SSLL13 – Calcul du ferraillage des poutres

Résumé :

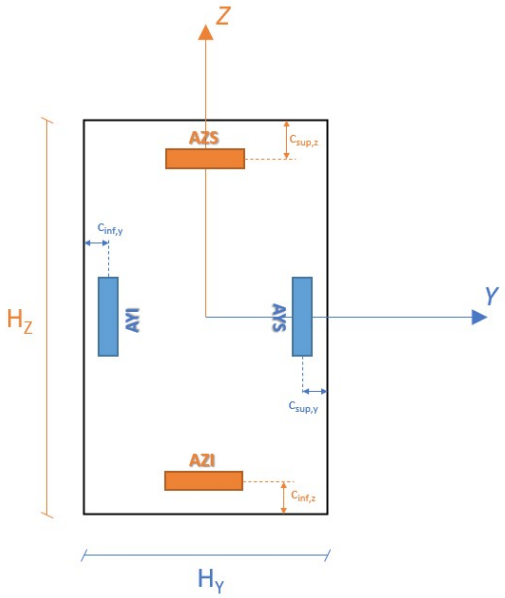
Ce test concerne la vérification analytique des densités de ferraillage calculées à l'aide de l'opérateur CALC_FERRAILLAGE.
Plusieurs cas de chargements sont étudiés à l'ELU pour la modélisation A, à l'ELS (Caractéristique) pour la modélisation B et l'ELS QP pour la modélisation C. Enfin, on introduit une modélisation D à l'ELU au niveau de laquelle on change le type de modélisation aux éléments finis, en passant d'une modélisation en poutre d'Euler [POU_D_E] telle que retenue pour les modélisations A,B,C à une modélisation en poutre de Timoshenko [POU_D_T]

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

On considère une poutre de section rectangulaire, de dimensions $h = H_Z = 0{,}3\,m$ et $b_w = H_Y = 0{,}5\,m$.



1.2 Propriétés du matériau

Sans objet concernant la résolution mécanique (voir §1.3). Voir le paragraphe 1.3.2 pour les paramètres de la détermination de l'état limite concernant le matériau.

1.3 Conditions aux limites et chargements

Il n'y a pas d'opérateur de résolution mécanique appelé dans ce test.
On applique en entrée de l'opérateur CALC_FERRAILLAGE un champs d'efforts généralisés analytique, correspondant à l'une des configurations suivantes :

1.3.1 Cas de chargements à l'ELU

1. force de compression de $1\,000\,000\,\mathrm{N}$, et un effort tranchant de $100\,000\,\mathrm{N}$ suivant l'axe Z
2. force de traction de $1\,000\,000\,\mathrm{N}$, et un effort tranchant de $-100\,000\,\mathrm{N}$ suivant l'axe Z
3. force de traction de $1\,000\,000\,\mathrm{N}$, un effort tranchant de $-100\,000\,\mathrm{N}$ suivant l'axe Z et moment de torsion de $10\,000\,\mathrm{Nm}$
4. moment de flexion de $100\,000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe Z .
5. moment de flexion de $-100\,000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe Y .
6. moment de flexion de $-100\,000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe Z et force de traction de $100\,000\,\mathrm{N}$
7. moment de flexion de $-100\,000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe Y et force de traction de $100\,000\,\mathrm{N}$
8. moment de flexion de $-100\,000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe Z et force de traction de $2\,000\,000\,\mathrm{N}$
9. moment de flexion de $100\,000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe Z et moment de flexion de $-150\,000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe Y
10. moment de flexion de $100\,000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe Z , moment de flexion de $-150\,000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe Y et force de compression de $3\,000\,000\,\mathrm{N}$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

11. moment de flexion de $-150\,000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe Z
12. moment de flexion de $-260\,000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe Z
13. moment de flexion de $-380\,000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe Z
14. force de compression de $4\,500\,000\,\mathrm{N}$, moment de flexion de $380\,000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe Z et un effort tranchant de $100\,000\,\mathrm{N}$ suivant Z

1.3.2 Cas de chargements à l'ELS Caractéristique

1. force de compression de $1\,000\,000\,\mathrm{N}$, et un effort tranchant de $100\,000\,\mathrm{N}$ suivant l'axe Z
2. force de traction de $1\,000\,000\,\mathrm{N}$, et un effort tranchant de $-100\,000\,\mathrm{N}$ suivant l'axe Z
3. force de traction de $1\,000\,000\,\mathrm{N}$, un effort tranchant de $-100\,000\,\mathrm{N}$ suivant l'axe Z et moment de torsion de $10\,000\,\mathrm{Nm}$
4. moment de flexion de $100\,000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe Z .
5. moment de flexion de $-100\,000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe Y .
6. moment de flexion de $-100\,000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe Z et force de traction de $100\,000\,\mathrm{N}$
7. moment de flexion de $-100\,000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe Y et force de traction de $100\,000\,\mathrm{N}$
8. moment de flexion de $-100\,000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe Z et force de traction de $2\,000\,000\,\mathrm{N}$
9. moment de flexion de $100\,000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe Z et moment de flexion de $-150\,000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe Y
10. moment de flexion de $100\,000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe Z , moment de flexion de $-150\,000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe Y et force de compression de $3\,000\,000\,\mathrm{N}$
11. moment de flexion de $-150\,000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe Z
12. moment de flexion de $-260\,000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe Z
13. moment de flexion de $-380\,000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe Z
14. force de compression de $4\,500\,000\,\mathrm{N}$, moment de flexion de $380\,000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe Z et un effort tranchant de $100\,000\,\mathrm{N}$ suivant Z

1.3.3 Cas de chargements à l'ELS Quasi Permanent

1. force de compression de $1\,000\,000\,\mathrm{N}$, et un effort tranchant de $100\,000\,\mathrm{N}$ suivant l'axe Z
2. force de traction de $1\,000\,000\,\mathrm{N}$, et un effort tranchant de $-100\,000\,\mathrm{N}$ suivant l'axe Z
3. force de traction de $1\,000\,000\,\mathrm{N}$, un effort tranchant de $-100\,000\,\mathrm{N}$ suivant l'axe Z et moment de torsion de $10\,000\,\mathrm{Nm}$
4. moment de flexion de $100\,000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe Z .
5. moment de flexion de $-100\,000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe Y .
6. moment de flexion de $-100\,000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe Z et force de traction de $100\,000\,\mathrm{N}$
7. moment de flexion de $-100\,000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe Y et force de traction de $100\,000\,\mathrm{N}$
8. moment de flexion de $-100\,000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe Z et force de traction de $2\,000\,000\,\mathrm{N}$
9. moment de flexion de $100\,000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe Z et moment de flexion de $-150\,000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe Y
10. moment de flexion de $100\,000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe Z , moment de flexion de $-150\,000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe Y et force de compression de $3\,000\,000\,\mathrm{N}$
11. moment de flexion de $-150\,000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe Z
12. moment de flexion de $-260\,000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe Z
13. moment de flexion de $-380\,000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe Z
14. force de compression de $4\,500\,000\,\mathrm{N}$, moment de flexion de $380\,000\,\mathrm{Nm}$ autour de l'axe Z et un effort tranchant de $100\,000\,\mathrm{N}$ suivant Z

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1.4 Autres paramètres de calcul

1.4.1 Paramètres à l'ELU

On considérera à l'ELU 9 configurations sur lesquelles on lancera le calcul des 14 cas de chargements présentés au niveau du §1.3.1 :

- Configuration 1 - Calcul de base :

  - calcul à l'EC2
  - enrobage supérieur de $c_{sup,Y}$ = $c_{sup,Z}$ =4 cm
  - enrobage inférieur de $c_{inf,Y}$ = $c_{inf,Z}$ = 4 cm
  - limite d'élasticité de l'acier f_{yk} = 500 MPa
  - module d'Young de l'acier E_{ys} = 210 000 MPa
  - type diagramme (σ - ε) pour l'acier = 'B2'
  - résistance caractéristique du béton f_{ck} = 35 MPa
  - masse volumique de l'acier ρ_s = 7800 Kg/m ^{3}
  - α_{cc} = 1.0 / γ_c = 1.5 / γ_s = 1.15

- Configuration 2 - Prise en compte du ferraillage de compression :

  - calcul à l'EC2
  - **FERR_COMP = 'OUI'**
  - enrobage supérieur de $c_{sup,Y}$ = $c_{sup,Z}$ =4 cm
  - enrobage inférieur de $c_{inf,Y}$ = $c_{inf,Z}$ = 4 cm
  - limite d'élasticité de l'acier f_{yk} = 500 MPa
  - module d'Young de l'acier E_{ys} = 210 000 MPa
  - type diagramme (σ - ε) pour l'acier = 'B2'
  - résistance caractéristique du béton f_{ck} = 35 MPa
  - masse volumique de l'acier ρ_s = 7800 Kg/m ^{3}
  - α_{cc} = 1.0 / γ_c = 1.5 / γ_s = 1.15

- Configuration 3 - Prise en compte de l'impact de la compression sur la résistance à l'effort tranchant et de l'impact de l'effort tranchant et de la torsion sur le ferraillage longitudinal :

  - calcul à l'EC2
  - **FERR_COMP = 'OUI'**
  - **UTIL_COMPR = 'OUI'**
  - **EPURE_CISA = 'OUI'**
  - enrobage supérieur de $c_{sup,Y}$ = $c_{sup,Z}$ =4 cm
  - enrobage inférieur de $c_{inf,Y}$ = $c_{inf,Z}$ = 4 cm
  - limite d'élasticité de l'acier f_{yk} = 500 MPa
  - module d'Young de l'acier E_{ys} = 210 000 MPa
  - type diagramme (σ - ε) pour l'acier = 'B2'
  - résistance caractéristique du béton f_{ck} = 35 MPa
  - masse volumique de l'acier ρ_s = 7800 Kg/m ^{3}
  - α_{cc} = 1.0 / γ_c = 1.5 / γ_s = 1.15

- Configuration 4 - Recherche d'un ferraillage symétrique de dimensionnement :

  - calcul à l'EC2
  - **FERR_COMP = 'OUI'**
  - **FERR_SYME = 'OUI'**
  - **SEUIL_SYME = 1** cm ^{2}
  - enrobage supérieur de $c_{sup,Y}$ = $c_{sup,Z}$ =4 cm
  - enrobage inférieur de $c_{inf,Y}$ = $c_{inf,Z}$ = 4 cm
  - limite d'élasticité de l'acier f_{yk} = 500 MPa
  - module d'Young de l'acier E_{ys} = 210 000 MPa
  - type diagramme (σ - ε) pour l'acier = 'B2'
  - résistance caractéristique du béton f_{ck} = 35 MPa
  - masse volumique de l'acier ρ_s = 7800 Kg/m ^{3}

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

- α_{cc} = 1.0 / γ_c = 1.5 / γ_s = 1.15

- Configuration 5 - Dimensionnement au BAEL91 :

  - calcul au BAEL91
  - **FERR_COMP = 'OUI'**
  - enrobage supérieur de $c_{sup,Y} = c_{sup,Z}$ =4 cm
  - enrobage inférieur de $c_{inf,Y} = c_{inf,Z}$ = 4 cm
  - limite d'élasticité de l'acier f_E = 500 MPa
  - module d'Young de l'acier E_{ys} = 210 000 MPa
  - type diagramme (σ - ε) pour l'acier = 'B2'
  - résistance caractéristique du béton f_{cj} = 35 MPa
  - masse volumique de l'acier ρ_s = 7800 Kg/m ^{3}
  - α_{cc} = 1.0 / γ_c = 1.5 / γ_s = 1.15

1.4.2 Paramètres à l'ELS Caractéristique

On considérera à l'ELS Caractéristique 4 configurations sur lesquelles on lancera le calcul des 10 cas de chargements présentés au niveau du §1.3.2 :

- Configuration 1 - Calcul de base :

  - calcul à l'EC2
  - enrobage supérieur de $c_{sup,Y} = c_{sup,Z}$ =4 cm
  - enrobage inférieur de $c_{inf,Y} = c_{inf,Z}$ = 4 cm
  - résistance caractéristique du béton f_{ck} = 35 MPa
  - contrainte limite autorisée dans l'acier : $\sigma_{s,lim}$ = 400 MPa
  - contrainte limite de compression autorisée au niveau de la face inférieure de béton : $\sigma_{c,inf,lim}$ = 21 MPa
  - contrainte limite de compression autorisée au niveau de la face inférieure de béton : $\sigma_{c,sup,lim}$ = 21 MPa
  - coefficient d'équivalence acier-béton : α_E = 15
  - masse volumique de l'acier ρ_s = 7800 Kg/m ^{3}

- Configuration 2 - Prise en compte du ferraillage de compression :

  - calcul à l'EC2
  - **FERR_COMP = 'OUI'**
  - enrobage supérieur de $c_{sup,Y} = c_{sup,Z}$ =4 cm
  - enrobage inférieur de $c_{inf,Y} = c_{inf,Z}$ = 4 cm
  - résistance caractéristique du béton f_{ck} = 35 MPa
  - contrainte limite autorisée dans l'acier : $\sigma_{s,lim}$ = 400 MPa
  - contrainte limite de compression autorisée au niveau de la face inférieure de béton : $\sigma_{c,inf,lim}$ = 21 MPa
  - contrainte limite de compression autorisée au niveau de la face inférieure de béton : $\sigma_{c,sup,lim}$ = 21 MPa
  - coefficient d'équivalence acier-béton : α_E = 15
  - masse volumique de l'acier ρ_s = 7800 Kg/m ^{3}

- Configuration 3 - Recherche d'un ferraillage symétrique de dimensionnement :

  - calcul à l'EC2
  - **FERR_COMP = 'OUI'**
  - **FERR_SYME = 'OUI'**
  - **SEUIL_SYME = 5** cm ^{2}
  - enrobage supérieur de $c_{sup,Y} = c_{sup,Z}$ =4 cm
  - enrobage inférieur de $c_{inf,Y} = c_{inf,Z}$ = 4 cm
  - résistance caractéristique du béton f_{ck} = 35 MPa
  - contrainte limite autorisée dans l'acier : $\sigma_{s,lim}$ = 400 MPa
  - contrainte limite de compression autorisée au niveau de la face inférieure de béton : $\sigma_{c,inf,lim}$ = 21 MPa
  - contrainte limite de compression autorisée au niveau de la face inférieure de béton :

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$\sigma_{c,sup,lim}$ = 21 MPa
- coefficient d'équivalence acier-béton : α_E = 15
- masse volumique de l'acier ρ_s = 7800 Kg/m ^{3}

- Configuration 4 - Calcul au BAEL91

- calcul au BAEL91
- **FERR_COMP = 'OUI'**
- enrobage supérieur de $c_{sup,Y} = c_{sup,Z}$ =4 cm
- enrobage inférieur de $c_{inf,Y} = c_{inf,Z}$ = 4 cm
- résistance caractéristique du béton f_{CJ} = 35 MPa
- contrainte limite autorisée dans l'acier : $\sigma_{s,lim}$ = 400 MPa
- contrainte limite de compression autorisée au niveau de la face inférieure de béton : $\sigma_{c,inf,lim}$ = 21 MPa
- contrainte limite de compression autorisée au niveau de la face inférieure de béton : $\sigma_{c,sup,lim}$ = 21 MPa
- coefficient d'équivalence acier-béton : N = 15
- masse volumique de l'acier ρ_s = 7800 Kg/m ^{3}

1.4.3 Paramètres à l'ELS Quasi Permanent

On considérera à l'ELS Permanent 4 configurations sur lesquelles on lancera le calcul des 10 cas de chargements présentés au niveau du §1.3.3 :

- Configuration 1 - Calcul de base :

- calcul à l'EC2
- enrobage supérieur de $c_{sup,Y} = c_{sup,Z}$ =4 cm
- enrobage inférieur de $c_{inf,Y} = c_{inf,Z}$ = 4 cm
- résistance caractéristique du béton f_{ck} = 35 MPa
- limite d'élasticité de l'acier : f_{yk} = 500 MPa
- module d'Young de l'acier : E_{ys} = 210 000 MPa
- ouverture maximale de fissures autorisée en face inférieure : $w_{max,inf}$ = 0.15 mm
- ouverture maximale de fissures autorisée en face supérieure : $w_{max,sup}$ = 0.15 mm
- coefficient de durée de chargement : k_t = 0.4
- contrainte limite de compression autorisée dans le béton pour la maitrise du fluage non linéaire : $\sigma_{c,\ lim,NL}$ = 15.75 MPa
- diamètre estimatif des barres en face inférieure suivant l'axe X : $\Phi_{INF,X}$ = 25 mm
- diamètre estimatif des barres en face supérieure suivant l'axe X : $\Phi_{SUP,X}$ = 25 mm
- diamètre estimatif des barres en face inférieure suivant l'axe Y : $\Phi_{INF,Y}$ = 25 mm
- diamètre estimatif des barres en face supérieure suivant l'axe Y : $\Phi_{SUP,Y}$ = 25 mm
- coefficient d'équivalence acier-béton : α_E = 15
- masse volumique de l'acier ρ_s = 7800 Kg/m ^{3}

- Configuration 2 - Prise en compte du ferraillage de compression :

- calcul à l'EC2
- **FERR_COMP = 'OUI'**
- enrobage supérieur de $c_{sup,Y} = c_{sup,Z}$ =4 cm
- enrobage inférieur de $c_{inf,Y} = c_{inf,Z}$ = 4 cm
- résistance caractéristique du béton f_{ck} = 35 MPa
- limite d'élasticité de l'acier : f_{yk} = 500 MPa
- module d'Young de l'acier : E_{ys} = 210 000 MPa
- ouverture maximale de fissures autorisée en face inférieure : $w_{max,inf}$ = 0.15 mm
- ouverture maximale de fissures autorisée en face supérieure : $w_{max,sup}$ = 0.15 mm
- coefficient de durée de chargement : k_t = 0.4
- contrainte limite de compression autorisée dans le béton pour la maitrise du fluage non linéaire : $\sigma_{c,\ lim,NL}$ = 15.75 MPa
- diamètre estimatif des barres en face inférieure suivant l'axe X : $\Phi_{INF,X}$ = 25 mm
- diamètre estimatif des barres en face supérieure suivant l'axe X : $\Phi_{SUP,X}$ = 25 mm
- diamètre estimatif des barres en face inférieure suivant l'axe Y : $\Phi_{INF,Y}$ = 25 mm
- diamètre estimatif des barres en face supérieure suivant l'axe Y : $\Phi_{SUP,Y}$ = 25 mm

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

- coefficient d'équivalence acier-béton : $\alpha_E = 15$
- masse volumique de l'acier $\rho_s = 7800$ Kg/m ^{3}

• Configuration 3 - Recherche d'un ferraillage symétrique de dimensionnement :

- calcul à l'EC2
- **FERR_COMP = 'OUI'**
- **FERR_ SYME = ' OUI '**
- **SEUIL_SYME =** 5 cm ^{2}
- enrobage supérieur de $c_{sup,Y} = c_{sup,Z}$ =4 cm
- enrobage inférieur de $c_{inf,Y} = c_{inf,Z} = 4$ cm
- résistance caractéristique du béton $f_{ck} = 35$ MPa
- limite d'élasticité de l'acier : $f_{yk} = 500$ MPa
- module d'Young de l'acier : $E_{ys} = 210\,000$ MPa
- ouverture maximale de fissures autorisée en face inférieure : $w_{max,inf} = 0.15$ mm
- ouverture maximale de fissures autorisée en face supérieure : $w_{max,sup} = 0.15$ mm
- coefficient de durée de chargement : $k_t = 0.4$
- contrainte limite de compression autorisée dans le béton pour la maitrise du fluage non linéaire : $\sigma_{c,\,lim,NL} = 15.75$ MPa
- diamètre estimatif des barres en face inférieure suivant l'axe X : $\Phi_{INF,X} = 25$ mm
- diamètre estimatif des barres en face supérieure suivant l'axe X : $\Phi_{SUP,X} = 25$ mm
- diamètre estimatif des barres en face inférieure suivant l'axe Y : $\Phi_{INF,Y} = 25$ mm
- diamètre estimatif des barres en face supérieure suivant l'axe Y : $\Phi_{SUP,Y} = 25$ mm
- coefficient d'équivalence acier-béton : $\alpha_E = 15$
- masse volumique de l'acier $\rho_s = 7800$ Kg/m ^{3}

• Configuration 4 - Calcul au BAEL91

- calcul au BAEL91
- **FERR_COMP = 'OUI'**
- enrobage supérieur de $c_{sup,Y} = c_{sup,Z}$ =4 cm
- enrobage inférieur de $c_{inf,Y} = c_{inf,Z} = 4$ cm
- résistance caractéristique du béton $f_{ck} = 35$ MPa
- limite d'élasticité de l'acier : $f_{yk} = 500$ MPa
- module d'Young de l'acier : $E_{ys} = 210\,000$ MPa
- ouverture maximale de fissures autorisée en face inférieure : $w_{max,inf} = 0.15$ mm
- ouverture maximale de fissures autorisée en face supérieure : $w_{max,sup} = 0.15$ mm
- coefficient de durée de chargement : $k_t = 0.4$
- contrainte limite de compression autorisée dans le béton pour la maitrise du fluage non linéaire : $\sigma_{c,\,lim,NL} = 15.75$ MPa
- diamètre estimatif des barres en face inférieure suivant l'axe X : $\Phi_{INF,X} = 25$ mm
- diamètre estimatif des barres en face supérieure suivant l'axe X : $\Phi_{SUP,X} = 25$ mm
- diamètre estimatif des barres en face inférieure suivant l'axe Y : $\Phi_{INF,Y} = 25$ mm
- diamètre estimatif des barres en face supérieure suivant l'axe Y : $\Phi_{SUP,Y} = 25$ mm
- coefficient d'équivalence acier-béton : $\alpha_E = 15$
- masse volumique de l'acier $\rho_s = 7800$ Kg/m ^{3}

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul

Les densités des aciers longitudinaux sont calculées conformément à la méthode des 3 Pivots (A, B,C).

2.2 Grandeurs et résultats de référence

2.2.1 Calculs à l'ELU

On donnera le détail du calcul vis-à-vis du cas par défaut (Configuration 1 + Configuration 2 pour les cas où un acier de compression est requis).

2.2.1.1 Cas de chargement 1

La poutre est soumise à une compression de $N=-1\,000\,000\,\mathrm{N}$ et à un effort tranchant $V_z=100\,000\,\mathrm{N}$.

Ferraillage longitudinal :
La résistance du béton non armé à la compression est donnée par :

$$N_{Rd}=A_c\times f_{cd}=0{,}30\,m\times 0{,}50\,m\times\left(\frac{35\,MPa}{1{,}5}\right)=3{,}5\,\mathrm{MN}>1\,\mathrm{MN}$$

Par conséquent, la section est en Pivot C (Cas d'une déformation uniforme) tel que le béton puisse résister à lui seul à l'effort ⇒ pas de ferraillage longitudinal requis.

$$A_{SYS}=A_{SYI}=A_{SZS}=A_{SZI}=0\,cm^2$$

Ferraillage transversal :
A l'Eurocode 2, le calcul du ferraillage transversal peut tenir compte de l'effort normal de compression et il s'agit de commencer par vérifier la résistance du béton non ferraillé transversalement à l'effort tranchant, donnée par la formule ci-dessous :

$$V_{Rd,c}=\left[max\left(C_{Rd,c}k\left(100\,\rho_l f_{ck}\right)^{1/3};v_{min}\right)+k_1\sigma_{cp}\right]\times b_w d$$

Soit, si l'on tient compte de l'impact de l'effort normal :

$$V_{Rd,c}=\left[max\left(\frac{0{,}18}{1{,}5}\cdot\left(1+\sqrt{\frac{200}{460}}\right)\cdot\left(100\times 0\times 35\right)^{1/3};\frac{0{,}053}{1{,}5}\cdot\left(1+\sqrt{\frac{200}{460}}\right)\cdot 35^{0{,}5}\right)+0{,}15\times\left(\frac{1{,}0}{0{,}3\times 0{,}5}\right)\right]\times 0{,}3\times 0{,}46$$

$$V_{Rd,c}=185\,868\,N$$

C e terme est supérieur à la valeur de l'effort tranchant sollicitant la section , et qui vaut 100 000 N.
Par conséquent, aucun ferraillage transversal est requis.
S i l'on ne tient pas compte de l'apport bénéfique de l'effort normal, on aura alors :

$$V_{Rd,c}=69\,884\,N$$

Qui devient alors inférieur à l'effort tranchant sollicitant la section, à savoir $V_{Ed}=100\,000\,N$; on passe alors par la modélisation en treillis de Ritter-Mosche donnée au niveau de l'Eurocode 2, en considérant :

- $\theta_b=21{,}8\,°$ - angle d'inclinaison des bielles de compression de béton
-

$$V_{Rd,max}=\frac{\alpha_{cw}b_w z\nu_1 f_{cd}}{\tan\left(\theta_b\right)+\cot\left(\theta_b\right)}=\frac{1{,}0\times 0{,}3\times\left(0{,}9\times 0{,}46\right)\times 0{,}6\times\left(35/1{,}5\right)}{\tan\left(21{,}8\,°\right)+\cot\left(21{,}8\,°\right)}=564\,798\,N>100\,000\,N$$

- vérification du non écrasement des bielles

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

- $V_{Rd,s}=(\frac{A_{sw}}{s})\,z\,f_{yd}/\tan(\theta_b)$ - résistance des cadres de ferraillage transversal à prévoir.

Afin de vérifier la stabilité du treillis, le dimensionnement mène alors à poser : $V_{Rd,s}=V_{Ed}$; soit : $\frac{A_{sw}}{s}=\frac{V_{Ed}}{z\,f_{yd}/\tan(\theta_b)}=3{,}93\,cm^2/m$

2.2.1.2 Cas de chargement 2

La poutre est soumise à un effort normal de traction de $N=1\,000\,000\,\mathrm{N}$ et à un effort tranchant $V_z=-100\,000\,\mathrm{N}$.

Ferraillage longitudinal :
Il s'agit d'une section entièrement tendue de manière symétrique.
La section d'acier est donc égale à $A_S=\frac{N}{f_{yd}}=\frac{N}{(f_{yk}/\gamma_s)}$ (Pivot A – Cas d'une déformation uniforme).
Chaque lit d'armatures reprend donc le quart de l'effort soit :

$$A_{SYS}=A_{SYI}=A_{SZS}=A_{SZI}=\frac{A_S}{4}=5{,}75\,cm^2$$

Ferraillage transversal :
Idem au cas précédent, en l'absence d'un effort de compression :

$$\frac{A_{sw}}{s}=3{,}93\,cm^2/m$$

2.2.1.3 Cas de chargement 3

La poutre est soumise à un effort normal de traction de $N=1\,000\,000\,\mathrm{N}$, un effort tranchant $V_z=-100\,000\,\mathrm{N}$ et un moment de torsion $M_T=-10\,000\,\mathrm{Nm}$

Ferraillage longitudinal :
Idem au cas précédent : $A_{SYS}=A_{SYI}=A_{SZS}=A_{SZI}=5{,}75\,cm^2$

Ferraillage transversal :
A l'Eurocode 2, il s'agit de commencer par vérifier la résistance du béton cisaillé au couplage effort tranchant et moment de torsion :

- pour l'effort tranchant :

$$V_{Rd,c}=[max(C_{Rd,c}\,k\,(100\rho_l f_{ck})^{1/3};v_{min})+k_1\sigma_{cp}]\times b_w d$$

Soit :

$$V_{Rd,c}=[max(\frac{0{,}18}{1{,}5}\cdot(1+\sqrt{\frac{200}{460}})\cdot(100\times 8{,}846\times 10^{-3}\times 35)^{1/3};\frac{0{,}053}{1{,}5}\cdot(1+\sqrt{\frac{200}{460}})\cdot 35^{0{,}5})]\times 0{,}3\times 0{,}46$$

$$V_{Rd,c}=91\,948\,N$$

- pour la torsion :

$$T_{Rd,c}=2f_{ctd}t_k a_k$$

Soit :

$$T_{Rd,c}=2\times(\frac{2{,}25}{1{,}5})\times(9{,}375\times 10^{-2})\times(8{,}379\times 10^{-2})$$

$$T_{Rd,c}=23\,534\,Nm$$

- Soit, la résistance du béton cisaillé se calcule comme suit :

$$\frac{V_{Ed}}{V_{Rd,c}}+\frac{T_{Ed}}{T_{Rd,c}}=\frac{100\,000}{91\,948}+\frac{10\,000}{23\,534}=1{,}512>1{,}0$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Par conséquent, un ferraillage transversal est requis ; on passe alors par la modélisation en treillis de Ritter-Mosche donnée au niveau de l'Eurocode 2, en considérant :

- $\theta_b = 21{,}8°$ - angle d'inclinaison des bielles de compression de béton
- $V_{Rd,max} = \frac{\alpha_{cw} b_w z \nu_1 f_{cd}}{\tan(\theta_b) + \cot(\theta_b)} = 564\,798\,N$ et
  $T_{Rd,max} = 2\nu\,\alpha_{cw} f_{cd} a_k t_k \sin(\theta_b)\cos(\theta_b) = 65\,222\,Nm$
  Soit, $\frac{V_{Ed}}{V_{Rd,max}} + \frac{T_{Ed}}{T_{Rd,max}} = \frac{100\,000}{564\,798} + \frac{10\,000}{65\,222} = 0{,}33 < 1{,}0$ - vérification du non écrasement des bielles
- $V_{Rd,s} = (\frac{A_{sw}}{s}) z f_{yd} / \tan(\theta_b)$ - résistance des cadres de ferraillage transversal à prévoir.
  Afin de vérifier la stabilité du treillis, le dimensionnement mène alors à poser : $V_{Rd,s} = V_{Ed} + 2V_{EdT}$, tel que $V_{EdT} = \frac{T_{Ed}}{2a_k} \times (h - t_k) = 12\,308\,N$ soit :
  $\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{Ed} + 2V_{EdT}}{z f_{yd} / \tan(\theta_b)} = 4{,}899\,cm^2/m$

2.2.1.4 Cas de chargement 4

La poutre est soumise à un moment de flexion suivant Z égal à $M_{FZ} = 100\,000\,\mathrm{Nm}$. Ce moment de flexion correspond à une fibre inférieure tendue.

A l'ELU :

Le moment ultime réduit $\mu = \frac{M_{FZ}}{h d^2 \eta f_{cd}} = \frac{0{,}1}{0{,}3 \cdot 0{,}46^2 \cdot 1{,}0 \cdot (35/1{,}5)} = 0{,}0675$.
La position relative de la fibre neutre $\alpha = 1 - \sqrt{1 - 2\mu} = 0{,}08745$.
Le bras de levier réduit $y = d(1 - \frac{\alpha}{2}) = 0{,}439$.

La section d'armature est donc égale à $A_{SYI} = \frac{M_{FZ}}{y \sigma_s} = 5{,}181\,\mathrm{cm^2}$ (lit Y inférieur).

2.2.1.5 Cas de chargement 5

La poutre est soumise à un moment de flexion suivant Y égal à $M_{FY} = -100\,000\,\mathrm{Nm}$. Ce moment de flexion correspond à une fibre droite tendue.

A l'ELU :

Le moment ultime réduit $\mu = \frac{|M_{FY}|}{b_w d^2 \eta f_{cd}} = \frac{0{,}1}{0{,}5 \cdot 0{,}26^2 \cdot 1{,}0 \cdot (35/1{,}5)} = 0{,}127$.
La position relative de la fibre neutre $\alpha = 1 - \sqrt{1 - 2\mu} = 0{,}136$.
Le bras de levier réduit $z = d(1 - \frac{\alpha}{2}) = 0{,}242$.

La section d'armature est donc égale à $A_{SZS} = \frac{|M_{FY}|}{z \sigma_s} = 9{,}492\,\mathrm{cm^2}$ (lit Z supérieur).

2.2.1.6 Cas de chargement 6

La poutre est soumise à un moment de flexion suivant Z égal à $M_{FZ} = -100\,000\,\mathrm{Nm}$ et à un effort normal de traction égal à $N = 100\,000\,\mathrm{N}$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

La section est partiellement tendue.

A l'ELU :

Le moment à reprendre est $M=|M_{FZ}|-N(d-\frac{b_w}{2})=79\,000\,\text{Nm}$

Le moment ultime réduit $\mu=\frac{M}{h\,d^2\,\eta\,f_{cd}}=0{,}0533$.

La position relative de la fibre neutre $\alpha=1-\sqrt{1-2\mu}=0{,}0548$.

Le bras de levier réduit $y=d(1-\frac{\alpha}{2})=0{,}447$.

La section d'armature est donc égale à $A_{SYS}=\frac{M}{y\,\sigma_s}+\frac{N}{\sigma_s}=6{,}361\,\text{cm}^2$ (lit Y supérieur).

2.2.1.7 Cas de chargement 7

La poutre est soumise à un moment de flexion suivant Y égal à $M_{FY}=-100\,000\,\text{Nm}$ et à un effort normal de traction égal à $N=100\,000\,\text{N}$.

La section est partiellement tendue.

A l'ELU :

Le moment à reprendre est $M=|M_{FY}|-N(d-\frac{h}{2})=89\,000\,\text{Nm}$

Le moment ultime réduit $\mu=\frac{M}{b_w\,d^2\,\eta\,f_{cd}}=0{,}1128$.

La position relative de la fibre neutre $\alpha=1-\sqrt{1-2\mu}=0{,}120$.

Le bras de levier réduit $z=d(1-\frac{\alpha}{2})=0{,}244$.

La section d'armature est donc égale à $A_{SZS}=\frac{M}{z\,\sigma_s}+\frac{N}{\sigma_s}=10{,}676\,\text{cm}^2$ (lit Z supérieur).

2.2.1.8 Cas de chargement 8

La poutre est soumise à un moment de flexion suivant Z égal à $M_{FZ}=-100\,000\,\text{Nm}$ et à un effort normal de traction égal à $N=2\,000\,000\,\text{N}$.

La section est totalement tendue $M=|M_{FZ}|-N(d-\frac{b_w}{2})=-320\,000\,\text{Nm}<0$

A l'ELU :

La section d'armature est donc égale à :

$A_{SYS}=\frac{M}{(d-b_w)\,\sigma_s}+\frac{N}{\sigma_s}=17{,}524\,\text{cm}^2$ (lit Y supérieur).

$A_{SYI}=\frac{-M}{(d-b_w)\,\sigma_s}=28{,}476\,\text{cm}^2$ (lit Y inférieur).

2.2.1.9 Cas de chargement 9

La poutre est soumise à un moment de flexion suivant Z égal à $M_{FZ}=100\,000\,\text{Nm}$ et à un moment de flexion suivant Y égal à $M_{FY}=-150\,000\,\text{Nm}$. Elle est donc en flexion déviée, et la résolution s'effectue suivant la méthode itérative basée sur la vérification de l'inéquation de Bresler :

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

- On commence par effectuer un calcul en flexion simple suivant l'axe Z : on obtient un ferraillage similaire au CAS 4, à savoir $A_{SYI}=5,181\,\text{cm}^2$
- Idem, on effectue un calcul en flexion simple suivant l'axe Y : on obtient le ferraillage suivant $A_{SZS}=14,85\,\text{cm}^2$
- On calcule l'effort normal résistant, ainsi que les moments fléchissants résistants par le biais des digrammes d'interaction construits à partir du ferraillage calculé précédemment ; on obtient :
$N_{Rd}=4\,370\,905\,N$, $M_{\text{Rd,z}}=99\,888\,Nm$ et $M_{\text{Rd,y}}=-149\,500\,Nm$
- L'équation de Bresler s'écrit alors :
$BRES=(\frac{M_{FZ}}{M_{\text{Rd,z}}})^{a=f(N/N_{Rd})}+(\frac{M_{FY}}{M_{\text{Rd,y}}})^{a}=(\frac{100\,000}{99\,888})^{1,0}+(\frac{150\,000}{149\,500})^{1,0}\approx 2,0$ (ce qui est normal, vu que ce couple de ferraillage est issu d'un calcul découplé (suivant Y et Z) de dimensionnement).
- L'algorithme d'itération consiste alors à augmenter les sections de ferraillage, de sorte à ce que la somme ci-dessus tombe en-dessous de 1 :

- $A_{SYI}=5,181\,\text{cm}^2$ et $A_{SZS}=14,85\,\text{cm}^2$ ⇒ $M_{\text{Rd,z}}=99\,888\,Nm$ et $M_{\text{Rd,y}}=-149\,500\,Nm$ ⇒ BRES = 2,0
- $A_{SYI}=5,699\,\text{cm}^2$ et $A_{SZS}=16,335\,\text{cm}^2$ ⇒ $M_{\text{Rd,z}}=109\,467\,Nm$ et $M_{\text{Rd,y}}=-162\,435\,Nm$ ⇒ BRES = 1,837
- $A_{SYI}=6,269\,\text{cm}^2$ et $A_{SZS}=17,968\,\text{cm}^2$ ⇒ $M_{\text{Rd,z}}=119\,920\,Nm$ et $M_{\text{Rd,y}}=-176\,233\,Nm$ ⇒ BRES = 1,685

  …
  …
- $A_{SYI}=12,217\,\text{cm}^2$ et $A_{SZS}=35,015\,\text{cm}^2$ ⇒ $M_{\text{Rd,z}}=223\,619\,Nm$ et $M_{\text{Rd,y}}=-293\,740\,Nm$ ⇒ BRES = 0,958

2.2.1.10 Cas de chargement 10

La poutre est soumise à un moment de flexion suivant Z égal à $M_{FZ}=100\,000\,\text{Nm}$, à un moment de flexion suivant Y égal à $M_{FY}=-150\,000\,\text{Nm}$ et à un effort de compression égal à $N=-3\,000\,000\,\text{N}$. Elle est donc en flexion déviée et composée, et la résolution s'effectue suivant la méthode itérative basée sur la vérification de l'inéquation de Bresler :

- On commence par effectuer un calcul en flexion composée suivant l'axe Z :

Le moment à reprendre est $M=|M_{FZ}|-N(d-\frac{b_w}{2})=730\,000\,\text{Nm}$

Le moment ultime réduit équivalent s'écrit alors $\mu=\frac{M}{h\,d^2\,\eta\,f_{cd}}=0,493>\mu_{BC}=0,48$.

La section est donc entièrement comprimée, et l'équilibre passe en PIVOT C tel que le problème se résout par itération ; on obtient au final, la solution optimale ci-dessous :

- Déformations en fibres extrêmes : $\varepsilon_{c,\text{sup}}=3,33\cdot 10^{-3}$, $\varepsilon_{c,\text{inf}}=2,23\cdot 10^{-4}$
- Profondeur du PIVOT C : $x_c=(1-\frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu2}})\,b_w=(1-\frac{2,0\cdot 10^{-3}}{3,5\cdot 10^{-3}})\times 0,5=0,2143\,m$
- Effort de compression résistant du béton : $N_{cc}=b_w\,h\,f_{cd}\cdot(1+m_2\,X^{n_c})=2\,973\,627\,N$
- Moment résistant au centre de gravité de la section : $M_{cc}=h\,b_w^2\,f_{cd}\cdot m_1\,X^{n_c}=93\,995\,Nm$
  Tels que :
  - $X=\frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon_{c2}}=\frac{\varepsilon_{c,\text{sup}}-\varepsilon_{c,\text{inf}}}{\varepsilon_{c2}}=1,555$
  - $n_c=2,0$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

- $m_1=\frac{(1-x_c/b_w)^{n_c+1}}{2(n_c+1)}\cdot[1-2\frac{(1-x_c/b_w)}{n_c+2}]$ et $m_2=\frac{-(1-x_c/b_w)^{n_c+1}}{n_c+1}$

Le ferraillage dimensionnant s'en déduit alors des équations d'équilibre ci-dessous :

- $A_{SYI}\sigma_{SYI}+A_{SYS}\sigma_{SYS}=N-N_{cc}$
- $-A_{SYI}\sigma_{SYI}\cdot(b_w/2-c_{\inf})+A_{SYS}\sigma_{SYS}\cdot(b_w/2-c_{\sup})=M_{FZ}-M_{cc}$

Ce qui aboutit à : $A_{SYI}=0\,\text{cm}^2$ et $A_{SYS}=0{,}632\,\text{cm}^2$ (Ferraillage de compression)

- On effectue similairement un calcul en flexion composée suivant l'axe Y :

Le moment à reprendre est $M=|M_{FY}|-N(d-\frac{h}{2})=480\,000\,\text{Nm}$

Le moment ultime réduit équivalent s'écrit alors $\mu=\frac{M}{b_w d^2\eta f_{cd}}=0{,}609>\mu_{BC}=0{,}48$.

La section est donc entièrement comprimée, et l'équilibre passe en PIVOT C tel que le problème se résout par itération ; on obtient au final, la solution optimale ci-dessous :

- Déformations en fibres extrêmes : $\varepsilon_{c,\inf}=3{,}5\cdot10^{-3}$, $\varepsilon_{c,\sup}=0$
- Profondeur du PIVOT C : $x_c=(1-\frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu2}})h=(1-\frac{2{,}0\cdot10^{-3}}{3{,}5\cdot10^{-3}})\times0{,}3=0{,}1286\,m$
- Effort de compression résistant du béton : $N_{cc}=b_w h f_{cd}\cdot(1+m_2 X^{n_c})=2\,660\,934\,N$
- Moment résistant au centre de gravité de la section : $M_{cc}=-b_w h^2 f_{cd}\cdot m_1 X^{n_c}=-89\,900\,Nm$
  Tels que :
  - $X=\frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon_{c2}}=\frac{\varepsilon_{c,\sup}-\varepsilon_{c,\inf}}{\varepsilon_{c2}}=-1{,}75$
  - $n_c=2{,}0$
  - $m_1=\frac{(1-x_c/h)^{n_c+1}}{2(n_c+1)}\cdot[1-2\frac{(1-x_c/h)}{n_c+2}]$ et $m_2=\frac{-(1-x_c/h)^{n_c+1}}{n_c+1}$

Le ferraillage dimensionnant s'en déduit alors des équations d'équilibre ci-dessous :

- $A_{SZI}\sigma_{SZI}+A_{SZS}\sigma_{SZS}=N-N_{cc}$
- $-A_{SZI}\sigma_{SZI}\cdot(h/2-c_{\inf})+A_{SZS}\sigma_{SZS}\cdot(h/2-c_{\sup})=M_{FY}-M_{cc}$

Ce qui aboutit à : $A_{SZS}=0\,\text{cm}^2$ et $A_{SZI}=10{,}902\,\text{cm}^2$ (Ferraillage de compression)

- On calcule alors l'effort normal résistant, ainsi que les moments fléchissants résistants par le biais des digrammes d'interaction construits à partir du ferraillage calculé précédemment ; on obtient :
$N_{Rd}=4\,001\,505\,N$, $M_{\text{Rd,z}}=99\,965\,Nm$ et $M_{\text{Rd,y}}=-150\,014\,Nm$
- L'équation de Bresler s'écrit alors :
$BRES=(\frac{M_{FZ}}{M_{\text{Rd,z}}})^{a=f(N/N_{Rd})}+(\frac{M_{FY}}{M_{\text{Rd,y}}})^{a}=(\frac{100\,000}{99\,965})^{1{,}58}+(\frac{150\,000}{150\,014})^{1{,}58}\approx2{,}0$ (ce qui est normal, vu que ce couple de ferraillage est issu d'un calcul découplé (suivant Y et Z) de dimensionnement).
- L'algorithme d'itération consiste alors à augmenter les sections de ferraillage, de sorte à ce que la somme ci-dessus tombe en-dessous de 1 ; on obtient au final :

- $A_{SYS}=2{,}93\,\text{cm}^2$ et $A_{SZI}=50{,}09\,\text{cm}^2$ $\Rightarrow$
  $N_{\text{Rd}}=5\,804\,403\,N$, $M_{\text{Rd,z}}=138\,358\,Nm$ et $M_{\text{Rd,y}}=-330\,836\,Nm$ $\Rightarrow$
  $a=f(N/N_{\text{Rd}}=0{,}5168)=1{,}347$ $\Rightarrow$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

BRES = 0,9901 ⇒ OK

2.2.1.11 Cas de chargement 11

La poutre est soumise à un moment de flexion suivant Z égal à $M_{FZ}=-150\,000\,\mathrm{Nm}$.

La section est partiellement tendue.
Le moment ultime réduit $\mu=\frac{|M_{FZ}|}{h d^2 \eta f_{cd}}=\frac{0,15}{0,3\cdot 0,46^2\cdot 1,0\cdot(35/1,5)}=0,1013$.
La position relative de la fibre neutre $\alpha=1-\sqrt{1-2\mu}=0,1337$.
Le bras de levier réduit $y=d(1-\frac{\alpha}{2})=0,429\,m$.

La section d'armature est donc égale à $A_{SYS}=\frac{|M_{FZ}|}{y\sigma_s}=7,923\,\mathrm{cm^2}$ (lit Y supérieur).

2.2.1.12 Cas de chargement 12

La poutre est soumise à un moment de flexion suivant Z égal à $M_{FZ}=-260\,000\,\mathrm{Nm}$.

La section est partiellement tendue.
Le moment ultime réduit $\mu=\frac{|M_{FZ}|}{h d^2 \eta f_{cd}}=\frac{0,26}{0,3\cdot 0,46^2\cdot 1,0\cdot(35/1,5)}=0,1755$.
La position relative de la fibre neutre $\alpha=1-\sqrt{1-2\mu}=0,243$.
Le bras de levier réduit $y=d(1-\frac{\alpha}{2})=0,404\,m$.

La section d'armature est donc égale à $A_{SYS}=\frac{|M_{FZ}|}{y\sigma_s}=14,4\,\mathrm{cm^2}$ (lit Y supérieur).

2.2.1.13 Cas de chargement 13

La poutre est soumise à un moment de flexion suivant Z égal à $M_{FZ}=-380\,000\,\mathrm{Nm}$.

La section est partiellement tendue.
Le moment ultime réduit $\mu=\frac{|M_{FZ}|}{h d^2 \eta f_{cd}}=\frac{0,38}{0,3\cdot 0,46^2\cdot 1,0\cdot(35/1,5)}=0,2565$.
La position relative de la fibre neutre $\alpha=1-\sqrt{1-2\mu}=0,378$.
Le bras de levier réduit $y=d(1-\frac{\alpha}{2})=0,373\,m$.

La section d'armature est donc égale à $A_{SYS}=\frac{|M_{FZ}|}{y\sigma_s}=22,382\,\mathrm{cm^2}$ (lit Y supérieur).

2.2.1.14 Cas de chargement 14

La poutre est soumise à une compression de $N=-4500\,000\,\mathrm{N}$, à un moment de flexion $M_{FZ}=380\,000\,\mathrm{Nm}$ et à un effort tranchant $V_z=100\,000\,\mathrm{N}$.

Ferraillage longitudinal :

Le moment à reprendre est $M=|M_{FZ}|-N(d-\frac{b_w}{2})=1\,325\,000\,\mathrm{Nm}$

Le moment ultime réduit équivalent s'écrit alors $\mu=\frac{M}{h d^2 \eta f_{cd}}=0,895>\mu_{BC}=0,48$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

La section est donc entièrement comprimée, et l'équilibre passe en PIVOT C tel que le problème se résout par itération ; on obtient au final, la solution optimale ci-dessous :

- Déformations en fibres extrêmes : $\varepsilon_{c,sup}=3{,}213\cdot10^{-3}$, $\varepsilon_{c,inf}=3{,}829\cdot10^{-4}$
- Profondeur du PIVOT C : $x_c=(1-\frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu2}})b_w=(1-\frac{2{,}0\cdot10^{-3}}{3{,}5\cdot10^{-3}})\times0{,}5=0{,}2143\,m$
- Effort de compression résistant du béton : $N_{cc}=b_w h f_{cd}\cdot(1+m_2 X^{n_c})=3\,064\,141\,N$
- Moment résistant au centre de gravité de la section : $M_{cc}=h b_w^2 f_{cd}\cdot m_1 X^{n_c}=77\,832\,Nm$
  Tels que :
  - $X=\frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon_{c2}}=\frac{\varepsilon_{c,sup}-\varepsilon_{c,inf}}{\varepsilon_{c2}}=1{,}415$
  - $n_c=2{,}0$
  - $m_1=\frac{(1-x_c/b_w)^{n_c+1}}{2(n_c+1)}\cdot[1-2\frac{(1-x_c/b_w)}{n_c+2}]$ et $m_2=\frac{-(1-x_c/b_w)^{n_c+1}}{n_c+1}$

Le ferraillage dimensionnant s'en déduit alors des équations d'équilibre ci-dessous :

- $A_{SYI}\sigma_{SYI}+A_{SYS}\sigma_{SYS}=N-N_{cc}$
- $-A_{SYI}\sigma_{SYI}\cdot(b_w/2-c_{inf})+A_{SYS}\sigma_{SYS}\cdot(b_w/2-c_{sup})=M_{FZ}-M_{cc}$

Ce qui aboutit à : $A_{SYI}=0\,cm^2$ et $A_{SYS}=33{,}06\,cm^2$ (Ferraillage de compression)

Ferraillage transversal :
Idem au Cas de chargement 1

2.2.2 Calculs à l'ELS Caractéristique

On donnera le détail du calcul vis-à-vis du cas par défaut (Configuration 1 + Configuration 2 pour le cas où un acier de compression est requis), et on se concentrera uniquement sur le calcul du ferraillage longitudinal de flexion.

2.2.2.1 Cas de chargement 1

La poutre est soumise à une compression de $N=-1\,000\,000\,N$ et à un effort tranchant $V_z=100\,000\,N$.

Ferraillage longitudinal :
La résistance du béton non armé à la compression est donnée par :
$N_{Rd}=A_c\times\sigma_{c,lim}=0{,}5\,m\times0{,}3\,m\times(21\,MPa)=3{,}15\,MN>1\,MN$
Par conséquent, la section est en Pivot C (Cas d'une déformation uniforme) tel que le béton puisse résister à lui seul à l'effort ⇒ pas de ferraillage longitudinal requis.

F erraillage transversal :
S imilairement au calcul à l'ELU, en remplacement f_{cd} par $\sigma_{c,lim}$

2.2.2.2 Cas de chargement 2

La poutre est soumise à un effort normal de traction de $N=1\,000\,000\,N$ et à un effort tranchant $V_z=-100\,000\,N$.

Ferraillage longitudinal :
Il s'agit d'une section entièrement tendue de manière symétrique.
La section d'acier est donc égale à $A_S=\frac{N}{\sigma_{s,lim}}=\frac{1\,MN}{400\,MPa}$ (Pivot A – Cas d'une déformation uniforme).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Chaque lit d'armatures reprend donc le quart de l'effort soit :

$$A_{SYS}=A_{SYI}=A_{SZS}=A_{SZI}=\frac{A_S}{4}=6{,}25\,cm^2$$

F erraillage transversal :
Similairement au calcul à l'ELU, en remplacement f_{cd} par $\sigma_{c,\lim}$

2.2.2.3 Cas de chargement 3

La poutre est soumise à un effort normal de traction de $N=1\,000\,000\,\mathrm{N}$, un effort tranchant $V_z=-100\,000\,\mathrm{N}$ et un moment de torsion $M_T=-10\,000\,\mathrm{Nm}$

Ferraillage longitudinal :
Idem au cas précédent : $A_{SYS}=A_{SYI}=A_{SZS}=A_{SZI}=6{,}25\,cm^2$

F erraillage transversal :
Similairement au calcul à l'ELU, en remplacement f_{cd} par $\sigma_{c,\lim}$

2.2.2.4 Cas de chargement 4

La poutre est soumise à un moment de flexion suivant Z égal à $M_{FZ}=100\,000\,\mathrm{Nm}$. Ce moment de flexion correspond à une fibre inférieure tendue.

A l'ELS :
Le moment résistant du béton est égal à :

$$M_{\lim}=\frac{1}{2}\sigma_b y_{\lim} h\left(d-\frac{y_{\lim}}{3}\right)=250\,527\,\mathrm{Nm}$$

avec $y_{\lim}=d\frac{n\sigma_b}{n\sigma_b+\sigma_s}=(b_w-c_{y,\inf})\frac{n\sigma_b}{n\sigma_b+\sigma_s}=0{,}203\,\mathrm{m}$

Nous sommes donc dans le cas où $M=M_{FZ}\leqslant M_{\lim}$. Ainsi, seuls des aciers tendus sont nécessaires.

Le moment réduit de service est égal à : $\mu=\frac{M}{h\,d^2\,\sigma_{c,\lim}}=0{,}075$

Le coefficient α est solution de l'équation : $\alpha^3-3\alpha^2-6\mu(1-\alpha)=0$

Par résolution itérative, on obtient : $\alpha=0{,}299$

La section d'acier nécessaire est égale à : $A_{SYI}=\frac{M_{FZ}}{\sigma_s d\left(1-\frac{\alpha}{3}\right)}=5{,}89\,\mathrm{cm^2}$

2.2.2.5 Cas de chargement 5

La poutre est soumise à un moment de flexion suivant Y égal à $M_{FY}=-100\,000\,\mathrm{Nm}$. Ce moment de flexion correspond à une fibre droite tendue.

A l'ELS :
Le moment résistant du béton est égal à :

$$M_{\lim}=\frac{1}{2}\sigma_b z_{\lim} b_w\left(d-\frac{z_{\lim}}{3}\right)=133\,393\,\mathrm{Nm}$$

avec $z_{\lim}=d\frac{n\sigma_b}{n\sigma_b+\sigma_s}=(h-c_{z,\sup})\frac{n\sigma_b}{n\sigma_b+\sigma_s}=0{,}115\,\mathrm{m}$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Nous sommes donc dans le cas où $M=|M_{FY}|\leqslant M_{\lim}$. Ainsi, seuls des aciers tendus sont nécessaires.

Le moment réduit de service est égal à : $\mu=\frac{M}{b_w d^2 \sigma_{c,\lim}}=0,141$

Le coefficient α est solution de l'équation : $\alpha^3-3\alpha^2-6\mu(1-\alpha)=0$

Par résolution itérative, on obtient : $\alpha=0,396$

La section d'acier nécessaire est égale à : $A_{SZS}=\frac{|M_{FY}|}{\sigma_s d(1-\frac{\alpha}{3})}=11,24\,\text{cm}^2$

2.2.2.6 Cas de chargement 6

La poutre est soumise à un moment de flexion suivant Z égal à $M_{FZ}=-100\,000\,\text{Nm}$ et à un effort normal de traction égal à $N=100\,000\,\text{N}$.

Le moment à reprendre est $M=|M_{FZ}|-N(d-\frac{b_w}{2})=79\,000\,\text{Nm}$

La section est partiellement tendue, tel que nous sommes dans le cas où $M\leqslant M_{\lim}=250\,527\,\text{Nm}$. Ainsi, seuls des aciers tendus sont nécessaires.

Le moment réduit de service est égal à : $\mu=\frac{M}{h d^2 \sigma_{c,\lim}}=0,059$

Le coefficient α est solution de l'équation : $\alpha^3-3\alpha^2-6\mu(1-\alpha)=0$

Par résolution itérative, on obtient : $\alpha=0,2719$

La section d'acier nécessaire est égale à :

$A_{SYS}=\frac{M}{\sigma_s d(1-\frac{\alpha}{3})}+\frac{N}{\sigma_s}=7,171\,\text{cm}^2$

2.2.2.7 Cas de chargement 7

La poutre est soumise à un moment de flexion suivant Y égal à $M_{FY}=-100\,000\,\text{Nm}$ et à un effort normal de traction égal à $N=100\,000\,\text{N}$.

Le moment à reprendre est $M=|M_{FY}|-N(d-\frac{h}{2})=89\,000\,\text{Nm}$

La section est partiellement tendue, tel que nous sommes dans le cas où $M\leqslant M_{\lim}=133\,393\,\text{Nm}$. Ainsi, seuls des aciers tendus sont nécessaires.

Le moment réduit de service est égal à : $\mu=\frac{M}{b_w d^2 \sigma_{c,\lim}}=0,125$

Le coefficient α est solution de l'équation : $\alpha^3-3\alpha^2-6\mu(1-\alpha)=0$

Par résolution itérative, on obtient : $\alpha=0,375$

La section d'acier nécessaire est égale à :

$A_{SZS}=\frac{M}{\sigma_s d(1-\frac{\alpha}{3})}+\frac{N}{\sigma_s}=12,26\,\text{cm}^2$

2.2.2.8 Cas de chargement 8

La poutre est soumise à un moment de flexion suivant Z égal à $M_{FZ}=-100\,000\,\text{Nm}$ et à un effort normal de traction égal à $N=2\,000\,000\,\text{N}$.

La section est totalement tendue $M=|M_{FZ}|-N(d-\frac{b_w}{2})=-320\,000\,\text{Nm}<0$

A l'ELS :

La section d'armature est donc égale à :

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$$A_{SYS}=\frac{M}{(d-h)\sigma_s}+\frac{N}{\sigma_s}=30{,}952\,\text{cm}^2 \text{ (lit Y supérieur)}$$

$$A_{SYI}=\frac{-M}{(d-h)\sigma_s}=19{,}048\,\text{cm}^2 \text{ (lit Y inférieur)}$$

2.2.2.9 Cas de chargement 9

La poutre est soumise à un moment de flexion suivant Z égal à $M_{FZ}=100\,000\,\text{Nm}$ et à un moment de flexion suivant Y égal à $M_{FY}=-150\,000\,\text{Nm}$. Elle est donc en flexion déviée, et la résolution s'effectue suivant la méthode itérative basée sur la vérification de l'inéquation de Bresler :

- On commence par effectuer un calcul en flexion simple suivant l'axe Z : on obtient un ferraillage similaire au CAS 4, à savoir $A_{SYI}=5{,}89\,\text{cm}^2$
- Idem, on effectue un calcul en flexion simple suivant l'axe Y : on obtient le ferraillage suivant $A_{SZS}=22{,}868\,\text{cm}^2$
- On calcule l'effort normal résistant, ainsi que les moments fléchissants résistants par le biais des digrammes d'interaction construits à partir du ferraillage calculé précédemment ; on obtient :
$N_{Rd}=4\,300\,237\,N$, $M_{\text{Rd,z}}=97\,519\,Nm$ et $M_{\text{Rd,y}}=-150\,001\,Nm$
- L'équation de Bresler s'écrit alors :
$BRES=\left(\frac{M_{FZ}}{M_{\text{Rd,z}}}\right)^{a=f(N/N_{Rd})}+\left(\frac{M_{FY}}{M_{\text{Rd,y}}}\right)^{a}=\left(\frac{100\,000}{97\,519}\right)^{1{,}0}+\left(\frac{150\,000}{150\,001}\right)^{1{,}0}\approx 2{,}0$ (ce qui est normal, vu que ce couple de ferraillage est issu d'un calcul découplé (suivant Y et Z) de dimensionnement).
- L'algorithme d'itération consiste alors à augmenter les sections de ferraillage, de sorte à ce que la somme ci-dessus tombe en-dessous de 1 :

- $A_{SYI}=5{,}89\,\text{cm}^2$ et $A_{SZS}=22{,}868\,\text{cm}^2$ ⇒ $M_{\text{Rd,z}}=97\,519\,Nm$ et $M_{\text{Rd,y}}=-150\,501\,Nm$ ⇒ BRES = 2,0
- $A_{SYI}=6{,}476\,\text{cm}^2$ et $A_{SZS}=25{,}155\,\text{cm}^2$ ⇒ $M_{\text{Rd,z}}=106\,795\,Nm$ et $M_{\text{Rd,y}}=-153\,736\,Nm$ ⇒ BRES = 1,912
- $A_{SYI}=7{,}124\,\text{cm}^2$ et $A_{SZS}=27{,}671\,\text{cm}^2$ ⇒ $M_{\text{Rd,z}}=116\,936\,Nm$ et $M_{\text{Rd,y}}=-157\,433\,Nm$ ⇒ BRES = 1,808

…
…

- $A_{SYI}=52{,}719\,\text{cm}^2$ et $A_{SZS}=204{,}769\,\text{cm}^2$ ⇒ $M_{\text{Rd,z}}=336\,053\,Nm$ et $M_{\text{Rd,y}}=-215\,865\,Nm$ ⇒ BRES = 0,992

2.2.2.10 Cas de chargement 10

La poutre est soumise à un moment de flexion suivant Z égal à $M_{FZ}=100\,000\,\text{Nm}$, à un moment de flexion suivant Y égal à $M_{FY}=-150\,000\,\text{Nm}$ et à un effort de compression égal à $N=-3\,000\,000\,\text{N}$. Elle est donc en flexion déviée et composée, et la résolution s'effectue suivant la méthode itérative basée sur la vérification de l'inéquation de Bresler :

- On commence par effectuer un calcul en flexion composée suivant l'axe Z :

Le moment à reprendre est $M=\left|M_{FZ}\right|-N\left(d-\frac{b_w}{2}\right)=730\,000\,\text{Nm}$

La section est totalement comprimée, tel que nous sommes dans le cas où $M>M_{\text{lim}}=250\,527\,\text{Nm}$
Ainsi, un ferraillage de compression est requis.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

La section est donc entièrement comprimée, et l'équilibre passe en PIVOT B ($\sigma_c = \sigma_{c,\lim}$) tel que le problème se résout par itération ; on obtient au final, la solution optimale ci-dessous :

- Contraintes en fibres extrêmes : $\sigma_{c,sup} = 21\ MPa$, $\sigma_{c,inf} = 15{,}05\ MPa$
- Effort de compression résistant du béton : $N_{cc} = 0{,}5\, b_w h \cdot (\sigma_{c,sup} + \sigma_{c,inf}) = 2\,703\,750\ N$
- Moment résistant au centre de gravité de la section : $M_{cc} = (1/12)\, h\, b_w^2 \cdot (\sigma_{c,sup} - \sigma_{c,inf}) = 37187{,}5\ Nm$

Le ferraillage dimensionnant s'en déduit alors des équations d'équilibre ci-dessous :
- $n \cdot A_{SYI}\, \sigma_{SYI} + n \cdot A_{SYS}\, \sigma_{SYS} = N - N_{cc}$
- $-n \cdot A_{SYI}\, \sigma_{SYI} \cdot (b_w/2 - c_{inf}) + n \cdot A_{SYS}\, \sigma_{SYS} \cdot (b_w/2 - c_{sup}) = M_{FY} - M_{cc}$

Ce qui aboutit à : $A_{SYI} = 0\,\text{cm}^2$ et $A_{SYS} = 9{,}67\,\text{cm}^2$ (Ferraillage de compression)

- On effectue similairement un calcul en flexion composée suivant l'axe Y :

Le moment à reprendre est $M = |M_{FY}| - N\,(d - \frac{h}{2}) = 480\,000\ \text{Nm}$

La section est totalement comprimée, tel que nous sommes dans le cas où $M > M_{\lim} = 133\,393\ \text{Nm}$
Ainsi, un ferraillage de compression est requis.

La section est donc entièrement comprimée, et l'équilibre passe en PIVOT B ($\sigma_c = \sigma_{c,\lim}$) tel que le problème se résout par itération ; on obtient au final, la solution optimale ci-dessous :

- Contraintes en fibres extrêmes : $\sigma_{c,inf} = 21\ MPa$, $\sigma_{c,sup} = 7{,}15\ MPa$
- Effort de compression résistant du béton : $N_{cc} = 0{,}5\, b_w h \cdot (\sigma_{c,sup} + \sigma_{c,inf}) = 2\,111\,250\ N$
- Moment résistant au centre de gravité de la section : $M_{cc} = (1/12)\, b_w h^2 \cdot (\sigma_{c,sup} - \sigma_{c,inf}) = -51937\ Nm$

Le ferraillage dimensionnant s'en déduit alors des équations d'équilibre ci-dessous :
- $A_{SZI}\, \sigma_{SYI} + A_{SZS}\, \sigma_{SZS} = N - N_{cc}$
- $-A_{SZI}\, \sigma_{SZI} \cdot (h/2 - c_{inf}) + A_{SZS}\, \sigma_{SZS} \cdot (h/2 - c_{sup}) = M_{FZ} - M_{cc}$

Ce qui aboutit à : $A_{SZS} = 0\,\text{cm}^2$ et $A_{SZI} = 30{,}98\,\text{cm}^2$ (Ferraillage de compression)

- On calcule alors l'effort normal résistant, ainsi que les moments fléchissants résistants par le biais des digrammes d'interaction construits à partir du ferraillage calculé précédemment ; on obtient :
$N_{Rd} = 4\,776\,053\ N$, $M_{Rd,z} = 91\,703{,}6\ Nm$ et $M_{Rd,y} = -149\,901{,}6\ Nm$
- L'équation de Bresler s'écrit alors :
$BRES = \left(\frac{M_{FZ}}{M_{Rd,z}}\right)^{a=f(N/N_{Rd})} + \left(\frac{M_{FY}}{M_{Rd,y}}\right)^{a} = \left(\frac{100\,000}{91703{,}6}\right)^{1{,}44} + \left(\frac{150\,000}{149\,901{,}6}\right)^{1{,}44} \approx 2{,}0$ (ce qui est normal, vu que ce couple de ferraillage est issu d'un calcul découplé (suivant Y et Z) de dimensionnement).
- L'algorithme d'itération consiste alors à augmenter les sections de ferraillage, de sorte à ce que la somme ci-dessus tombe en-dessous de 1 ; on obtient au final :

- $A_{SYS} = 18{,}88\,\text{cm}^2$ et $A_{SZI} = 60{,}42\,\text{cm}^2$

2.2.2.11 Cas de chargement 11

La poutre est soumise à un moment de flexion suivant Z égal à $M_{FZ} = -150\,000\ \text{Nm}$.

A l'ELS :
Le moment résistant du béton est égal à :

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$$M_{\lim}=\frac{1}{2}\sigma_b y_{\lim} h\left(d-\frac{y_{\lim}}{3}\right)=250\,527\ \mathrm{Nm}$$

avec $y_{\lim}=d\frac{n\sigma_b}{n\sigma_b+\sigma_s}=(b_w-c_{\mathrm{y,inf}})\frac{n\sigma_b}{n\sigma_b+\sigma_s}=0{,}203\ \mathrm{m}$

Nous sommes donc dans le cas où $M=|M_{FZ}|\leqslant M_{\lim}$. Ainsi, seuls des aciers tendus sont nécessaires.

Le moment réduit de service est égal à : $\mu=\frac{M}{h\,d^2\sigma_{\mathrm{c,lim}}}=0{,}113$

Le coefficient α est solution de l'équation : $\alpha^3-3\alpha^2-6\mu(1-\alpha)=0$

Par résolution itérative, on obtient : $\alpha=0{,}361$

La section d'acier nécessaire est égale à : $A_{SYS}=\frac{|M_{FZ}|}{\sigma_s\,d\left(1-\frac{\alpha}{3}\right)}=9{,}41\ \mathrm{cm^2}$

2.2.2.12 Cas de chargement 12

La poutre est soumise à un moment de flexion suivant Z égal à $M_{FZ}=-260\,000\ \mathrm{Nm}$.

Nous sommes donc dans le cas où $M=|M_{FZ}|>M_{\lim}$, mais $M=|M_{FZ}|<M_{\mathrm{R}}$ tel que :

$M_{\mathrm{R}}=\mu(\alpha=1)\cdot h\,d^2\sigma_{\mathrm{c,lim}}=444\,360\ Nm$ (moment maximal pour une section partiellement comprimée).

Ainsi, si l'on se restreint à un ferraillage tendu, on se retrouve alors en Pivot B ($\sigma_c=\sigma_{\mathrm{c,lim}}$), tel que la contrainte ressentie au niveau de l'acier soit de sorte $\sigma_s<\sigma_{\mathrm{s,lim}}$; et l'acier ne sera pas donc en fonctionnement optimal. On aura alors :

Moment réduit de service égal à : $\mu=\frac{M}{h\,d^2\sigma_{\mathrm{c,lim}}}=0{,}195$

Le coefficient α est solution de l'équation : $-\alpha^2+3\alpha-6\mu=0$

Par résolution itérative, on obtient : $\alpha=0{,}461>\alpha_{\lim}=0{,}44$

La contrainte ressentie au droit de l'acier tendu s'obtient alors par linéarité du diagramme des contraintes : $\sigma_s=368{,}48\ MPa<\sigma_{\mathrm{s,lim}}=400\ MPa$

La section d'acier nécessaire est égale à : $A_{SYS}=\frac{|M_{FZ}|}{\sigma_s\,d\left(1-\frac{\alpha}{3}\right)}=18{,}12\ \mathrm{cm^2}$

Si l'on s'autorise d'avoir du ferraillage de compression, la section d'acier peut être alors optimisée en fixant la position de l'axe neutre au niveau de la profondeur limite, c'est-à-dire $\alpha=\alpha_{\lim}=0{,}44$; on aura alors à la fois : $\sigma_c=\sigma_{\mathrm{c,lim}}$ et $\sigma_c=\sigma_{\mathrm{c,lim}}$; l'écriture des équations d'équilibre nous permet alors de déterminer le ferraillage d'équilibre ci-dessous :

$A_{SYS}=16{,}52\ \mathrm{cm^2}(Tendu)$ et $A_{SYI}=0{,}973\ \mathrm{cm^2}(Comprimé)$

2.2.2.13 Cas de chargement 13

La poutre est soumise à un moment de flexion suivant Z égal à $M_{FZ}=-380\,000\ \mathrm{Nm}$.

Nous sommes donc dans le cas où $M=|M_{FZ}|>M_{\lim}$, mais $M=|M_{FZ}|<M_{\mathrm{R}}$ (Similairement au cas précédent).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Ainsi, si l'on se restreint à un ferraillage tendu, on se retrouve alors en Pivot B ($\sigma_c = \sigma_{c,\lim}$), tel que la contrainte ressentie au niveau de l'acier soit de sorte $\sigma_s < \sigma_{s,\lim}$; et l'acier ne sera pas donc en fonctionnement optimal. On aura alors :

Moment réduit de service égal à : $\mu = \frac{M}{h d^2 \sigma_{c,\lim}} = 0{,}285$

Le coefficient α est solution de l'équation : $-\alpha^2 + 3\alpha - 6\mu = 0$

Par résolution itérative, on obtient : $\alpha = 0{,}765 > \alpha_{\lim} = 0{,}44$

La contrainte ressentie au droit de l'acier tendu s'obtient alors par linéarité du diagramme des contraintes : $\sigma_s = 96{,}56\ MPa < \sigma_{s,\lim} = 400\ MPa$

La section d'acier nécessaire est égale à : $A_{SYS} = \frac{|M_{FZ}|}{\sigma_s d\left(1 - \frac{\alpha}{3}\right)} = 114{,}85\ \text{cm}^2$

Si l'on s'autorise d'avoir du ferraillage de compression, la section d'acier peut être alors optimisée en fixant la position de l'axe neutre au niveau de la profondeur limite, c'est-à-dire $\alpha = \alpha_{\lim} = 0{,}44$; on aura alors à la fois : $\sigma_c = \sigma_{c,\lim}$ et $\sigma_c = \sigma_{c,\lim}$; l'écriture des équations d'équilibre nous permet alors de déterminer le ferraillage d'équilibre ci-dessous :

$A_{SYS} = 23{,}66\ \text{cm}^2\ (Tendu)$ et $A_{SYI} = 12{,}3\ \text{cm}^2\ (Comprimé)$

2.2.2.14 Cas de chargement 14

La poutre est soumise à une compression de $N = -4500\,000\ \text{N}$, à un moment de flexion $M_{FZ} = 380\,000\ \text{Nm}$ et à un effort tranchant $V_z = 100\,000\ \text{N}$.

Ferraillage longitudinal :

Le moment à reprendre est $M = |M_{FZ}| - N\left(d - \frac{b_w}{2}\right) = 1\,325\,000\ \text{Nm}$

La section est totalement comprimée, tel que nous sommes dans le cas où $M > M_{\lim} = 250\,527\ \text{Nm}$
Ainsi, un ferraillage de compression est requis.

La section est donc entièrement comprimée, et l'équilibre passe en PIVOT B ($\sigma_c = \sigma_{c,\lim}$) tel que le problème se résout par itération ; on obtient au final, la solution optimale ci-dessous :

- Contraintes en fibres extrêmes : $\sigma_{c,\sup} = 21\ MPa$, $\sigma_{c,\inf} = 16{,}65\ MPa$
- Effort de compression résistant du béton : $N_{cc} = 0{,}5\, b_w h \cdot (\sigma_{c,\sup} + \sigma_{c,\inf}) = 2\,823\,750\ N$
- Moment résistant au centre de gravité de la section : $M_{cc} = (1/12)\, h\, b_w^2 \cdot (\sigma_{c,\sup} - \sigma_{c,\inf}) = 27\,187{,}5\ Nm$

Le ferraillage dimensionnant s'en déduit alors des équations d'équilibre ci-dessous :

- $n \cdot A_{SYI} \sigma_{SYI} + n \cdot A_{SYS} \sigma_{SYS} = N - N_{cc}$
- $-n \cdot A_{SYI} \sigma_{SYI} \cdot (b_w/2 - c_{\inf}) + n \cdot A_{SYS} \sigma_{SYS} \cdot (b_w/2 - c_{\sup}) = M_{FZ} - M_{cc}$

Ce qui aboutit à : $A_{SYI} = 0\ \text{cm}^2$ et $A_{SYS} = 54{,}17\ \text{cm}^2$ (Ferraillage de compression)

Ferraillage transversal :
Idem au Cas de chargement 1

2.2.3 Calculs à l'ELS Quasi Permanent

On donnera le détail du calcul vis-à-vis du cas par défaut (Configuration 1 + Configuration 2 pour le cas où un acier de compression est requis), et on se concentrera uniquement sur le calcul du ferraillage longitudinal de flexion.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2.2.3.1 Cas de chargement 1

La poutre est soumise à une compression de $N=-1\,000\,000\,\mathrm{N}$ et à un effort tranchant $V_z=100\,000\,\mathrm{N}$.

Ferraillage longitudinal :
La résistance du béton non armé à la compression est donnée par :
$N_{Rd}=A_c\times\sigma_{c,\lim,NL}=0{,}5\,m\times0{,}3\,m\times(15{,}75\,MPa)=2{,}36\,\mathrm{MN}>1\,\mathrm{MN}$
Par conséquent, la section est en Pivot C (Cas d'une déformation uniforme) tel que le béton puisse résister à lui seul à l'effort ⇒ pas de ferraillage longitudinal requis.

F erraillage transversal :
S imilairement au calcul à l'ELU, en remplacement f_{cd} par $\sigma_{c,\lim,NL}$

2.2.3.2 Cas de chargement 2

La poutre est soumise à un effort normal de traction de $N=1\,000\,000\,\mathrm{N}$ et à un effort tranchant $V_z=-100\,000\,\mathrm{N}$.

Ferraillage longitudinal :
Il s'agit d'une section entièrement tendue de manière symétrique.
L'effort normal se répartie alors équitablement suivant les deux axes, tel qu'on effectue un calcul séparé de 0,5 MN suivant Y et suivant Z.

En ce qui concerne le dimensionnement du ferraillage à l'ELS QP, le calcul se fait par le biais d'une approche itérative qu'on explicite dans ce qui suit. Il s'agit en effet de rechercher la configuration de ferraillage la plus économique permettant de vérifier le critère de limitation de l'ouverture des fissures. Vu que les équations de l'Eurocode 2 vis-à-vis de la méthode de vérification de l'ouverture des fissures sont des équations non linéaires par rapport à la section d'acier et qu'elles requièrent une connaissance pré-établie du champs de contraintes, l'algorithme de dimensionnement à l'ELS QP fera intervenir de façon itérative l'algorithme de recherche déterministe du dimensionnement à l'ELS Caractéristique (dimensionnement du ferraillage pour respecter le critère de limitation des contraintes).

O n donne à titre indicatif les détails des étapes de calcul, pour le ferraillage suivant l'axe Z :

1) O n lance le calcul à l'ELS Caractéristique (critère : limitation des contraintes, avec $\sigma_{clim}=\sigma_b^{elsqp}=15{,}75\,MPa$ pour le pivot de compression du béton et $\sigma_{slim}=k_{var}^{A}\times f_{yk}=1\times500=500\,MPa$ pour le pivot de traction au droit de l'acier tendu).
L' algorithme retourne alors les données suivantes :

- ETAT : « Traction Pure »
- PIVOT : σ_{slim}
- Profondeur de l'axe neutre (AN) : $x_{AN}=\infty$
- Contrainte au droit de l'acier supérieur : $\sigma_{ssup}=-500\,MPa(TRACTION)$
- Contrainte au droit de l'acier inférieur : $\sigma_{sinf}=-500\,MPa(TRACTION)$
- Contrainte au droit de la fibre supérieure de béton : $\sigma_{csup}=-33{,}33\,MPa(TRACTION)$
- Contrainte au droit de la fibre inférieure de béton : $\sigma_{cinf}=-33{,}33\,MPa(TRACTION)$
- Section d'acier calculée : $A_{ssup}=5{,}0\,cm^2$; $A_{sinf}=5{,}0\,cm^2$

2) O n effectue alors la vérification de l'ouverture des fissures conformément aux équations de l'Eurocode 2 :

- En fibre supérieure :

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$$\varepsilon_{sm}-\varepsilon_{cm}=\frac{\sigma_s-k_t\times\frac{f_{ctm}}{\rho_{peff}}\times(1+\alpha_e\times\rho_{peff})}{E_s}=\frac{500{,}0-0{,}4\times\frac{3{,}21}{0{,}005}\times(1+15{,}0\times0{,}005)}{210\,000}=1{,}429\times10^{-3}$$

A vec :

$\rho_{peff}=A_{ssup}/hb_{ceff}=0{,}005$
$b_{ceff}=min(2{,}5\times(b_w-d);b_w/2)=100{,}0\,cm$
$s_{rmax}=min(k_3\times c_{sup}+k_1k_2k_4\times(\varphi_{sup}/\rho_{peff});1{,}3\times b_w)$

$s_{rmax}=min(2{,}485\times40{,}0+0{,}8\times1{,}0\times0{,}425\times(25{,}0/0{,}005);1{,}3\times500)=650{,}0\,mm$

D'où :

$w_{ksup}=s_{rmax}\times(\varepsilon_{sm}-\varepsilon_{cm})=650{,}0\times1{,}429\times10^{-3}=0{,}9286\,mm$ > $w_{max}^{s}=0{,}15\,mm$

- En f ibre inférieure :

On obtient par symétrie $w_{kinf}=0{,}9286\,mm$ > $w_{max}^{i}=0{,}15\,mm$

⇒ Vu qu'au moins l'une des ouvertures de fissures n'est pas vérifiée, l'algorithme retiendra $COND(k_{var}^{A})=FAUX$

3) O n re lance le calcul à l'ELS Caractéristique (critère : limitation des contraintes, avec $\sigma_{clim}=\sigma_b^{elsqp}=15{,}75\,MPa$ pour le pivot de compression du béton et $\sigma_{slim}=k_{var}^{B}\times f_{yk}=0{,}5\times500=250\,MPa$ pour le pivot de traction au droit de l'acier tendu).
L' algorithme retourne alors les données suivantes :

- ETAT : « Traction Pure »
- PIVOT : σ_{slim}
- Profondeur de l'axe neutre (AN) : $x_{AN}=\infty$
- Contrainte au droit de l'acier supérieur : $\sigma_{ssup}=-250\,MPa(TRACTION)$
- Contrainte au droit de l'acier inférieur : $\sigma_{sinf}=-250\,MPa(TRACTION)$
- Contrainte au droit de la fibre supérieure de béton : $\sigma_{csup}=-16{,}67\,MPa(TRACTION)$
- Contrainte au droit de la fibre inférieure de béton : $\sigma_{cinf}=-16{,}67\,MPa(TRACTION)$
- Section d'acier calculée : $A_{ssup}=10{,}0\,cm^2;A_{sinf}=10{,}0\,cm^2$

4) O n effectue alors la vérification de l'ouverture des fissures conformément aux équations de l'Eurocode 2 :

- En fibre supérieure :

$$\varepsilon_{sm}-\varepsilon_{cm}=\frac{\sigma_s-k_t\times\frac{f_{ctm}}{\rho_{peff}}\times(1+\alpha_e\times\rho_{peff})}{E_s}=\frac{250{,}0-0{,}4\times\frac{3{,}21}{0{,}01}\times(1+15{,}0\times0{,}01)}{210\,000}=7{,}143\times10^{-4}$$

A vec :

$\rho_{peff}=A_{ssup}/hb_{ceff}=0{,}01$
$b_{ceff}=min(2{,}5\times(b_w-d);b_w/2)=100{,}0\,cm$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$$s_{rmax} = min\left(k_3 \times c_{\sup} + k_1 k_2 k_4 \times \left(\varphi_{\sup} / \rho_{peff}\right); 1,3 \times b_w\right)$$

$$s_{rmax} = min\left(2,485 \times 40,0 + 0,8 \times 1,0 \times 0,425 \times \left(25,0/0,01\right); 1,3 \times 500\right) = 650,0\, mm$$

D'où :

$$w_{ksup} = s_{rmax} \times \left(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}\right) = 650,0 \times 7,143 \times 10^{-4} = 0,464\, mm \; > \; w_{max}^{\;s} = 0,15\, mm$$

- En f ibre inférieure :

On obtient par symétrie $w_{kinf} = 0,464\, mm \; > \; w_{max}^{\;i} = 0,15\, mm$

⇒ Vu qu'au moins l'une des ouvertures de fissures n'est pas vérifiée, l'algorithme retiendra $COND\left(k_{var}^{B}\right) = FAUX$

5) L'algorithme relancera la procédure 3) et 4) en divisant la valeur de k_{var}^{B} par 2, jusqu'à ce que les deux ouvertures de fissures deviennent vérifiées.
Ainsi, pour $k_{var}^{B} = 0,125$, on obtient $w_{ksup/inf} = 0,0557\, mm$ < $w_{max}^{\;i/s} = 0,15\, mm$, et on a désormais $COND\left(k_{var}^{B}\right) = VRAI$.

6) I l s'agit alors de déterminer par dichotomie (variation entre k_{var}^{A} et k_{var}^{B}) la valeur du coefficient k_{var} optimale pour la saturation du critère de dimensionnement à l'ELS QP (c'est-à-dire la plus grande valeur de ce coefficient permettant de respecter les ouvertures de fissures en fibres supérieure et inférieure, tout en respectant la limitation de la contrainte de compression dans le béton) :

k_{var}	0,5625	0,3438	0,234	0,179	0,207	...	0,2209
$A_{ssup/inf}\left(cm^2\right)$	8,889	14,55	21,33	27,83	24,15	...	22,62
$\sigma_c\left(MPa\right)$	-18,75	-11,46	-7,81	-5,98	-6,91	...	-7,37
$w_{ksup/inf}\left(mm\right)$	0,522	0,319	0,167	0,104	0,133	...	0,149997

On retient donc au final : $A_{SYS} = A_{SYI} = 22,62\, cm^2$
U n calcul similaire suivant l'axe Z conduit alors au ferraillage suivant : $A_{SZS} = A_{SZI} = 18,57\, cm^2$ (en substituant les rôles de b_w et h).

F erraillage transversal :
Similairement au calcul à l'ELU, en remplacement f_{cd} par $\sigma_{c,\lim,NL}$

2.2.3.3 Cas de chargement 3

La poutre est soumise à un effort normal de traction de $N = 1\,000\,000\,\mathrm{N}$, un effort tranchant $V_z = -100\,000\,\mathrm{N}$ et un moment de torsion $M_T = -10\,000\,\mathrm{Nm}$

Ferraillage longitudinal :
Idem au cas précédent : $A_{SYS} = A_{SYI} = 22,62\, cm^2$ et $A_{SZS} = A_{SZI} = 18,57\, cm^2$

F erraillage transversal :
Similairement au calcul à l'ELU, en remplacement f_{cd} par $\sigma_{c,\lim,NL}$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2.2.3.4 Cas de chargement 4

La poutre est soumise à un moment de flexion suivant Z égal à $M_{FZ}=100\,000\ \mathrm{Nm}$. Ce moment de flexion correspond à une fibre inférieure tendue.

A l'ELS QP :

1) O n lance le calcul à l'ELS Caractéristique (critère : limitation des contraintes, avec $\sigma_{clim}=\sigma_b^{elsqp}=15,75\,MPa$ pour le pivot de compression du béton et $\sigma_{slim}=k_{var}^{A}\times f_{yk}=1\times 500=500\,MPa$ pour le pivot de traction au droit de l'acier tendu).
L' algorithme retourne alors les données suivantes :

- ETAT : « Partiellement Comprimé »
- PIVOT : σ_{slim}
- Profondeur de l'axe neutre (AN) : $x_{AN}=\alpha\times d=0,273\times(50-4)=12,57\,cm$
- Contrainte au droit de l'acier supérieur : $\sigma_{ssup}=+128,17\,MPa(COMPRESSION)$
- Contrainte au droit de l'acier inférieur : $\sigma_{sinf}=-500\,MPa(TRACTION)$
- Contrainte au droit de la fibre supérieure de béton : $\sigma_{csup}=+12,53\,MPa(COMPRESSION)$
- Contrainte au droit de la fibre inférieure de béton : $\sigma_{cinf}=-37,32\,MPa(TRACTION)$
- Section d'acier calculée : $A_{ssup}=0,0\,cm^2\,;\ A_{sinf}=4,726\,cm^2$

2) on effectue alors la vérification de l'ouverture des fissures conformément aux équations de l'Eurocode 2 :

- En f ibre supérieure : $w_{ksup}=0\,mm<w_{max}^{s}$ (pas de fissuration en l'absence de traction)
- En fibre inférieure :

$$\varepsilon_{sm}-\varepsilon_{cm}=\frac{\sigma_s-k_t\times\frac{f_{ctm}}{\rho_{peff}}\times(1+\alpha_e\times\rho_{peff})}{E_s}=\frac{500,0-0,4\times\frac{3,21}{0,00473}\times(1+15,0\times 0,00473)}{210\,000}=1,429\times10^{-3}$$

A vec :

$$\rho_{peff}=A_{sinf}/hb_{ceff}=0,0473$$
$$h_{ceff}=min(2,5\times(h-d)\,;(h-x_{AN})/3\,;h/2)=10,0\,cm$$
$$s_{rmax}=min(k_3\times e_{sup}+k_1k_2k_4\times(\varphi_{sup}/\rho_{peff})\,;1,3\times(b_w-x_{AN}))$$
$$s_{rmax}=min(2,485\times 40,0+0,8\times 0,5\times 0,425\times(25,0/0,0473)\,;1,3\times(500-125,7))=486,6\,mm$$

D'où :

$$w_{kinf}=s_{rmax}\times(\varepsilon_{sm}-\varepsilon_{cm})=486,6\times1,429\times10^{-3}=0,695\,mm\ >\ w_{max}^{i}=0,15\,mm$$

⇒ Vu qu'au moins l'une des ouvertures de fissures n'est pas vérifiée, l'algorithme retiendra $COND(k_{var}^{A})=FAUX$

3) O n re lance le calcul à l'ELS Caractéristique (critère : limitation des contraintes, avec $\sigma_{clim}=\sigma_b^{elsqp}=15,75\,MPa$ pour le pivot de compression du béton et $\sigma_{slim}=k_{var}^{B}\times f_{yk}=0,5\times500=250\,MPa$ pour le pivot de traction au droit de l'acier tendu).
L' algorithme retourne alors les données suivantes :

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

- ETAT : « Partiellement Comprimé »
- PIVOT : σ_{slim}
- Profondeur de l'axe neutre (AN) : $x_{AN}=\alpha\times d=0,368\times(50-4)=16,94\,cm$
- Contrainte au droit de l'acier supérieur : $\sigma_{ssup}=+111,28\,MPa(COMPRESSION)$
- Contrainte au droit de l'acier inférieur : $\sigma_{sinf}=-250\,MPa(TRACTION)$
- Contrainte au droit de la fibre supérieure de béton : $\sigma_{csup}=+9,71\,MPa(COMPRESSION)$
- Contrainte au droit de la fibre inférieure de béton : $\sigma_{cinf}=-18,96\,MPa(TRACTION)$
- Section d'acier calculée : $A_{ssup}=0,0\,cm^2\,;\,A_{sinf}=9,87\,cm^2$

4) O n effectue alors la vérification de l'ouverture des fissures conformément aux équations de l'Eurocode 2 :

- En f ibre supérieure : $w_{ksup}=0\,mm<w_{max}^{s}$ (pas de fissuration en l'absence de traction)
- En fibre inférieure :

$$\varepsilon_{sm}-\varepsilon_{cm}=\frac{\sigma_s-k_t\times\frac{f_{ctm}}{\rho_{peff}}\times(1+\alpha_e\times\rho_{peff})}{E_s}=\frac{250,0-0,4\times\frac{3,21}{0,00987}\times(1+15,0\times0,00987)}{210\,000}=7,143\times10^{-4}$$

A vec :

$$\rho_{peff}=A_{sinf}/hb_{ceff}=0,00987$$
$$b_{ceff}=min(2,5\times(b_w-d)\,;(b_w-x_{AN})/3\,;b_w/2)=10,0\,cm$$
$$s_{rmax}=min(k_3\times e_{sup}+k_1k_2k_4\times(\varphi_{sup}/\rho_{peff})\,;1,3\times(b_w-x_{AN}))$$
$$s_{rmax}=min(2,485\times40,0+0,8\times0,5\times0,425\times(25,0/0,0473)\,;1,3\times(500-169,4))=429,8\,mm$$

D'où :

$$w_{kinf}=s_{rmax}\times(\varepsilon_{sm}-\varepsilon_{cm})=429,8\times7,143\times10^{-4}=0,307\,mm\ >\ w_{max}^{i}=0,15\,mm$$

⇒ Vu qu'au moins l'une des ouvertures de fissures n'est pas vérifiée, l'algorithme retiendra $COND(k_{var}^{B})=FAUX$

5) L'algorithme relancera la procédure 3) et 4) en divisant la valeur de k_{var}^{B} par 2, jusqu'à ce que les deux ouvertures de fissures deviennent vérifiées.
Ainsi, pour $k_{var}^{B}=0,25$, on obtient $w_{kinf}=0,1033\,mm$ < $w_{max}^{i}=0,15\,mm$, et on a désormais $COND(k_{var}^{B})=VRAI$.

6) I l s'agit alors de déterminer par dichotomie (variation entre k_{var}^{A} et k_{var}^{B}) la valeur du coefficient k_{var} optimale pour la saturation du critère de dimensionnement à l'ELS QP (c'est-à-dire la plus grande valeur de ce coefficient permettant de respecter les ouvertures de fissures en fibres supérieure et inférieure, tout en respectant la limitation de la contrainte de compression dans le béton) :

k_{var}	0,6250	0,4375	0,344	0,297	0,320	...	0,3060
$A_{ssup}(cm^2)$	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	...	0,0
$A_{sinf}(cm^2)$	7,647	11,11	14,89	17,56	16,14	...	17,0
$\sigma_{csup}(MPa)$	10,4	9,14	8,63	8,29	8,47	...	8,36
$\sigma_{cinf}(MPa)$	-23,55	-16,65	-13,21	-11,48	-12,34	...	-11,81

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$w_{ksup}(mm)$	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	...	0,0
$w_{kinf}(mm)$	0,403	0,262	0,189	0,141	0,165	...	0,14999

On retient donc au final : $A_{SYS}=0\,cm^2$ et $A_{SYI}=17{,}0\,cm^2$

2.2.3.5 Cas de chargement 5

La poutre est soumise à un moment de flexion suivant Y égal à $M_{FY}=-100\,000\,\mathrm{Nm}$. Ce moment de flexion correspond à une fibre droite tendue.

A l'ELS QP :

1) O n lance le calcul à l'ELS Caractéristique (critère : limitation des contraintes, avec $\sigma_{clim}=\sigma_b^{elsqp}=15{,}75\,MPa$ pour le pivot de compression du béton et $\sigma_{slim}=k_{var}^{A}\times f_{yk}=1\times 500=500\,MPa$ pour le pivot de traction au droit de l'acier tendu).
L' algorithme retourne alors les données suivantes :

- ETAT : « Partiellement Comprimé »
- PIVOT : σ_{clim}
- Profondeur de l'axe neutre (AN) : $x_{AN}=\alpha\times d=0{,}44\times(30-4)=11{,}448\,cm$
- Contrainte au droit de l'acier supérieur : $\sigma_{ssup}=-300{,}29\,MPa(TRACTION)$
- Contrainte au droit de l'acier inférieur : $\sigma_{sinf}=+153{,}71\,MPa(COMPRESSION)$
- Contrainte au droit de la fibre supérieure de béton : $\sigma_{csup}=-25{,}52\,MPa(TRACTION)$
- Contrainte au droit de la fibre inférieure de béton : $\sigma_{cinf}=+15{,}75\,MPa(COMPRESSION)$
- Section d'acier calculée : $A_{ssup}=15{,}011\,cm^2\,;\,A_{sinf}=0{,}0\,cm^2$

2) on effectue alors la vérification de l'ouverture des fissures conformément aux équations de l'Eurocode 2 :

- En f ibre inférieure : $w_{kinf}=0\,mm<w_{max}^{i}$ (pas de fissuration en l'absence de traction)
- En fibre supérieure :

$$\varepsilon_{sm}-\varepsilon_{cm}=\frac{\sigma_s-k_t\times\frac{f_{ctm}}{\rho_{peff}}\times(1+\alpha_e\times\rho_{peff})}{E_s}=\frac{300{,}29-0{,}4\times\frac{3{,}21}{0{,}02427}\times(1+15{,}0\times 0{,}02427)}{210\,000}=1{,}086\times10^{-3}$$

A vec :
$\rho_{peff}=A_{ssup}/b_w h_{ceff}=0{,}02427$
$h_{ceff}=min(2{,}5\times(h-d)\,;(h-x_{AN})/3\,;h/2)=6{,}18\,cm$
$s_{rmax}=min(k_3\times c_{sup}+k_1k_2k_4\times(\varphi_{sup}/\rho_{peff})\,;1{,}3\times(h-x_{AN}))$

$s_{rmax}=min(2{,}485\times40{,}0+0{,}8\times0{,}5\times0{,}425\times(25{,}0/0{,}02427)\,;1{,}3\times(300-114{,}48))=241{,}17\,mm$

D'où :
$w_{ksup}=s_{rmax}\times(\varepsilon_{sm}-\varepsilon_{cm})=241{,}17\times1{,}086\times10^{-3}=0{,}262\,mm$ > $w_{max}^{s}=0{,}15\,mm$

⇒ Vu qu'au moins l'une des ouvertures de fissures n'est pas vérifiée, l'algorithme retiendra $COND(k_{var}^{A})=FAUX$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3) O n re lance le calcul à l'ELS Caractéristique (critère : limitation des contraintes, avec $\sigma_{clim}=\sigma_b^{elsqp}=15,75\,MPa$ pour le pivot de compression du béton et $\sigma_{slim}=k_{var}^B\times f_{yk}=0,5\times 500=250\,MPa$ pour le pivot de traction au droit de l'acier tendu).
L' algorithme retourne alors les données suivantes :

- ETAT : « Partiellement Comprimé »
- PIVOT : σ_{slim}
- Profondeur de l'axe neutre (AN) : $x_{AN}=\alpha\times d=0,474\times(30-4)=12,336\,cm$
- Contrainte au droit de l'acier supérieur : $\sigma_{ssup}=-250,0\,MPa\,(TRACTION)$
- Contrainte au droit de l'acier inférieur : $\sigma_{sinf}=+152,53\,MPa\,(COMPRESSION)$
- Contrainte au droit de la fibre supérieure de béton : $\sigma_{csup}=-21,55\,MPa\,(TRACTION)$
- Contrainte au droit de la fibre inférieure de béton : $\sigma_{cinf}=+15,05\,MPa\,(COMPRESSION)$
- Section d'acier calculée : $A_{ssup}=18,56\,cm^2\,;\,A_{sinf}=0,0\,cm^2$

4) O n effectue alors la vérification de l'ouverture des fissures conformément aux équations de l'Eurocode 2 :

- En f ibre supérieure : $w_{ksup}=0\,mm<w_{max}^s$ (pas de fissuration en l'absence de traction)
- En fibre inférieure :

$$\varepsilon_{sm}-\varepsilon_{cm}=\frac{\sigma_s-k_t\times\frac{f_{ctm}}{\rho_{peff}}\times(1+\alpha_e\times\rho_{peff})}{E_s}=\frac{250,0-0,4\times\frac{3,21}{0,0315}\times(1+15,0\times 0,0315)}{210\,000}=9,048\times10^{-4}$$

A vec :
$\rho_{peff}=A_{ssup}/b_w h_{ceff}=0,0315$
$h_{ceff}=min(2,5\times(h-d)\,;(h-x_{AN})/3\,;h/2)=5,89\,cm$
$s_{rmax}=min(k_3\times c_{sup}+k_1 k_2 k_4\times(\varphi_{sup}/\rho_{peff})\,;1,3\times(h-x_{AN}))$

$s_{rmax}=min(2,485\times 40,0+0,8\times 0,5\times 0,425\times(25,0/0,0315)\,;1,3\times(300-123,36))=229,63\,mm$

D'où :
$w_{ksup}=s_{rmax}\times(\varepsilon_{sm}-\varepsilon_{cm})=229,63\times 9,048\times10^{-4}=0,2078\,mm$ > $w_{max}^s=0,15\,mm$

⇒ Vu qu'au moins l'une des ouvertures de fissures n'est pas vérifiée, l'algorithme retiendra $COND(k_{var}^B)=FAUX$

5) L'algorithme relancera la procédure 3) et 4) en divisant la valeur de k_{var}^B par 2, jusqu'à ce que les deux ouvertures de fissures deviennent vérifiées.
Ainsi, pour $k_{var}^B=0,25$, on obtient $w_{ksup}=0,065\,mm$ < $w_{max}^s=0,15\,mm$, et on a désormais $COND(k_{var}^B)=VRAI$.

6) I l s'agit alors de déterminer par dichotomie (variation entre k_{var}^A et k_{var}^B) la valeur du coefficient k_{var} optimale pour la saturation du critère de dimensionnement à l'ELS QP (c'est-à-dire la plus grande valeur de ce coefficient permettant de respecter les ouvertures de fissures en fibres supérieure et inférieure, tout en respectant la limitation de la contrainte de compression dans le béton) :

k_{var}	0,6250	0,4375	0,3438	0,3906	0,4141	...	0,4094
$A_{ssup}(cm^2)$	15,011	21,530	27,175	24,051	22,167	...	22,525

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$A_{sinf}(cm^2)$	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	...	0,0
$\sigma_{csup}(MPa)$	-25,520	-19,060	-15,275	-17,172	-18,081	...	-17,9
$\sigma_{cinf}(MPa)$	15,750	14,520	13,352	13,965	14,014	...	14,01
$w_{ksup}(mm)$	0,262	0,167	0,111	0,137	0,153	...	0,14999
$w_{kinf}(mm)$	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	...	0,00000

On retient donc au final : $A_{SZS}=22,525\,cm^2$ et $A_{SZI}=0,0\,cm^2$

2.2.3.6 Cas de chargement 6

La poutre est soumise à un moment de flexion suivant Z égal à $M_{FZ}=-100\,000\,\mathrm{Nm}$ et à un effort normal de traction égal à $N=100\,000\,\mathrm{N}$.

A l'ELS QP :
L'algorithme d'itération sur la valeur de k_{var} aboutit aux résultats suivants :
Critères : $w_{ksup}<0,15\,mm$; $w_{kinf}<0,15\,mm$; $\sigma_{c,compression}<15,75\,MPa$

k_{var}	1,0	0,5	0,25	0,625	...	0,3225
$A_{ssup}(cm^2)$	5,77	11,93	24,09	9,41	...	18,794
$A_{sinf}(cm^2)$	0	0	0	0	...	0
$x_{AN}(cm)$	11,42	15,54	20,33	14,08	...	18,58
$\sigma_{csup}(MPa)$	-37,19	-18,86	-9,63	-23,44	...	-12,32
$\sigma_{cinf}(MPa)$	11,01	8,5	6,6	9,19	...	7,29
$\sigma_{ssup}(MPa)$	-500	-250	-125	-312,5	...	-121,26
$\sigma_{sinf}(MPa)$	107,2	94,71	79,52	98,68	...	85,76
$w_{ksup}(mm)$	0,717	0,319	0,098	0,417	...	0,149998
$w_{kinf}(mm)$	0,0	0,0	0,0	0,0	...	0,0

On retient donc au final : $A_{SYS}=18,794\,cm^2$ et $A_{SYI}=0,0\,cm^2$

2.2.3.7 Cas de chargement 7

La poutre est soumise à un moment de flexion suivant Y égal à $M_{FY}=-100\,000\,\mathrm{Nm}$ et à un effort normal de traction égal à $N=100\,000\,\mathrm{N}$.
A l'ELS QP :
L'algorithme d'itération sur la valeur de k_{var} aboutit aux résultats suivants :
Critères : $w_{ksup}<0,15\,mm$; $w_{kinf}<0,15\,mm$; $\sigma_{c,compression}<15,75\,MPa$

k_{var}	1,0	0,5	0,25	0,625	...	0,4156
$A_{ssup}(cm^2)$	12,96	20,13	41,67	15,85	...	24,765
$A_{sinf}(cm^2)$	0	0	0	0	...	0

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$x_{AN}(cm)$	9,97	11,74	14,94	10,76	...	12,64
$\sigma_{csup}(MPa)$	-31,66	-21,34	-11,35	-26,3	...	-18,01
$\sigma_{cinf}(MPa)$	15,75	13,73	11,26	14,7	...	13,12
$\sigma_{ssup}(MPa)$	-380,02	-250	-125	-312,5	...	-207,78
$\sigma_{sinf}(MPa)$	141,44	135,81	123,74	138,51	...	134,49
$w_{ksup}(mm)$	0,365	0,208	0,065	0,287	...	0,149996
$w_{kinf}(mm)$	0,0	0,0	0,0	0,0	...	0,0

On retient donc au final : $A_{SZS}=24{,}765\,cm^2$ et $A_{SZI}=0{,}0\,cm^2$

2.2.3.8 Cas de chargement 8

La poutre est soumise à un moment de flexion suivant Z égal à $M_{FZ}=-100\,000\,\mathrm{Nm}$ et à un effort normal de traction égal à $N=2\,000\,000\,\mathrm{N}$.

A l'ELS QP :

L'algorithme d'itération sur la valeur de k_{var} aboutit aux résultats suivants :
Critères : $w_{ksup}<0{,}15\,mm$; $w_{kinf}<0{,}15\,mm$; $\sigma_{c,compression}<15{,}75\,MPa$

k_{var}	1,0	0,5	0,25	0,625	0,438	0,343	0,297	0,321	...	0,3193
$A_{ssup}(cm^2)$	24,76	49,52	99,05	39,62	56,59	72,03	83,41	77,31	...	77,545
$A_{sinf}(cm^2)$	15,24	30,48	60,95	24,38	34,83	44,33	51,33	47,57	...	47,720
$x_{AN}(cm)$	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	...	∞
$\sigma_{csup}(MPa)$	-33,33	-16,67	-8,33	-20,83	-14,58	-11,46	-9,89	-10,68	...	-10,644
$\sigma_{cinf}(MPa)$	-33,33	-16,67	-8,33	-20,83	-14,58	-11,46	-9,89	-10,68	...	-10,644
$\sigma_{ssup}(MPa)$	-500	-250	-125	-312,5	-218,75	-171,88	-148,44	-160,16	...	-159,66
$\sigma_{sinf}(MPa)$	-500	-250	-125	-312,5	-218,75	-171,88	-148,44	-160,16	...	-159,66
$w_{ksup}(mm)$	0,904	0,264	0,082	0,389	0,211	0,139	0,109	0,124	...	0,1233
$w_{kinf}(mm)$	1,227	0,339	0,096	0,513	0,266	0,171	0,131	0,151	...	0,149996

La section d'acier nécessaire est donc égale à : $A_{SYS}=77{,}545\,\mathrm{cm^2}$ et $A_{SYI}=47{,}72\,\mathrm{cm^2}$

2.2.3.9 Cas de chargement 9

La poutre est soumise à un moment de flexion suivant Z égal à $M_{FZ}=100\,000\,\mathrm{Nm}$ et à un moment de flexion suivant Y égal à $M_{FY}=-150\,000\,\mathrm{Nm}$. Elle est donc en flexion déviée, et la résolution s'effectue suivant la méthode itérative basée sur la vérification de l'inéquation de Bresler :

- On commence par effectuer un calcul en flexion simple suivant l'axe Z : on obtient un ferraillage similaire au CAS 4, à savoir $A_{SYI}=17{,}0\,\mathrm{cm^2}$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

- Idem, on effectue un calcul en flexion simple suivant l'axe Y : on obtient le ferraillage suivant $A_{SZS}=31{,}827\,\text{cm}^2$ et $A_{SZI}=9{,}722\,\text{cm}^2$
- On calcule l'effort normal résistant, ainsi que les moments fléchissants résistants par le biais des digrammes d'interaction construits à partir du ferraillage calculé précédemment ; on obtient :
$N_{Rd}=3\,467\,290\,N$, $M_{\text{Rd,z}}=101595\,Nm$ et $M_{\text{Rd,y}}=-97\,295\,Nm$
- L'équation de Bresler s'écrit alors :

$$BRES=\left(\frac{M_{FZ}}{M_{\text{Rd,z}}}\right)^{a=f(N/N_{Rd})}+\left(\frac{M_{FY}}{M_{\text{Rd,y}}}\right)^{a}=\left(\frac{100\,000}{101595}\right)^{1,0}+\left(\frac{150\,000}{97\,295}\right)^{1,0}\approx 2{,}53$$

- L'algorithme d'itération consiste alors à augmenter les sections de ferraillage, de sorte à ce que la somme ci-dessus tombe en-dessous de 1 :

- $A_{SYI}=17{,}0\,\text{cm}^2$, $A_{SZI}=9{,}722\,\text{cm}^2$ et $A_{SZS}=31{,}827\,\text{cm}^2$ ⇒ $M_{\text{Rd,z}}=101595\,Nm$ et $M_{\text{Rd,y}}=-97\,295\,Nm$ ⇒ BRES = 2,53
- $A_{SYI}=18{,}7\,\text{cm}^2$, $A_{SZI}=10{,}694\,\text{cm}^2$ et $A_{SZS}=35{,}01\,\text{cm}^2$ ⇒ $M_{\text{Rd,z}}=111079\,Nm$ et $M_{\text{Rd,y}}=-98\,982\,Nm$ ⇒ BRES = 2,42
- $A_{SYI}=20{,}57\,\text{cm}^2$, $A_{SZI}=11{,}76\,\text{cm}^2$ et $A_{SZS}=38{,}51\,\text{cm}^2$ ⇒ $M_{\text{Rd,z}}=121\,438\,Nm$ et $M_{\text{Rd,y}}=-100\,612\,Nm$ ⇒ BRES = 2,31

…
…

- $A_{SYI}\rightarrow\infty\,\text{cm}^2$, $A_{SZI}\rightarrow\infty\,\text{cm}^2$ et $A_{SZS}\rightarrow\infty\,\text{cm}^2$ ⇒ BRES → 1,503 > 1

Ainsi, on ne réussit pas à calculer une densité de ferraillage en flexion déviée (MFY et MFZ) dans le cas suivant. La méthode actuellement implémentée est une résolution itérative basée sur la vérification de l'inéquation de BRESLER. L'algorithme rencontre un dépassement de capacité (beaucoup d'itérations tentées).

Le code retourne la valeur de '-1' pour l'ensemble des sections de ferraillage.

2.2.3.10 Cas de chargement 10

La poutre est soumise à un moment de flexion suivant Z égal à $M_{FZ}=100\,000\,\text{Nm}$, à un moment de flexion suivant Y égal à $M_{FY}=-150\,000\,\text{Nm}$ et à un effort de compression égal à $N=-3\,000\,000\,\text{N}$. Elle est donc en flexion déviée et composée, et la résolution s'effectue suivant la méthode itérative basée sur la vérification de l'inéquation de Bresler :

- On commence par effectuer un calcul en flexion composée suivant l'axe Z :

k_{var}	1,0
$A_{ssup}(cm^2)$	23,57
$A_{sinf}(cm^2)$	3,41
$x_{AN}(cm)$	∞
$\sigma_{\text{csup}}(MPa)$	15,75
$\sigma_{\text{cinf}}(MPa)$	15,75
$\sigma_{\text{ssup}}(MPa)$	236,25
$\sigma_{\text{sinf}}(MPa)$	236,25
$w_{ksup}(mm)$	0,0
$w_{kinf}(mm)$	0,0

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

On retiendrait alors dans ce cas : $A_{SYS}=23,57\,\text{cm}^2\left(Comprimé\right)$ et $A_{SYI}=3,41\,\text{cm}^2\left(Comprimé\right)$

- On effectue similairement un calcul en flexion composée suivant l'axe Y :

k_{var}	1,0
$A_{ssup}\left(cm^2\right)$	0,0
$A_{sinf}\left(cm^2\right)$	50,95
$x_{AN}\left(cm\right)$	71,28
$\sigma_{csup}\left(MPa\right)$	15,75
$\sigma_{cinf}\left(MPa\right)$	9,12
$\sigma_{ssup}\left(MPa\right)$	150,07
$\sigma_{sinf}\left(MPa\right)$	223,99
$w_{ksup}\left(mm\right)$	0,0
$w_{kinf}\left(mm\right)$	0,0

On retiendrait alors dans ce cas : $A_{SZI}=50,95\,\text{cm}^2\left(Comprimé\right)$

- On calcule alors l'effort normal résistant, ainsi que les moments fléchissants résistants par le biais des digrammes d'interaction construits à partir du ferraillage calculé précédemment ; on obtient :
$N_{Rd}=6648918\,N$, $M_{\text{Rd,z}}=109903,5\,Nm$ et $M_{\text{Rd,y}}=-165694,7\,Nm$
- L'équation de Bresler s'écrit alors :
$BRES=\left(\frac{M_{FZ}}{M_{\text{Rd,z}}}\right)^{a=f\left(N/N_{Rd}\right)}+\left(\frac{M_{FY}}{M_{\text{Rd,y}}}\right)^{a}=\left(\frac{100000}{109903,5}\right)^{1,29}+\left(\frac{150000}{165694,7}\right)^{1,29}=1,8\approx 2,0$ (ce qui est normal, vu que ce couple de ferraillage est issu d'un calcul découplé (suivant Y et Z) de dimensionnement).
- L'algorithme d'itération consiste alors à augmenter les sections de ferraillage, de sorte à ce que la somme ci-dessus tombe en-dessous de 1 ; on obtient au final :

- $A_{SYI}=3,41\,\text{cm}^2$, $A_{SYS}=23,57\,\text{cm}^2$ et $A_{SZI}=50,95\,\text{cm}^2$ ⇒ $N_{Rd}=6648918\,N$, $M_{\text{Rd,z}}=109903,5\,Nm$ et $M_{\text{Rd,y}}=-165694,7\,Nm$ ⇒ a = 1,29 et BRES = 1,8
- $A_{SYI}=3,76\,\text{cm}^2$, $A_{SYS}=25,93\,\text{cm}^2$ et $A_{SZI}=56,05\,\text{cm}^2$ ⇒ $N_{Rd}=7077559\,N$, $M_{\text{Rd,z}}=120087,9\,Nm$ et $M_{\text{Rd,y}}=-182662,2\,Nm$ ⇒ a = 1,26 et BRES = 1,57
- $A_{SYI}=4,13\,\text{cm}^2$, $A_{SYS}=28,52\,\text{cm}^2$ et $A_{SZI}=61,66\,\text{cm}^2$ ⇒ $N_{Rd}=7549065\,N$, $M_{\text{Rd,z}}=130517,1\,Nm$ et $M_{\text{Rd,y}}=-200830,4\,Nm$ ⇒ a = 1,24 et BRES = 1,41

…
…

- $A_{SYI}=8,85\,\text{cm}^2$, $A_{SYS}=61,13\,\text{cm}^2$ et $A_{SZI}=132,15\,\text{cm}^2$ ⇒ $N_{Rd}=12469648\,N$, $M_{\text{Rd,z}}=206670,3\,Nm$ et $M_{\text{Rd,y}}=-259125,0\,Nm$ ⇒ a = 1,12 et BRES = 0,99

2.2.3.11 Cas de chargement 11

La poutre est soumise à un moment de flexion suivant Z égal à $M_{FZ}=-150000\,\text{Nm}$.

A l'ELS QP :

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

L'algorithme d'itération sur la valeur de k_{var} aboutit aux résultats suivants :
Critères : w_{ksup}<0,15 mm ; w_{kinf}<0,15 mm ; $\sigma_{c,compression}$<15,75 MPa

k_{var}	1,0	0,5	0,25	0,625	0,438	0,343	0,391	0,367	...	0,3697
$A_{ssup}(cm^2)$	7,83	15,55	31,72	12,29	17,85	23,28	19,74	21,39	...	21,201
$A_{sinf}(cm^2)$	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	...	0,0
$x_{AN}(cm)$	15,41	20,08	25,5	18,41	21,09	23,09	21,84	22,45	...	22,38
$\sigma_{csup}(MPa)$	-35,36	-19,24	-9,96	-23,85	-16,92	-13,46	-15,18	-14,32	...	-14,412
$\sigma_{cinf}(MPa)$	15,75	12,91	10,37	13,9	12,34	11,55	11,77	11,66	...	11,676
$\sigma_{ssup}(MPa)$	-469,13	-250	-125	-312,5	-218,75	-171,88	-195,31	-183,59	...	-184,87
$\sigma_{sinf}(MPa)$	174,91	155,09	131,1	163,24	150,01	143,24	144,18	143,79	...	143,84
$w_{ksup}(mm)$	0,612	0,265	0,075	0,369	0,206	0,129	0,168	0,148	...	0,149996
$w_{kinf}(mm)$	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	...	0,0

La section d'acier nécessaire est donc égale à : $A_{SYS}=21{,}201\,\text{cm}^2$ et $A_{SYI}=0\,\text{cm}^2$

2.2.3.12 Cas de chargement 12

La poutre est soumise à un moment de flexion suivant Z égal à $M_{FZ}=-260\,000\,\text{Nm}$.

A l'ELS QP :

L'algorithme d'itération sur la valeur de k_{var} aboutit aux résultats suivants :
Critères : w_{ksup}<0,15 mm ; w_{kinf}<0,15 mm ; $\sigma_{c,compression}$<15,75 MPa

k_{var}	1,0	0,5	0,25	0,625	0,438	0,344	0,391	0,414	...	0,4117
$A_{ssup}(cm^2)$	13,73	26,98	57,41	20,73	30,84	40,48	35,29	32,6	...	33,732
$A_{sinf}(cm^2)$	14,80	6,75	1,17	9,65	5,46	3,09	4,24	5,42	...	4,642
$x_{AN}(cm)$	15,64	22,54	29,9	19,78	23,92	26,68	25,3	24,38	...	24,84
$\sigma_{csup}(MPa)$	-34,61	-19,19	-10,4	-24,01	-17,17	-13,77	-15,38	-16,36	...	-15,953
$\sigma_{cinf}(MPa)$	15,75	15,75	15,48	15,72	15,75	15,75	15,75	15,56	...	15,75
$\sigma_{ssup}(MPa)$	-458,6	-245,89	-125	-312,5	-218,08	-171,08	-193,3	-207,03	...	-201,25
$\sigma_{sinf}(MPa)$	175,83	194,32	201,09	188,07	196,74	200,83	198,89	195,16	...	198,21
$w_{ksup}(mm)$	0,673	0,212	0,064	0,335	0,169	0,109	0,136	0,155	...	0,1497
$w_{kinf}(mm)$	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	...	0,0

La section d'acier nécessaire est donc égale à :
$A_{SYS}=33{,}732\,\text{cm}^2(Tendu)$ et $A_{SYI}=4{,}642\,\text{cm}^2(Comprimé)$

2.2.3.13 Cas de chargement 1 3

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

La poutre est soumise à un moment de flexion suivant Z égal à $M_{FZ}=-380\,000\,\mathrm{Nm}$.

A l'ELS QP :

L'algorithme d'itération sur la valeur de k_{var} aboutit aux résultats suivants :
Critères : $w_{ksup}<0,15\,mm$; $w_{kinf}<0,15\,mm$; $\sigma_{c,compression}<15,75\,MPa$

k_{var}	1,0	0,5	0,25	0,625	0,438	...	0,433305
$A_{ssup}(cm^2)$	19,05	38,61	80,27	29,87	43,94	...	44,212
$A_{sinf}(cm^2)$	31,91	21,45	15,38	24,84	19,98	...	20,283
$x_{AN}(cm)$	15,18	22,54	29,9	19,78	23,92	...	23,93
$\sigma_{csup}(MPa)$	-36,13	-19,18	-10,41	-24,01	-17,17	...	-17,06
$\sigma_{cinf}(MPa)$	15,75	15,75	15,48	15,72	15,75	...	15,65
$\sigma_{ssup}(MPa)$	-479,66	-245,89	-125	-312,5	-218,08	...	-216,65
$\sigma_{sinf}(MPa)$	173,99	194,32	201,09	188,07	196,74	...	195,46
$w_{ksup}(mm)$	0,604	0,187	0,061	0,288	0,152	...	0,149999
$w_{kinf}(mm)$	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	...	0,0

La section d'acier nécessaire est donc égale à :
$A_{SYS}=44,212\,\mathrm{cm^2}\,(Tendu)$ et $A_{SYI}=20,283\,\mathrm{cm^2}\,(Comprimé)$

2.2.3.14 Cas de chargement 14

La poutre est soumise à une compression de $N=-4500\,000\,\mathrm{N}$, à un moment de flexion $M_{FZ}=380\,000\,\mathrm{Nm}$ et à un effort tranchant $V_z=100\,000\,\mathrm{N}$.

Ferraillage longitudinal :

A l'ELS QP :

O n lance le calcul à l'ELS Caractéristique (critère : limitation des contraintes, avec $\sigma_{clim}=\sigma_b^{elsqp}=15,75\,MPa$ pour le pivot de compression du béton et $\sigma_{slim}=k_{var}^{A}\times f_{yk}=1\times 500=500\,MPa$ pour le pivot de traction au droit de l'acier tendu).

Le moment résistant du béton est égal à :

$$M_{\lim}=\frac{1}{2}\sigma_b^{elsqp}\,h\left(d-\frac{y_{\lim}}{3}\right)=0,5\times 15,75^{MPa}\times 0,3^{m}\times\left(0,46^{m}-0,1476^{m}/3\right)=143\,253\,\mathrm{Nm}$$

avec

$$y_{\lim}=d\,\frac{n\sigma_b^{elsqp}}{n\sigma_b^{elsqp}+\sigma_{slim}}=\left(b_w-c_{y,\inf}\right)\frac{n\sigma_b^{elsqp}}{n\sigma_b^{elsqp}+\sigma_{slim}}=\left(0,5^{m}-0,04^{m}\right)\times\left(\frac{15\times 15,75^{MPa}}{15\times 15,75^{MPa}+500^{MPa}}\right)=0,1476\,\mathrm{m}$$

Le moment à reprendre est $M=\left|M_{FZ}\right|-N\left(d-\frac{b_w}{2}\right)=1\,325\,000\,\mathrm{Nm}$

La section est totalement comprimée, tel que nous sommes dans le cas où $M>M_{\lim}=250\,527\,\mathrm{Nm}$
Ainsi, un ferraillage de compression est requis.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

La section est donc entièrement comprimée, et l'équilibre passe en PIVOT B ($\sigma_c = \sigma_b^{elsqp}$) tel que le problème se résout par itération ; on obtient au final, la solution optimale ci-dessous :

- Contraintes en fibres extrêmes : $\sigma_{c,sup} = 15{,}75\ MPa$, $\sigma_{c,inf} = 15{,}75\ MPa$
- Effort de compression résistant du béton : $N_{cc} = 0{,}5\, b_w h \cdot (\sigma_{c,sup} + \sigma_{c,inf}) = 2\,362\,500\ N$
- Moment résistant au centre de gravité de la section : $M_{cc} = (1/12)\, h\, b_w^2 \cdot (\sigma_{c,sup} - \sigma_{c,inf}) = 0{,}0\ Nm$

Le ferraillage dimensionnant s'en déduit alors des équations d'équilibre ci-dessous :

- $n \cdot A_{SYI} \sigma_{SYI} + n \cdot A_{SYS} \sigma_{SYS} = N - N_{cc}$
- $-n \cdot A_{SYI} \sigma_{SYI} \cdot (b_w/2 - c_{inf}) + n \cdot A_{SYS} \sigma_{SYS} \cdot (b_w/2 - c_{sup}) = M_{FZ} - M_{cc}$

Ce qui aboutit à : $A_{SYI} = 6{,}941\ cm^2$ et $A_{SYS} = 83{,}535\ cm^2$ (Ferraillage de compression)

E n ce qui concerne alors la vérification des ouvertures des fissures, la section étant entièrement comprimée, aucune fissuration n'aura lieu à savoir :

$w_{ksup} = 0\ mm < w_{max}^{\ s}$ et $w_{kinf} = 0\ mm < w_{max}^{\ i}$

Le ferraillage obtenu par le biais du calcul de limitations des contraintes est donc retenu.

F erraillage transversal :
S imilairement au calcul à l'ELU, en remplacement f_{cd} par $\sigma_{c,lim,NL}$

2.3 Incertitudes sur la solution

Aucune.

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation POU_D_E. On fait une analyse à l'ELU.

3.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 1 seul segment (soi 2 nœuds), maillé linéairement.

3.3 Grandeurs testées et résultats

Cas de chargement	Configuration considérée	Ferraillage Longitudinal de référence (en cm²)				Ferraillage Transversal (en cm²/m)
		DNSYI	DNSYS	DNSZI	DNSZS	DNST
1	1	0	0	0	0	3,93
	2	0	0	0	0	3,93
	3	0	0	0	0	0
	4	0	0	0	0	0
	5	0	0	0	0	17,69
2	1	5,75	5,75	5,75	5,75	3,93

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

	2	5,75	5,75	5,75	5,75	3,93
	3	5,75	5,75	11,5	5,75	3,93
	4	5,75	5,75	5,75	5,75	3,93
	5	5,75	5,75	5,75	5,75	17,69
3	1	5,75	5,75	5,75	5,75	4,9
	2	5,75	5,75	5,75	5,75	4,9
	3	6,8	6,8	12,55	6,8	4,9
	4	5,75	5,75	5,75	5,75	4,9
	5	5,75	5,75	5,75	5,75	19,87
4	1	5,18	0	0	0	0
	2	5,18	0	0	0	0
	3	5,18	0	0	0	0
	4	-1	-1	-1	-1	-1
	5	5,18	0	0	0	0
5	1	0	0	0	9,49	0
	2	0	0	0	9,49	0
	3	0	0	0	9,49	0
	4	0	0	9,92	9,52	0
	5	0	0	0	9,49	0
6	1	0	6,36	0	0	0
	2	0	6,36	0	0	0
	3	0	6,36	0	0	0
	4	6,54	6,34	0	0	0
	5	0	6,36	0	0	0
7	1	0	0	0	10,68	0
	2	0	0	0	10,68	0
	3	0	0	0	10,68	0
	4	0	0	9,71	10,69	0
	5	0	0	0	10,68	0
8	1	17,52	28,48	0	0	0
	2	17,52	28,48	0	0	0
	3	17,52	28,48	0	0	0
	4	27,34	28,26	0	0	0
	5	17,52	28,48	0	0	0
9	1	12,22	0	0	35,01	0
	2	12,22	0	0	35,01	0
	3	12,22	0	0	35,01	0
	4	-1	-1	-1	-1	-1
	5	12,22	0	0	35,01	0
10	1	-1	-1	-1	-1	-1

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

	2	0	2,9	50,1	0	0
	3	0	2,9	50,1	0	0
	4	0	2,4	41,68	39,3	0
	5	0	2,9	50,1	0	0
11	1	0	7,92	0	0	0
	2	0	7,92	0	0	0
	3	0	7,92	0	0	0
	4	7,22	7,92	0	0	0
	5	0	7,92	0	0	0
12	1	0	14,4	0	0	0
	2	0	14,4	0	0	0
	3	0	14,4	0	0	0
	4	13,27	13,95	0	0	0
	5	0	14,4	0	0	0
13	1	0	22,38	0	0	0
	2	0	22,38	0	0	0
	3	0	22,38	0	0	0
	4	19,62	20,54	0	0	0
	5	0	22,38	0	0	0
14	1	-1	-1	-1	-1	-1
	2	0	33,06	0	0	2,22
	3	0	33,06	0	0	0
	4	33,68	33,44	0	0	0
	5	0	33,06	0	0	16,67

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation POU_D_E. On fait une analyse à l'ELS.

4.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 1 seul segment (soi 2 nœuds), maillé linéairement.

4.3 Grandeurs testées et résultats

Cas de chargement	Configuration considérée	Ferraillage Longitudinal de référence (en cm²)				Ferraillage Transversal (en cm²/m)
		DNSYI	DNSYS	DNSZI	DNSZS	DNST
1	1	0	0	0	0	4,27

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

	2	0	0	0	0	4,27
	3	0	0	0	0	4,27
	4	0	0	0	0	19,23
2	1	6,25	6,25	6,25	6,25	4,27
	2	6,25	6,25	6,25	6,25	4,27
	3	6,25	6,25	6,25	6,25	4,27
	4	6,25	6,25	6,25	6,25	19,23
3	1	6,25	6,25	6,25	6,25	5,33
	2	6,25	6,25	6,25	6,25	5,33
	3	6,25	6,25	6,25	6,25	5,33
	4	6,25	6,25	6,25	6,25	21,6
4	1	5,89	0	0	0	0
	2	5,89	0	0	0	0
	3	6,01	1,96	0	0	0
	4	5,89	0	0	0	0
5	1	0	0	0	11,24	0
	2	0	0	0	11,24	0
	3	0	0	6,95	11,01	0
	4	0	0	0	11,24	0
6	1	0	7,17	0	0	0
	2	0	7,17	0	0	0
	3	3,93	7,19	0	0	0
	4	0	7,17	0	0	0
7	1	0	0	0	12,26	0
	2	0	0	0	12,26	0
	3	0	0	7,66	12,25	0
	4	0	0	0	12,26	0
8	1	19,05	30,95	0	0	0
	2	19,05	30,95	0	0	0
	3	26,23	30,95	0	0	0
	4	19,05	30,95	0	0	0
9	1	52,72	0	0	204,77	0
	2	-1	-1	-1	-1	-1
	3	-1	-1	-1	-1	-1
	4	52,72	0	0	204,77	0
10	1	-1	-1	-1	-1	-1
	2	0	48,87	156,6	0	0
	3	-1	-1	-1	-1	-1
	4	-1	-1	-1	-1	-1
11	1	0	9,41	0	0	0

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

	2	0	9,41	0	0	0
	3	4,52	9,12	0	0	0
	4	0	9,41	0	0	0
12	1	0	18,12	0	0	0
	2	0,97	16,52	0	0	0
	3	11,06	15,94	0	0	0
	4	0	18,12	0	0	0
13	1	0	114,85	0	0	0
	2	12,3	23,66	0	0	0
	3	18,68	23,33	0	0	0
	4	0	114,85	0	0	0
14	1	-1	-1	-1	-1	-1
	2	0	54,17	0	0	2,42
	3	61,66	65,44	0	0	2,42
	4	-1	-1	-1	-1	-1

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation POU_D_E. On fait une analyse à l'ELS-QP.

5.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 1 seul segment (soi 2 nœuds), maillé linéairement.

5.3 Grandeurs testées et résultats

Cas de chargement	Configuration considérée	Ferraillage Longitudinal de référence (en cm²)				Ferraillage Transversal (en cm²/m)
		DNSYI	DNSYS	DNSZI	DNSZS	DNST
1	1	0	0	0	0	3,42
	2	0	0	0	0	3,42
	3	0	0	0	0	3,42
	4	0	0	0	0	15,38
2	1	22,62	22,62	18,57	18,57	12,7
	2	22,62	22,62	18,57	18,57	12,7
	3	22,62	22,62	18,57	18,57	12,7
	4	22,62	22,62	18,57	18,57	57,14
3	1	22,62	22,62	18,57	18,57	15,82
	2	22,62	22,62	18,57	18,57	15,82
	3	22,62	22,62	18,57	18,57	15,82

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

	4	22,62	22,62	18,57	18,57	64,18
4	1	17	0	0	0	0
	2	17	0	0	0	0
	3	16,59	12,44	0	0	0
	4	17	0	0	0	0
5	1	0	0	0	22,52	0
	2	0	0	0	22,52	0
	3	0	0	17,59	22,58	0
	4	0	0	0	22,52	0
6	1	0	18,79	0	0	0
	2	0	18,79	0	0	0
	3	14,86	18,33	0	0	0
	4	0	18,79	0	0	0
7	1	0	0	0	24,77	0
	2	0	0	0	24,77	0
	3	0	0	19,98	24,71	0
	4	0	0	0	24,77	0
8	1	47,72	77,55	0	0	0
	2	47,72	77,55	0	0	0
	3	62,04	63,99	0	0	0
	4	47,72	77,55	0	0	0
9	1	-1	-1	-1	-1	-1
	2	-1	-1	-1	-1	-1
	3	-1	-1	-1	-1	-1
	4	-1	-1	-1	-1	-1
10	1	-1	-1	-1	-1	-1
	2	8,85	61,13	132,15	0	0
	3	-1	-1	-1	-1	-1
	4	-1	-1	-1	-1	-1
11	1	0	21,2	0	0	0
	2	0	21,2	0	0	0
	3	16,92	21,09	0	0	0
	4	0	21,2	0	0	0
12	1	0	62,39	0	0	0
	2	4,64	33,73	0	0	0
	3	29,3	32,56	0	0	0
	4	0	62,39	0	0	0
13	1	-1	-1	-1	-1	-1
	2	20,28	44,21	0	0	0
	3	41,23	44,15	0	0	0

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

	4	-1	-1	-1	-1	-1
14	1	-1	-1	-1	-1	-1
	2	6,94	83,53	0	0	1,93
	3	95,59	100,2	0	0	1,93
	4	-1	-1	-1	-1	-1

6 Modélisation D

6.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation POU_D_T. On fait une analyse à l'ELU.

6.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 1 seul segment (soi 2 nœuds), maillé linéairement.

6.3 Grandeurs testées et résultats

Cas de chargement	Configuration considérée	Ferraillage Longitudinal de référence (en cm²)				Ferraillage Transversal (en cm²/m)
		DNSYI	DNSYS	DNSZI	DNSZS	DNST
1	1	0	0	0	0	3,93
	2	0	0	0	0	3,93
2	1	5,75	5,75	5,75	5,75	3,93
	2	5,75	5,75	5,75	5,75	3,93
3	1	5,75	5,75	5,75	5,75	4,9
	2	5,75	5,75	5,75	5,75	4,9
4	1	5,18	0	0	0	0
	2	5,18	0	0	0	0
5	1	0	0	0	9,49	0
	2	0	0	0	9,49	0
6	1	0	6,36	0	0	0
	2	0	6,36	0	0	0
7	1	0	0	0	10,68	0
	2	0	0	0	10,68	0
8	1	17,52	28,48	0	0	0
	2	17,52	28,48	0	0	0
9	1	12,22	0	0	35,01	0
	2	12,22	0	0	35,01	0
10	1	-1	-1	-1	-1	-1
	2	0	2,9	50,1	0	0
11	1	0	7,92	0	0	0
	2	0	7,92	0	0	0

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

12	1	0	14,4	0	0	0
	2	0	14,4	0	0	0
13	1	0	22,38	0	0	0
	2	0	22,38	0	0	0
14	1	-1	-1	-1	-1	-1
	2	0	33,06	0	0	2,22

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7 Synthèse des résultats

Ce test permet de mettre en évidence la validité des calculs de densité de ferraillage sur des cas simples.
Les résultats obtenus avec le modèle sont en effet conformes aux valeurs déterminées de façon analytique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)