maillage et de la modélisation

Nombre de nœuds : 16
Nombre de SEG2 : 12
Nombre de groupe de mailles : 6

Les poutres sont modélisées avec des POU_D_E.

4.2 Grandeurs testées et résultats

Les grandeurs testées sont les réactions à l'encastrement et le déplacement du nœud ID .

Poutre	Type du champ	Composante	Nœud	Type de Référence	Valeurs de Référence	Tolérance
Pout01	FORC_NODA	DY	*N1*	'ANALYTIQUE'	-10000.0	0,1 %
		DZ	*N1*	'ANALYTIQUE'	-1250.0	0,1 %
Pout02	FORC_NODA	DY	*N2*	'ANALYTIQUE'	5000.0	0,1 %
		DZ	*N2*	'ANALYTIQUE'	-2500.0	0,1 %
Pout03	FORC_NODA	DX	*N3*	'ANALYTIQUE'	7071.0678	0,1 %
		DY	*N3*	'ANALYTIQUE'	-7071.0678	0,1 %
		DZ	*N3*	'ANALYTIQUE'	1250.0	0,1 %
Pout04	FORC_NODA	DX	*N4*	'ANALYTIQUE'	7071.0678	0,1 %
		DY	*N4*	'ANALYTIQUE'	-7071.0678	0,1 %
		DZ	*N4*	'ANALYTIQUE'	-687.5	0,1 %
	DEPL	DZ	*ID*	'ANALYTIQUE'	2.1875E-05	0,1 %

4.3 Remarques

Cette modélisation permet de valider DDL_POUTRE de la commande AFFE_CHAR_MECA avec le mot-clé MAILLE/GROUP_MA, les poutres *Pout01* , *Pout02* , *Pout03* , *Pout04* ont été allongées de 1m.

Le lieu d'application des conditions aux limites et des chargements n'a pas changé.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Synthèse des résultats

Ce cas test permet de valider l'utilisation de DDL_POUTRE de la commande AFFE_CHAR_MECA. On valide notamment le fait qu'imposer un déplacement nul dans un repère local est bien traduit dans le repère global.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)