SSLL103 - Flambement élastique d'une cornière

Résumé :

Une poutre droite (cornière à ailes égales) biarticulée est soumise à un effort normal (excentré ou non) ou à un moment fléchissant.

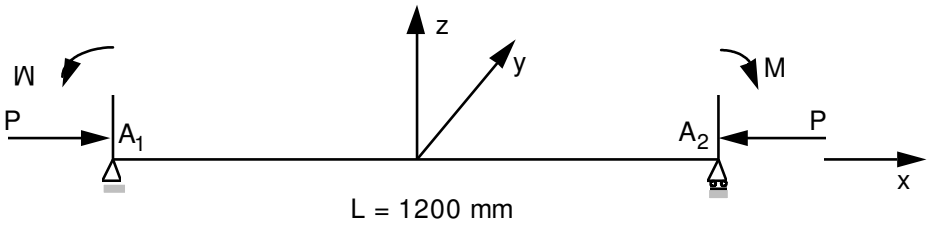
On cherche les charges critiques de flambement élastique.
- mécanique élastique linéaire,
- flambement d'une poutre,
- excentrement du centre de torsion,
- intérêt du test : calcul de la matrice de rigidité géométrique des éléments POU_D_TG et POU_D_T,
- 2 modélisations.

Une incertitude persiste sur le nombre de modes de flambement de la solution de référence [§5].

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

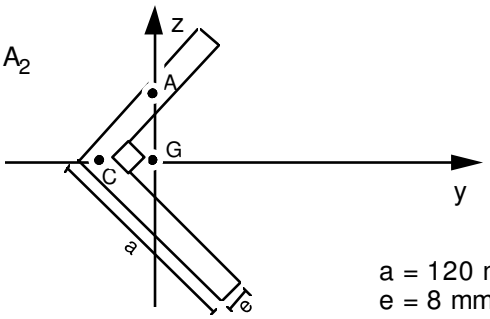


L = 1200 mm

Caractéristiques de la section

$A = 1856\ mm^2$
$I_y = 4167339\ mm^4$
$I_z = 1045547\ mm^4$
$J = 39595\ mm^4$
$I_\omega = 44398819\ mm^6$
$I_{yr2} = 84948392\ mm^5$
$y_c = -41.012\ mm$
$z_c = 0$

Section A_1 et A_2



a = 120 mm
e = 8 mm
CG = 41.012 mm

1.2 Propriétés de matériaux

Module d'Young: $E = 2.10\mathrm{E}-5\ MPa$
Coefficient de Poisson: $\nu = 0.3$

1.3 Conditions aux limites et chargements

$A1 : DX = DY = DZ = DRX = 0$
$A2 : DY = DZ = DRX = 0$

Chargement
- cas 1 : effort axial P en G
- cas 2 : effort axial P en C
- cas 3 : effort axial P en A
- cas 4 : moment fléchissant M

1.4 Remarques

Pour les cas 2 et 3, on applique en $A2$ un effort en G, puis on superpose en $A1$ et $A2$ un moment de flexion (suivant oz pour cas 2, suivant oy pour cas 3) pour excentrer l'effort en C (ou en A).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Avec prise en compte du gauchissement, les calculs faits par V. De Ville De Goyet [bib1] donnent : soit :

$$I_y=\int_A z^2\,dA \qquad I_y=\int_A y^2\,dA \qquad I_{yr^2}=\int_A y\left(y^2+z^2\right)dA \qquad I_{yr^2}=\int_A z\left(y^2+z^2\right)dA$$

$$P_{cry}=\frac{\pi^2 E I_z}{L^2} \qquad P_{crz}=\frac{\pi^2 E I_y}{L^2} \qquad P_{crx}=\left(\frac{G J+\pi^2 E I_\omega}{L^2}\right)Ar_a$$

$$Ar_c=\frac{\left(I_y+I_z\right)}{A}+y_c^2+z_c^2+y_c\left(\frac{I_{yrz}}{Iz}-2\,y_c\right)+z_c\left(\frac{I_{zr^2}}{Iz}-2\,z_c\right)$$

$$Ar_a=\frac{\left(I_y+I_z\right)}{A}+y_c^2+z_c^2+y_a\left(\frac{I_{yrz}}{Iz}-2\,y_c\right)+z_a\left(\frac{I_{zr^2}}{Iz}-2\,z_c\right)$$

avec :

$\left(y_a, z_a\right)$: coordonnées du point d'application de l'effort

$\left(y_c, z_c\right)$: coordonnées du centre de torsion

Cas 1, 2, 3 :
On obtient 3 charges critiques en résolvant l'équation du 3° degré en P :

$$Ar_a\left(P_{cry}-P\right)\left(P_{crz}-P\right)\left(P_{crx}-P\right)-P^2\left(P_{crz}-P\right)(z_c-z_a)^2-P^2\left(P_{cry}-P\right)(y_c-y_a)^2=0$$

Cas 4 :
Le moment critique Mcr (autour de l'axe y) vaut :

$$Mcr=\pm\left(\left(G J+\frac{\pi^2 E I_\omega}{L^2}\right)P_{cry}\right)^{1/2}$$

En négligeant le gauchissement : la solution analytique de référence est donnée dans [bib2] [bib3].

2.2 Résultats de référence

Valeurs des charges critiques correspondant aux premiers modes de flambage pour les différents cas de charge.

2.3 Incertitude sur la solution

Solution analytique. Les valeurs de référence sont obtenues à l'aide de NAG (routine $C0SAGF$, $EPS=10^{-8}$).

2.4 Références bibliographiques

1. V. DE VILLE DE GOYET "Analyse statique non linéaire par la méthode des éléments finis des structures spatiales formées de poutres à section non symétrique" - Thèse de doctorat Université de Liège, MSM, année académique (1988-1989).

2. P. PENSERINI "Instabilité élastique des poutres à profil mince ouvert : aspects théoriques et numériques" Note EDF/DER/HM77/112.

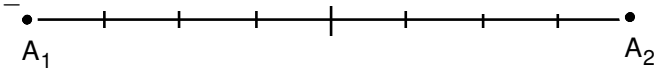
3. J. CERISIER "Propagation de deux cas tests de modélisation du calcul des poutres en flambement élastique dans le *Code_Aster*" HM77/184

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

8 éléments POU_D_TG



3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 9
Nombre de mailles et types : 8 SEG2

3.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Référence	Erreur
Cas 1		
mode 1	6.92531E+05	3.0E-3
mode 2	1.50487E+06	1.0E-2
mode 3	1.00589E+07	0.04
Cas 2		
mode 1	1.50487E+06	3.0E-3
mode 2	5.99812E+06	1.0E-2
mode 3	1.47904E+06	0.04
Cas 3		
mode 1	5.72260E+05	4.0E-3
mode 2	2.45950E+06	0.02
mode 3	1.85673E+07	0.05
Cas 4		
mode 1	-7.00631E+07	5.0E-3

3.4 Remarques

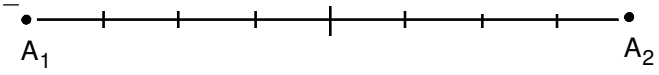
La précision est excellente avec 8 éléments dans la longueur.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

8 éléments POU_D_T



4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 9
Nombre de mailles et types : 8 SEG2

4.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Référence	Erreur
Cas 1		
mode 1	6.796E+05	0.01
mode 2	1.505E+06	0.01
mode 3	1.0055E+07	0.05
Cas 2		
mode 1	1.505E+06	0.01
mode 2	5.998E+06	0.04
Cas 3		
mode 1	5.638E+05	0.20
mode 3	1.8525E+07	0.07
Cas 4		
mode 1	-6.9376E+07	0.002

4.4 Remarques

La précision est assez bonne avec 8 éléments dans la longueur. La solution diffère un peu de celle obtenue avec gauchissement (modélisation A).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Synthèse des résultats

La solution analytique nous donne 3 modes de flambement dont les charges critiques sont racines d'une équation du 3° degré.

Y-a-t-il d'autres charges critiques intercalées entre les 3 valeurs trouvées ?

Aster retrouve les bonnes charges critiques, mais au milieu de beaucoup d'autres … par exemple pour le cas 3, les 3 charges critiques cherchées correspondent aux NUME_MODE : 1, 10 et 19.

Ceci est vrai pour les deux modélisations.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)