SDLV122 - Extrapolation de mesures locales sur un modèle complet (3D)

Résumé :

Il s'agit d'un test de dynamique linéaire 3D .

Le but est de tester la commande PROJ_MESU_MODAL dans le cas d'un système 3D . Cette commande permet de projeter des réponses transitoires dynamiques expérimentales en un certain nombre de points sur une base modale d'une modélisation numérique.

Ce test contient 2 modélisations :

- la projection (de contraintes) se fait sur un concept de base modale de type [mode_meca],
- la projection (de contraintes) se fait sur un concept de base modale de type [base_modale].

Pour les 2 modélisations, les mesures expérimentales fournies sont identiques et permettent de tester la recherche des nœuds en vis-à-vis et la prise en compte d'une orientation locale.

Dans les deux cas, la solution de référence est obtenue par un calcul direct avec *Code_Aster* ; la projection est réalisée dans le cas favorable où le nombre de modes est égal au nombre de mesures. Les réponses en contrainte obtenues après projection sont identiques aux contraintes de référence fournies en données.

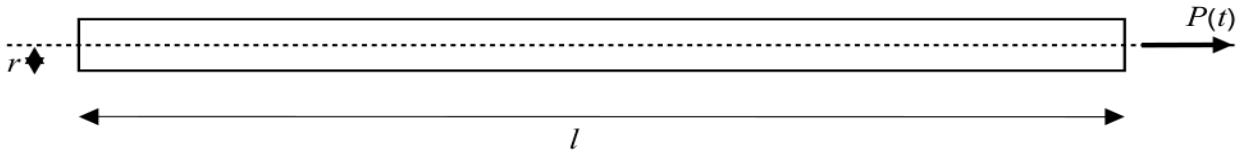
Pour la modélisation A, les réponses en déplacements et en déformation obtenues après projection sont en parfaite adéquation avec les solutions de référence. Les valeurs des vitesses et des accélérations déduites des contributions modales identifiées sont proches de celles obtenues par le calcul direct. Les faibles écarts constatés sont dus aux erreurs d'approximation engendrées par la détermination via un schéma linéaire en temps des vitesses et accélérations.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

Considérons la barre cylindrique élancée encastrée-libre décrite ci-dessous :



Longueur : $l=4\,m$
Rayon : $r=0.1\,m$
Extrémité 1 : encastrée ($x=0$)
Extrémité 2 : libre ($x=l$)

1.2 Propriétés des matériaux

Les caractéristiques du matériau sont les suivantes :
Module d'Young : $E=2.1\,10^{11}\,Pa$
Coefficient de Poisson : $\nu=0.3$
Masse volumique : $\rho=7800\,kg/m^3$

1.3 Conditions aux limites et chargement

La condition aux limites est l'encastrement de l'extrémité 1 de la barre. Cet encastrement est de type poutre pour permettre les effets de Poisson sur la section.

Le chargement appliqué pour le calcul de réponse est une force axiale, constante en traction, répartie sur la section de l'extrémité 2 :

$$P(t)=\begin{cases} 0 & \text{si } t<0 \\ P_0=10^6\,N & \text{si } t\geq 0 \end{cases}$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solutions de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

- Solution analytique :
  Une solution analytique de ce problème existe. Elle est décrite dans [1] :

  Dans le cas présent, la solution par superposition modale de ce problème s'écrit :

$$u(x,t)=\frac{P_0}{EA}x-\frac{8P_0I}{\pi^2 EA}\sum_{s=1}^{\infty}\left[\frac{(-1)^{s-1}}{(2s-1)^2}\sin\left((2s-1)\frac{\pi x}{2I}\right)\cos\left((2s-1)\frac{\pi c}{2I}t\right)\right]$$

  avec : $c=\sqrt{\frac{EA}{m}}$: vitesse de propagation d'onde dans la barre

- Solution de référence retenue :
  La solution analytique faisant intervenir une somme infinie sur les modes, il est préférable que la solution de référence et la solution avec projection correspondent à la même configuration, avec le même nombre de modes.
  De plus, pour éviter des problèmes liés à la discrétisation du maillage numérique, la solution de référence retenue est la réponse fournie par le calcul direct réalisé avec *Code_Aster* avec la commande DYNA_TRAN_MODAL. On simule le déplacement, la vitesse et la contrainte en quelques points de structure. Les réponses simulées ont été versées dans un fichier au format universel (IDEAS).

2.2 Résultats de référence

Pour la modélisation A, la comparaison des résultats porte sur les déplacements, vitesses, accélérations, déformations et contraintes suivant l'axe x, des nœuds $N2$ et $N4$ à 3 instants différents. $N4$ correspond à un nœud de mesure et $N2$ n'en est pas un. On vérifie également si l'on obtient exactement la composante du champ mesuré après expansion de la mesure sur le modèle numérique. On compare pour cela la composante du champ étendu suivant la direction d'observation (déplacement $N3$ suivant **DX**, vitesse $N5$ suivant **DX** et **SIXX** au nœud $N4$).

Pour la modélisation B, la comparaison des résultats porte sur les contraintes des nœuds $N3$ et $N4$ à 3 instants différents.

2.3 Incertitude sur la solution

La référence choisie permet d'écarter les incertitudes liées à la discrétisation du maillage numérique. Le nombre de modes de la base de projection est égal au nombre de mesures, donc la solution de l'inversion est exacte (par opposition à une solution approchée d'un problème inverse généralisé).

Dans le cas où la projection se fait sur un concept de type [mode_meca], les bases modales de la solution de référence et de la solution obtenue par projection sont identiques, les réponses en déplacements, déformations et contraintes obtenues doivent donc être semblables aux réponses de référence. Quelques erreurs d'approximation peuvent apparaître sur les vitesses et accélérations qui sont déterminées par un schéma linéaire en temps.
Dans le cas où la projection se fait sur un concept de type [base_modale], les bases modales de la solution de référence et de la solution obtenue par projection contiennent le même nombre de modes mais sont différentes. Le calcul de référence n'étant pas possible sur un concept de type [base_modale], la comparaison des résultats porte uniquement sur des réponses correspondant à des mesures fournies.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2.4 Bibliographie

1) M. GERADIN, D. RIXEN : Théorie des vibrations - Application à la dynamique des structures - Edition MASSON 1993

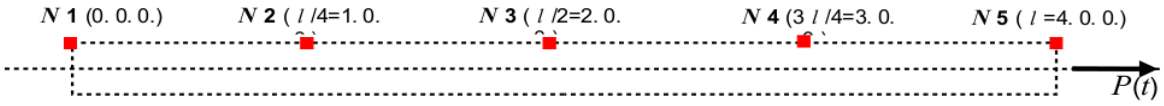
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation et des maillages

- Cette modélisation teste la lecture de dataset 58 d'un fichier au format universel (IDEAS), contenant à la fois des champs de déplacement, de vitesse et de contrainte. On effectue également l'expansion sur le modèle numérique en exploitant la mesure mixte (déplacement, vitesse et contrainte).
-
- Maillage numérique :
  Le maillage numérique est réalisé avec I-DEAS version Master Series 5. Il comporte 2667 nœuds et 3328 mailles de type $3D$ linéaires.

- Maillage expérimental :
  Le maillage de mesure ne comprend que 5 éléments ponctuels et 5 nœuds positionnés comme l'indique la figure suivante :



3.2 Caractéristiques des mesures

Les mesures expérimentales fournies sont :

- les contraintes axiales σ_{xx}, suivant la direction x aux nœuds $N3$, $N4$ et $N5$,
- le déplacement axial au nœud $N3$,
- la vitesse axiale au nœud $N5$.

L'échantillonnage du temps est constant : le temps initial est $0\,s$, le pas de temps est $10^{-5}\,s$ et le nombre d'instants est 1001 (i.e. jusqu'à un temps final de $0.01\,s$).

Les valeurs sont issues du calcul direct réalisé avec *Code_Aster*.

3.3 Caractéristiques de la base modale

Les modes sont stockés dans un concept de type [mode_meca], contenant les trois premiers modes dynamiques de traction. Ces modes sont obtenus en bloquant les déplacements transverses (i.e. suivant DY et DZ) des nœuds de la fibre de neutre et des nœuds de la ligne supérieure ($x=0.$ à $4.$ $y=0.1$ et $z=0.$). Leurs fréquences propres ($326.5\,Hz$, $980.0\,Hz$ et $1634.5\,Hz$) sont proches des fréquences propres de traction calculées analytiquement ($324.3\,Hz$, $972.9\,Hz$ et $1621.5\,Hz$).

3.4 Grandeurs testées et résultats

Identification			Référence
		à t = 9. 10^{-4}s	2.686 10^{-4}
DEPL_X	au nœud $N2$	à t = 17. 10^{-4}s	3.074 10^{-4}
(m)		à t = 25. 10^{-4}s	1.446 10^{-5}
		à t = 9. 10^{-4}s	5.793 10^{-4}
DEPL_X	au nœud $N4$	à t = 17. 10^{-4}s	9.160 10^{-4}
(m)		à t = 25. 10^{-4}s	3.095 10^{-4}

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

		à t = 9. 10^{-4}s	6.221 10^{-1}
VITE_X	au nœud $N2$	à t = 17. 10^{-4}s	–4.683 10^{-2}
(m/s)		à t = 25. 10^{-4}s	–3.542 10^{-1}
		à t = 9. 10^{-4}s	8.056 10^{-1}
VITE_X	au nœud $N4$	à t = 17. 10^{-4}s	–3.556 10^{-1}
(m/s)		à t = 25. 10^{-4}s	–8.638 10^{-1}
		à t = 9. 10^{-4}s	–3.633 10^{+3}
ACCE_X	au nœud $N2$	à t = 17. 10^{-4}s	6.337 10^{+2}
(m/s^2)		à t = 25. 10^{-4}s	3.801 10^{+3}
		à t = 9. 10^{-4}s	8.655 10^{+2}
ACCE_X	au nœud $N4$	à t = 17. 10^{-4}s	–2.387 10^{+3}
(m/s^2)		à t = 25. 10^{-4}s	–6.355 10^{+2}
		à t = 9. 10^{-4}s	1.957 10^{-4}
EPXX	au nœud $N2$	à t = 17. 10^{-4}s	3.015 10^{-4}
(m)		à t = 25. 10^{-4}s	5.422 10^{-5}
		à t = 9. 10^{-4}s	1.822 10^{-4}
EPXX	au nœud $N4$	à t = 17. 10^{-4}s	2.611 10^{-4}
(m)		à t = 25. 10^{-4}s	1.681 10^{-4}
		à t = 9. 10^{-4}s	5.012 10^{+7}
SIXX	au nœud $N2$	à t = 17. 10^{-4}s	7.717 10^{+7}
(Pa)		à t = 25. 10^{-4}s	1.390 10^{+7}
		à t = 9. 10^{-4}s	4.650 10^{+7}
SIXX	au nœud $N4$	à t = 17. 10^{-4}s	6.671 10^{+7}
(Pa)		à t = 25. 10^{-4}s	4.293 10^{+7}

$\sum_i \lvert depl_x(NRES3)(t_i) - depl_x(N3)(t_i) \rvert$ (m)	0
$\sum_i \lvert vite_x(NRES5)(t_i) - vite_x(N5)(t_i) \rvert$ (m/s)	0
$\sum_i \lvert SIXX(NRES4)(t_i) - SIXX(N4)(t_i) \rvert$ (Pa)	0

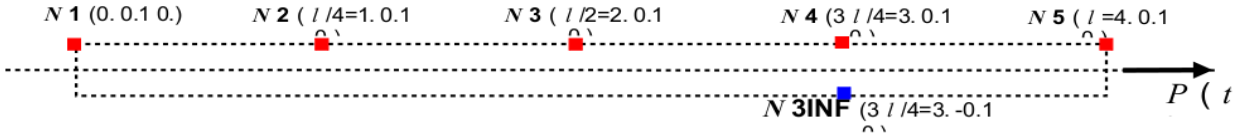
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation et des maillages

- Maillage numérique :
  Le maillage numérique est identique à celui utilisé dans le cas précédent. Il est réalisé avec I-DEAS version Master Series 5 et comporte 2667 nœuds et 3328 mailles de type $3D$ linéaires. Un groupe comportant un seul nœud est ajouté pour servir d'interface.

- Maillage expérimental :
  Le maillage de mesure ne comprend que 5 éléments ponctuels et 5 nœuds positionnés comme l'indique la figure suivante :



4.2 Caractéristique des mesures

Les mesures expérimentales fournies sont :

- Aux nœuds $N3$, $N4$ et $N5$:
  Les données sont les contraintes axiales, appliquées dans la direction x.
  L'échantillonnage du temps est constant : le temps initial est $0\,s$, le pas de temps est $10^{-5}\,s$ et le nombre d'instants est 1001 (i.e. jusqu'à un temps final de $0.01\,s$).

Les valeurs sont issues du calcul direct réalisé avec *Code_Aster*.

4.3 Caractéristiques de la base modale

Les modes sont stockés dans un concept de type [base_modale], contenant les deux premiers modes dynamiques de traction et le mode statique au nœud $N3INF$ pour le degré de liberté DX. L'interface est de type Craig-Bampton. La base contient donc au total 3 modes.

Remarque :

Le nombre de modes étant très réduit, la solution dépend de la base modale. Or, les modes déterminés pour cette modélisation ne sont pas les mêmes que ceux de la base modale de référence, et il n'est pas possible de réaliser le calcul direct avec Code_Aster sur un concept [base_modale]. Seules les réponses correspondant aux mesures fournies peuvent donc être validées. Aucune comparaison ne peut être réalisée sur les autres réponses.

4.4 Grandeurs testées et résultats

Identification			Référence
		à t = 9. 10^{-4}s	3.416 10^{+7}
SIXX	au nœud $N3$	à t = 17. 10^{-4}s	8.046 10^{+7}
(Pa)		à t = 25. 10^{-4}s	4.251 10^{+7}
		à t = 9. 10^{-4}s	4.650 10^{+7}
SIXX	au nœud $N4$	à t = 17. 10^{-4}s	6.671 10^{+7}

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

(Pa)	à t = 25. 10^{-4}s	4.293 10^{+7}

5 Synthèse des résultats

Pour les deux modélisations, les réponses en contraintes obtenues après projection sont identiques aux contraintes de référence obtenues par le calcul direct avec *Code_Aster* et fournies en données.

Pour la modélisation A, les réponses en déplacements et en déformation sont en parfaite adéquation avec les solutions de référence. Les valeurs des vitesses et des accélérations obtenues après projection sont proches de celles obtenues par le calcul direct. Les faibles écarts constatés sont dus aux erreurs d'approximation engendrées par la détermination par un schéma linéaire en temps des vitesses et accélérations.

Les cas où le nombre de modes n'est pas égal au nombre de mesures n'est pas testé (problème inverse généralisé) ; en particulier, la méthode de régularisation de Tikhonov n'est pas testée.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)