SHLL100 - Réponse harmonique d'une barre par sous-structuration dynamique

Résumé :

Le domaine d'application de ce test concerne la dynamique des structures, et plus particulièrement le calcul de réponse harmonique par sous-structuration dynamique.

Il s'agit de calculer la réponse harmonique en traction-compression d'une poutre encastrée-libre modélisée par des éléments de type "barre". La structure modélisée est amortie (amortissement de Rayleigh par éléments).

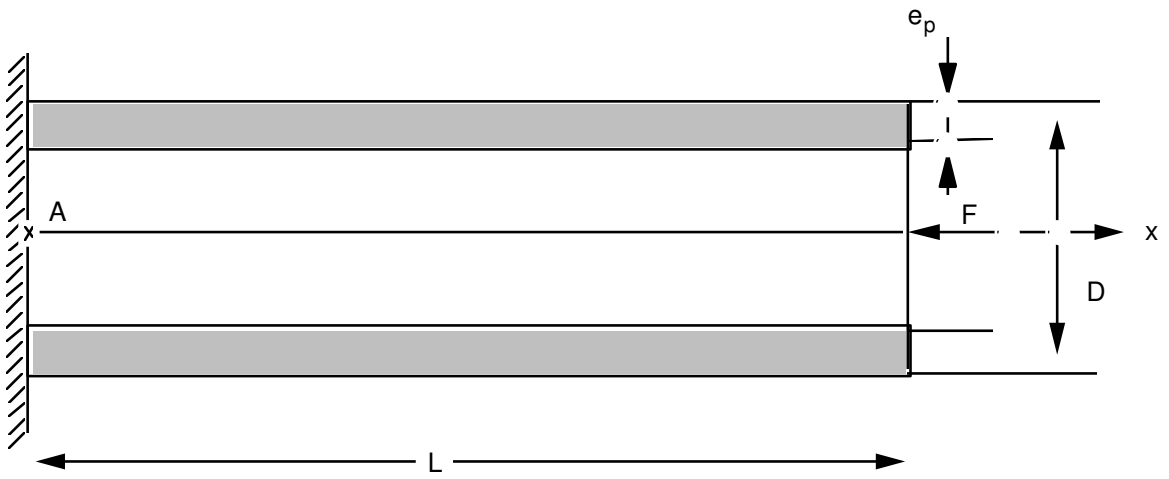
Les résultats de référence sont issus d'un calcul harmonique direct. Ce test permet donc de valider les outils de calculs de réponse harmonique par sous-structuration implantés dans *Code_Aster* et plus particulièrement :

- la prise en compte de l'amortissement par élément,
- le calcul du second membre incluant le chargement harmonique,
- la restitution de la réponse harmonique sur un maillage squelette, incluant les champs de déplacement, de vitesse et d'accélération.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



$L=1\,m$

$D=0{,}2\,m$ - Section circulaire

1.2 Propriétés de matériaux

$E=1.10^{10}\,Pa$

$\nu=0.3$

$\rho=1.10^{4}\,kg/m^{3}$

Amortissement de Rayleigh par élément : $\alpha_e=0.1 \quad \beta_e=0.1$

1.3 Conditions aux limites et chargements

Encastrement en l'extrémité A : $u(0)=n(0)=w(0)=0$.

Pour tout point $M(x)$: $n(0)=w(0)=0$.

Chargement harmonique dans le temps, à l'extrémité libre :

- orientation : selon x ,
- amplitude : $100\ N$,
- fréquence : $100\ Hz$.

1.4 Conditions initiales

Sans objet pour un calcul de réponse harmonique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Il existe une solution analytique détaillée dans la référence [bib2].

Utilisons les notations suivantes :

E : module de Young
L : longueur de la barre
A : section de la barre
N : effort normal dirigé selon l'axe X
α , β : coefficients de l'amortissement de Rayleigh
Ω : fréquence d'excitation

et posons

$$r=\sqrt{\frac{1+\beta^2/\Omega^2}{1+\alpha^2/\Omega^2}}$$

$$k=p+iq=\Omega\sqrt{\frac{p}{2E}}\left[\sqrt{r-\frac{1-\alpha\beta}{1+\alpha^2\Omega^2}}+i\sqrt{r+\frac{1-\alpha\beta}{1+\alpha^2\Omega^2}}\right]$$

Le déplacement en un point $M(x)$ quelconque est donné par :

$$V(x)=\frac{N}{EA}\frac{A}{(p+iq)(1+i\Omega\alpha)}\frac{sh\,px\cos qx+i\,ch\,px\sin qx}{ch\,L\cos qL+i\,sh\,pL\sin qL}$$

	Déplacement (m)	**Vitesse** (m/s)	**Accélération** (m/s^2)
Partie réelle	–7.00 10^{-11}	–3.18 10^{-6}	2.76 10^{-5}
Partie imaginaire	5.07 10^{-9}	–4.40 10^{-8}	–2.00 10^{-3}

2.2 Résultats de référence

Champs de déplacement, de vitesse et d'accélération de l'extrémité libre de la barre.

2.3 Incertitude sur la solution

Solution numérique.

2.4 Références bibliographiques

1) T. KERBER "Sous-structuration harmonique dans le *Code_Aster"*, Rapport EDF, HP-61/93-104.

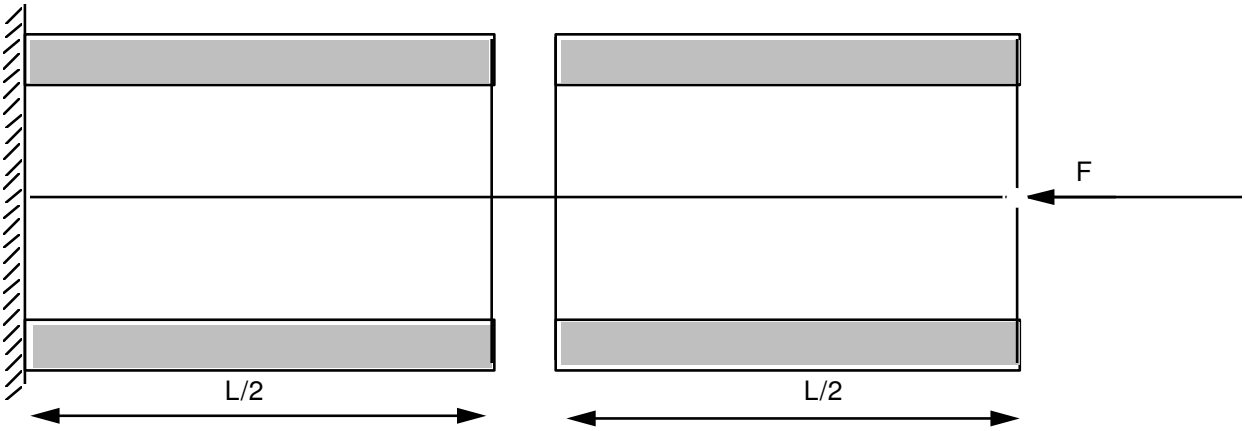
2) G. ROBERT, Solutions analytiques en dynamique des structures, Rapport Samtech n°121, Mars 1996.

3) P. RICHARD, Méthodes de sous-structuration dans le *Code_Aster*, Rapport interne EDF-DER, HP-61/92-149.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation



La barre est découpée en 2 parties de dimensions égales. Chaque sous-structure considérée est maillée en segments auxquels sont affectés des éléments "barre".

La structure est étudiée à l'aide de la méthode de la sous-structuration harmonique avec interfaces de type CRAIG-BAMPTON HARMONIQUE.

La base modale utilisée est composée de 4 modes propres pour la sous-structure de droite, de 5 modes propres pour la sous-structure de gauche auxquels s'ajoutent les modes contraints harmoniques associés aux interfaces (calculés à $300\,Hz$. Cette valeur de la pulsation n'a aucune influence sur le résultat, elle est arbitraire [bib3]).

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 5

Nombre de mailles et types : 5 SEG 2

3.3 Grandeurs testées et résultats

	Référence	**Tolérance**
Déplacement (m)		
Partie réelle	–7.00 10^{-11}	2.10^{-3}
Partie imaginaire	5.07 10^{-9}	2.10^{-3}
Vitesse (m/s)		
Partie réelle	–3.18 10^{-6}	2.10^{-3}
Partie imaginaire	–4.40 10^{-8}	2.10^{-3}
Accélération (m/s^2)		
Partie réelle	2.76 10^{-5}	2.10^{-3}
Partie imaginaire	–2.00 10^{-3}	2.10^{-3}

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Synthèse des résultats

La précision sur les coordonnées complexes des champs de déplacement de vitesse et d'accélération est inférieure à $0,1\%$.

Ce test valide donc les opérateurs de sous-structuration harmonique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)