SDLV121 - Onde plane de cisaillement dans une colonne élastique

Résumé

On teste l'application d'un chargement en transitoire sous forme d'une onde plane grâce aux éléments paraxiaux élastiques d'ordre 0, en 3D et en 2D. On applique ce chargement à un massif élastique occupant un demi-espace et dont on modélise une colonne. Cette colonne est supposée infinie dans sa partie inférieure et affleure dans sa partie supérieure au niveau de la surface du demi-espace laissée libre. On observe la propagation de l'onde incidente, sa réflexion sur la surface libre du massif et son absorption par les éléments paraxiaux à l'extrémité inférieure de la colonne.

On teste successivement les deux opérateurs transitoires directs de *Code_Aster*, à savoir DYNA_VIBRA et DYNA_NON_LINE.

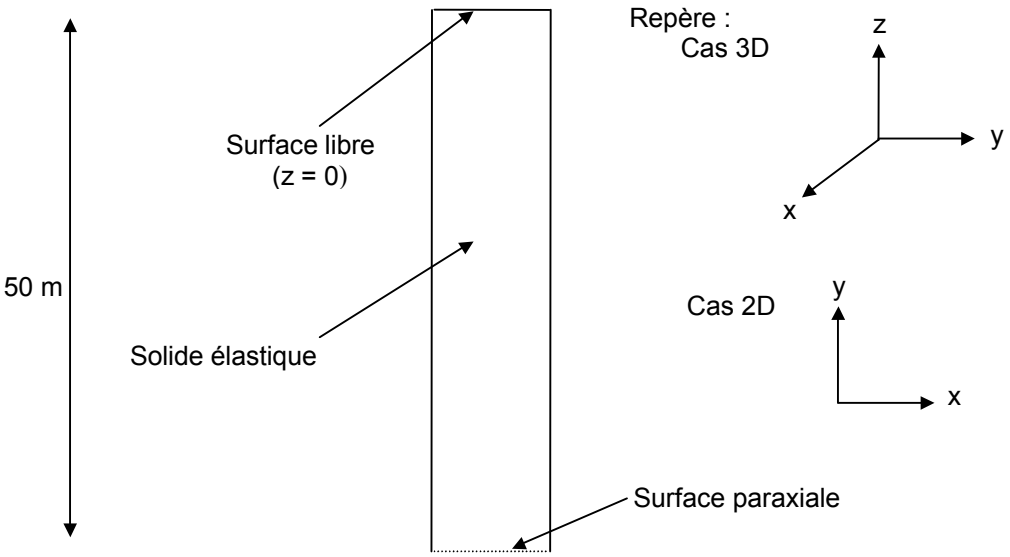
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

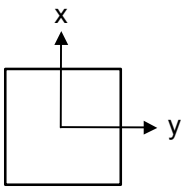
1.1 Géométrie

Le système considéré dans le cas 3D est celui d'un sol élastique homogène occupant le demi-espace $z<0$. Le plan $z=0$ est laissé libre. On modélise de ce sol une colonne verticale, supposée infinie dans sa partie inférieure et affleurant à la surface libre à son extrémité supérieure. On place les éléments paraxiaux sur la surface inférieure, pour traduire le caractère infini de la colonne et appliquer le chargement par onde plane. Dans le cas 2D, le principe est identique, avec une colonne très large dont on ne modélise qu'une section verticale (voir schéma).

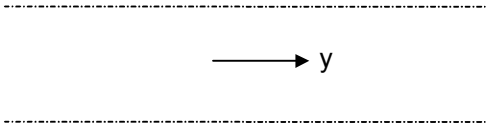
De plus, la direction de vibration est l'axe des *y* dans le cas 3D. Il s'agit de l'axe des x dans le cas 2D.



Section cas 3D :



Section cas 2D :



1.2 Propriétés des matériaux

Massif élastique : sol souple

Masse volumique :	$1900\,kg.m^{-3}$
Module d'Young :	$4{,}44.10^{8}\,Pa$
Coefficient de Poisson :	$0{,}2$

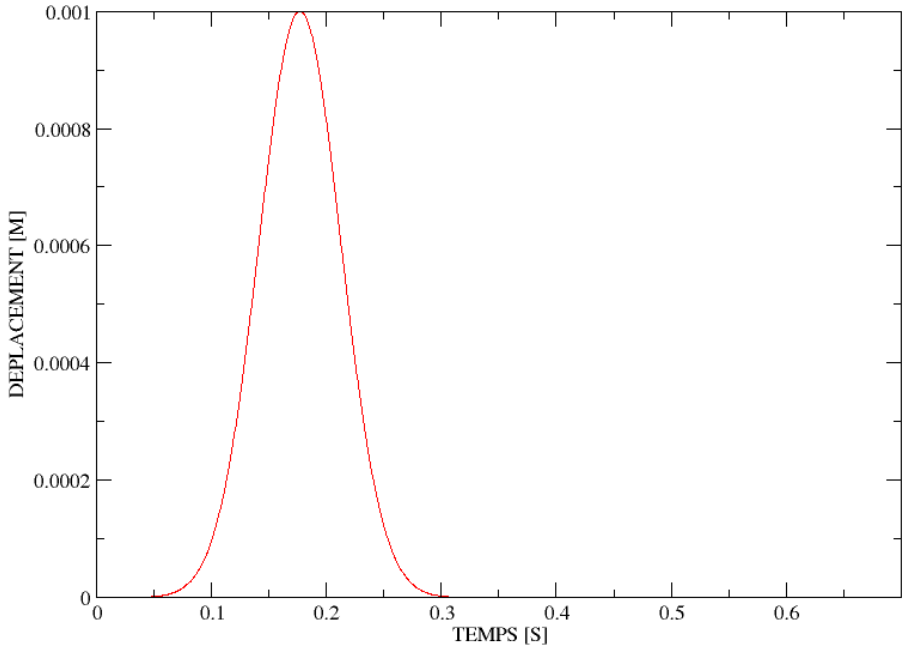
1.3 Conditions aux limites et chargements

On s'intéresse au mouvement 1D de la colonne sous l'action excitatrice d'une onde plane verticale. Pour identifier ce mouvement, on impose à tous les nœuds d'une même section horizontale d'avoir le même déplacement.
Dans cette configuration, le chargement par onde plane comporte les caractéristiques suivantes :

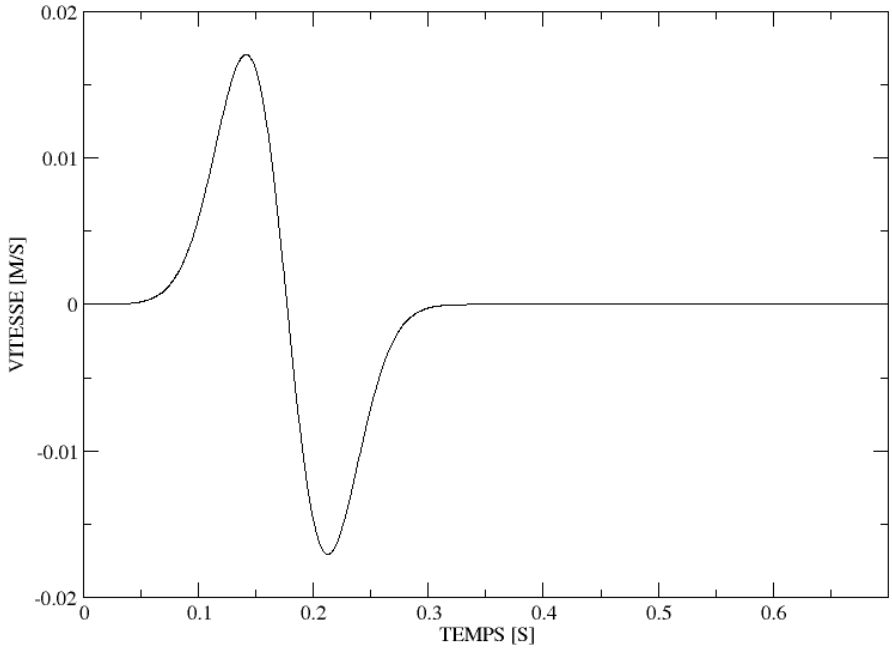
- Direction : $(0.,0.,1.)$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

- Type d'onde : SH
- Signal : fonction vitesse donnée ci-dessous (qui sert d'entrée au calcul), et le déplacement correspondant :



Le maximum en déplacement du front d'onde dans la colonne est de $1\,mm$ à $t_m = 0{,}177\,s$.



1.4 Conditions initiales

Le déplacement est nul dans toute la colonne à l'instant initial.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

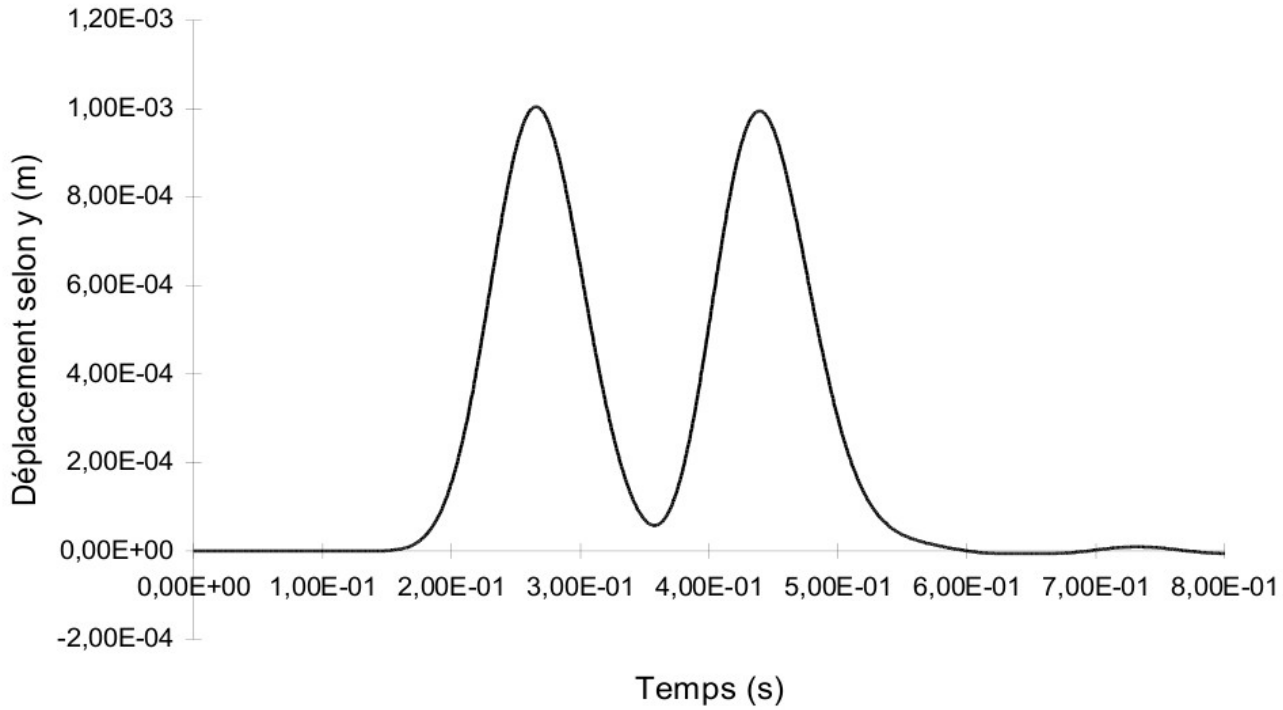
2 Solution de référence

La propagation 1D du signal de l'onde incidente dans la colonne est connue analytiquement [bib1]. On peut par exemple déterminer l'instant de passage du maximum de l'onde incidente à mi-hauteur, soit à une profondeur de $\frac{H}{2}=25\,m$, et celui du maximum de l'onde réfléchie au même point. La vitesse des ondes de cisaillement étant de $C_S=281\,m.s^{-1}$ pour le sol considéré, le temps de passage du front d'onde à mi-hauteur est de $t_{\frac{H}{2}}=\frac{H}{2C_S}=0{,}089\,s$. On peut donc attendre le maximum de déplacement à mi-hauteur dans la colonne pour le temps $t_i=t_m+t_{\frac{H}{2}}=0{,}266\,s$. De plus, lors du passage de l'onde réfléchie, le signal aura parcouru $50\,m$ de plus, donc on peut l'attendre pour le temps $t_r=t_m+t_{\frac{3H}{2}}=0{,}444\,s$. La valeur du maximum mesuré à ces instants doit être de $1\,mm$. Ce sont ces valeurs analytiques qu'on va tester dans le calcul.

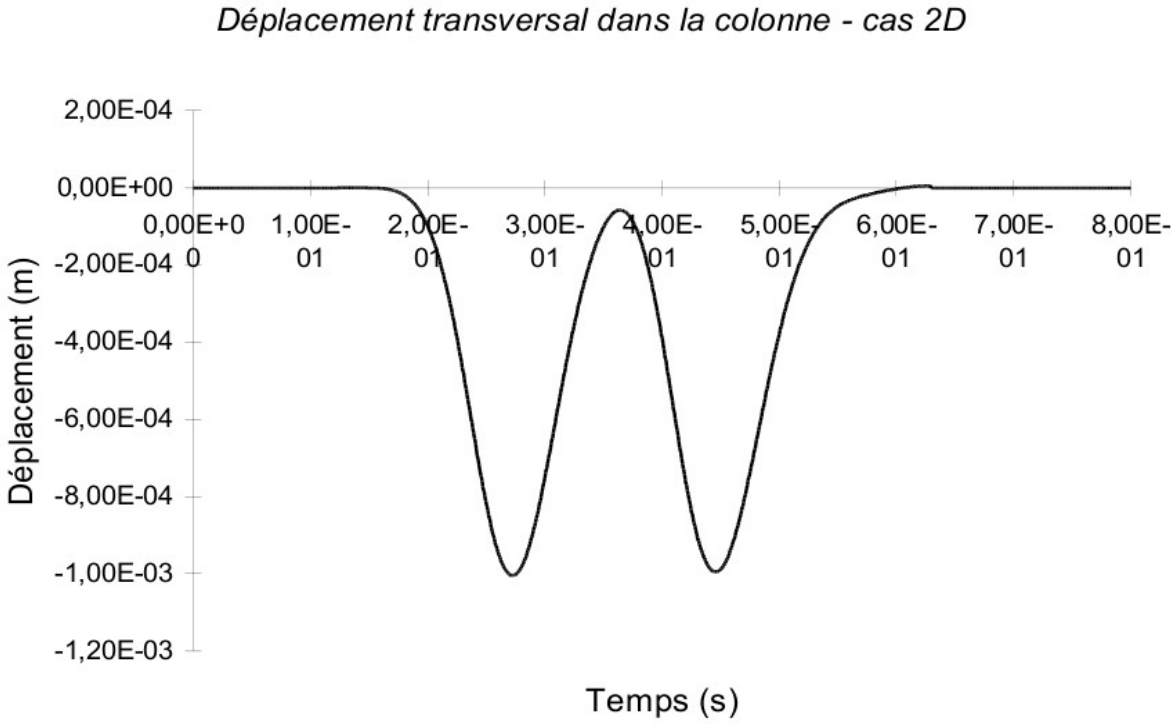
2.1 Résultats de référence

On donne dans ce paragraphe les résultats obtenus avec *Code_Aster* dans cette configuration. On vérifie qu'ils sont satisfaisants qualitativement et quantitativement.
Ils concernent, pour le cas 3D, l'évolution du déplacement dans les trois directions en un point de la colonne situé à mi-hauteur, soit à $25\,m$ de la surface libre dans la direction z . La mesure du déplacement est identique dans le cas 2D.
De plus, la direction de vibration est l'axe des y dans le cas 3D. Il s'agit de l'axe des x dans le cas 2D.

Déplacement transversal dans la colonne - cas 3D



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)



On vérifie tout d'abord que le déplacement est nul selon x et z dans le cas 3D et selon y dans le cas 2D.

On vérifie donc que la largeur des pics n'est pas déformée et est bien de $0,3\,s$ à la base.
On observe également aux instants prévus la présence des deux pics identiques dus à la réflexion sans changement de signe sur la surface libre. Leur amplitude de $1\,mm$ retrouve également le signal imposé.

L'inversion du signe du déplacement dans le cas 2D n'est due qu'à l'orientation du repère. L'orientation du signe positif pour le signal étant donné par rapport à la direction de propagation suivant le sens de Fresnel.

2.2 Incertitudes

Il s'agit d'un résultat d'étude numérique. On retrouve les prévisions qualitatives et quantitatives. Les valeurs numériques sont liées à la précision du calcul.

2.3 Références bibliographiques

1) H. MODARESSI "Modélisation numérique de la propagation des ondes dans les milieux poreux élastiques." Thèse docteur-ingénieur, École Centrale de Paris (1987)

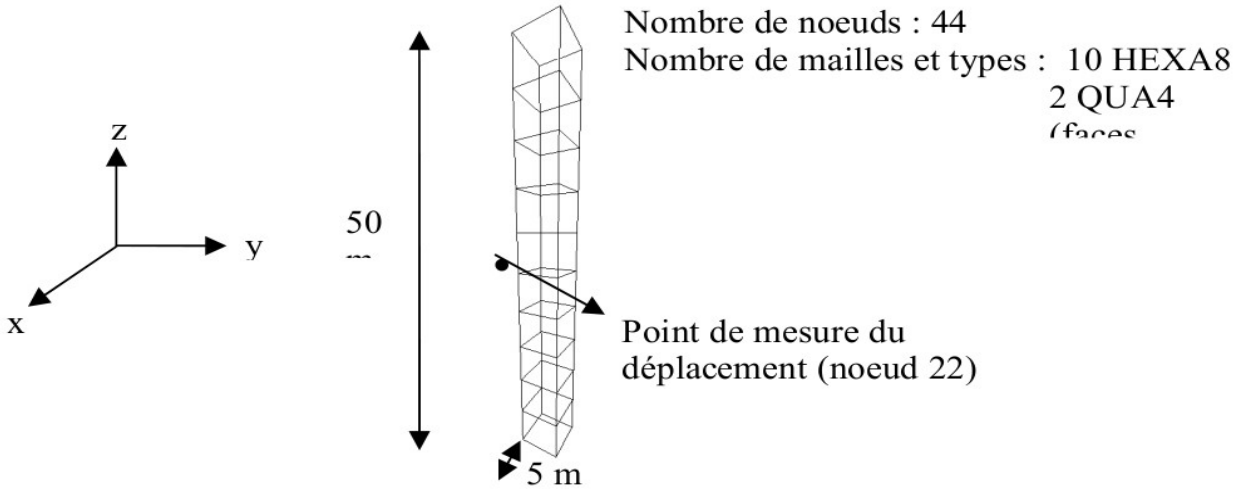
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Le barreau est modélisé en 3D. Les éléments de frontière absorbante en 3D_ABSO.

3.2 Caractéristiques du maillage



3.3 Valeurs testées

On teste les valeurs du déplacement dans les trois directions au nœud central 22 (voir maillage). Pour la direction y, on teste la valeur des deux maxima et le retour au repos après le passage de l'onde. Pour les deux autres directions, on teste la nullité du déplacement, par exemple à l'instant du premier maximum en y.

- DYNA_VIBRA :

Direction	Instant (s)	Résultats de référence (déplacement en m)
Y	2.65600E–01	-1.E–03
	4.38400E–01	-1.E–03
	8.00000E–01	0.
X	2.65600E–01	0.
Z	2.65600E–01	0.

- DYNA_NON_LINE :

Direction	Instant (s)	Calcul avec *Code_Aster* (déplacement en m)	Résultats de référence (déplacement en m)	Ecarts référence - calcul avec *Code_Aster* (%)
Y	2.67200E–01	-1.00396E–03	-1.E–03	0.40 RELATIF
	4.40000E–01	-9.94928E–04	-1.E–03	0.51 RELATIF
	7.20000E–01	5.1E–6	0.	5.1E–4 ABSOLU
X	2.67200E–01	0.	0.	0. ABSOLU
Z	2.67200E–01	0.	0.	0. ABSOLU

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

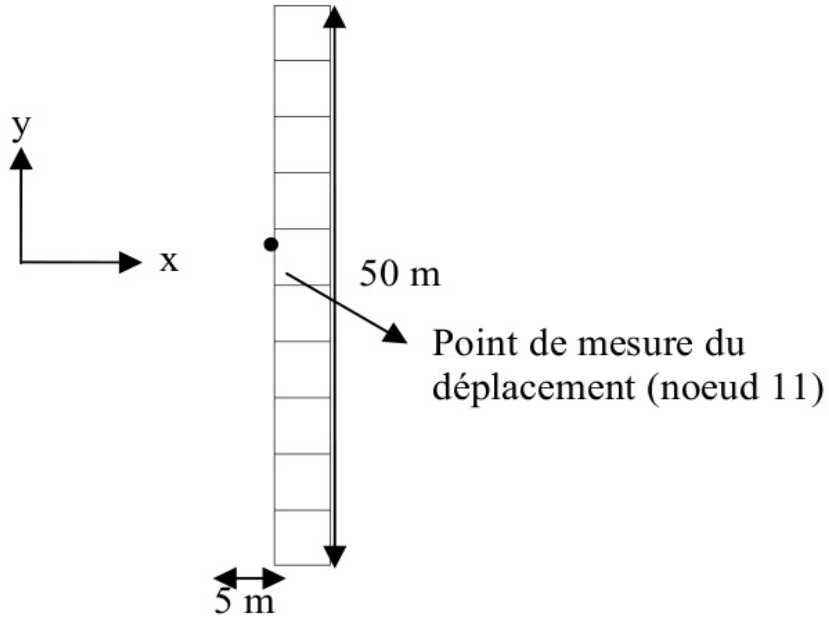
4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Le barreau est modélisé en D_PLAN. Les éléments de frontière absorbante en D_PLAN_ABSO.

4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 22
Nombre de mailles et types : 10 QUA4
2 SEG2 (faces de QUA4)



4.3 Valeurs testées

On teste les valeurs du déplacement dans les trois directions au nœud 11 (voir maillage). Pour la direction x, on teste la valeur des deux maxima et le retour au repos après la passage de l'onde. Pour la direction y, on teste la nullité du déplacement, par exemple à l'instant du premier maximum en y.

- DYNA_VIBRA :

Direction	Instant (s)	Résultats de référence (déplacement en m)
X	2.65600E–01	–1.E–03
	4.38400E–01	–1.E–03
	8.00000E–01	0.
Y	2.65600E–01	0.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

- DYNA_NON_LINE :

Direction	Instant (s)	Résultats de référence (déplacement en m)
X	2.65600E–01	–1.E–03
	4.38400E–01	–1.E–03
	8.00000E–01	0.
Y	2.65600E–01	0.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation est absolument identique à la modélisation A. La seule différence est que l'on utilise maintenant le type d'onde SV pour le chargement par onde plane. Cela a pour conséquence de permuter le rôle des directions horizontales X et Y.

5.2 Valeurs testées

On teste exactement les mêmes valeurs de déplacement aux mêmes instants que pour la modélisation A. La seule différence consiste en la permutation du rôle des directions horizontales X (qui teste les mêmes valeurs que celles dans la direction Y pour la modélisation A) et Y où on doit tester maintenant une valeur nulle.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Modélisation D

6.1 Caractéristiques de la modélisation

Le barreau est modélisé en D_PLAN. Les éléments de frontière absorbante en D_PLAN_ABSO.

6.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage est le même que celui de la modélisation B. La seule différence provient de l'ajout de 20 mailles SEG2 de frontière absorbante sur les faces latérales de la colonne. D'où :
Nombre de nœuds : 22
Nombre de mailles et types : 10 QUA4
22 SEG2 (faces de QUA4)

6.3 Conditions aux limites et chargements

Par rapport à la modélisation B, on remplace la condition d'imposition à tous les nœuds d'une même section horizontale d'avoir le même déplacement par l'affectation de condition de frontière absorbante sur les faces latérales de la colonne.
En outre, dans cette configuration, le chargement par onde plane comporte, outre les mêmes caractéristiques que pour la modélisation B, l'activation d'une onde réfléchie, de même intensité que l'onde incidente mais de signe opposé. Cette onde réfléchie est activée par la donnée de l'opérande DIST_REFLECHI dans le mot clé ONDE_PLANE de la commande AFFE_CHAR_MECA_F. On y renseigne le produit scalaire du vecteur direction de l'onde par le point de sortie de l'onde, soit dans notre cas la cote du sommet de la colonne.
Le chargement par onde plane est, dans cette modélisation, affecté sur tous les éléments de frontière absorbante, soit à la fois les éléments à la base de la colonne ainsi que ceux sur ses faces latérales.

6.4 Valeurs testées

On teste les valeurs du déplacement dans les trois directions au nœud central 11 (voir maillage). Pour la direction x, on teste la valeur des deux maxima et le retour au repos après la passage de l'onde. Pour la direction y, on teste la nullité du déplacement, par exemple à l'instant du premier maximum en y.

- DYNA_VIBRA :

Direction	Instant (s)	Résultats de référence (déplacement en m)
X	2.65600E–01	-1.E–03
	4.40000E–01	-1.E–03
	8.00000E–01	0.
Y	2.65600E–01	0.

- DYNA_NON_LINE :

Direction	Instant (s)	Résultats de référence (déplacement en m)
X	2.65600E–01	–1.E–03
	4.40000E–01	–1.E–03
	8,00000E–01	0.
Y	2.65600E–01	0.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7 Modélisation E

7.1 Caractéristiques de la modélisation

Le barreau est modélisé en 3D . Les éléments de frontière absorbante en 3D_ABSO.

7.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage est identique à celui de la modélisation A. La seule différence provient de l'ajout de 40 mailles QUA4 de frontière absorbante sur les faces latérales de la colonne. D'où :
Nombre de nœuds : 44
Nombre de mailles et types : 10 HEXA8
42 QUA4 (faces de HEXA8)

7.3 Conditions aux limites et chargements

Par rapport à la modélisation A, on remplace la condition d'imposition à tous les nœuds d'une même section horizontale d'avoir le même déplacement par l'affectation de condition de frontière absorbante sur les faces latérales de la colonne.
En outre, dans cette configuration, le chargement par onde plane comporte, outre les mêmes caractéristiques que pour la modélisation A, l'activation d'une onde réfléchie, de même intensité que l'onde incidente mais de signe opposé. Cette onde réfléchie est activée par la donnée de l'opérande DIST_REFLECHI dans le mot clé ONDE_PLANE de la commande AFFE_CHAR_MECA_F. On y renseigne le produit scalaire du vecteur direction de l'onde par le point de sortie de l'onde, soit dans notre cas la cote du sommet de la colonne.
Le chargement par onde plane est, dans cette modélisation, affecté sur tous les éléments de frontière absorbante, soit à la fois les éléments à la base de la colonne ainsi que ceux sur ses faces latérales.

7.4 Valeurs testées

On teste les valeurs du déplacement dans les trois directions au nœud central 26. Pour la direction y , on teste la valeur des deux maxima et le retour au repos après le passage de l'onde. Pour les deux autres directions, on teste la nullité du déplacement, par exemple à l'instant du premier maximum en y.

- DYNA_VIBRA :

Direction	Instant (s)	Résultats de référence (déplacement en m)
Y	2.65600E–01	-1.E–03
	4.40000E–01	-1.E–03
	8.00000E–01	0.
X	2.65600E–01	0.
Z	2.65600E–01	0.

- DYNA_NON_LINE :

Direction	Instant (s)	Résultats de référence (déplacement en m)
Y	2.65600E–01	-1.E–03
	4.40000E–01	-1.E–03
	7,20000E–01	0.
X	2.65600E–01	0.
Z	2.65600E–01	0.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

8 Modélisation F

8.1 Caractéristiques de la modélisation

Le barreau est modélisé en 3D. Les éléments de frontière absorbante en 3D_ABSO.

8.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage est celui de la modélisation A passé en quadratique. Les éléments 3D sont des HEXA20 et les éléments 3D_ABSO sont des QUAD4.

8.3 Valeurs testées

On teste les valeurs du déplacement dans les trois directions au nœud central 22 (voir maillage de la modélisation A). Pour la direction y, on teste la valeur des deux maxima et le retour au repos après le passage de l'onde. Pour les deux autres directions, on teste la nullité du déplacement, par exemple à l'instant du premier maximum en y.

La modélisation A sert de référence aux valeurs testées par référence 'AUTRE_ASTER'.

- DYNA_VIBRA :

Direction	Instant (s)	Valeur de référence (déplacement en m)	Type de référence	Tolérance
X	2.65600E–01	0.	'ANALYTIQUE'	0,1 %
Y	2.65600E–01	-1.E–03	'ANALYTIQUE'	0,7 %
	4.38400E–01	-1.E–03	'ANALYTIQUE'	4 %
	8.00000E–01	0.	'ANALYTIQUE'	0,1 %
Z	2.65600E–01	0.	'ANALYTIQUE'	0,1 %

- DYNA_NON_LINE :

Direction	Instant (s)	Valeur de référence (déplacement en m)	Type de référence	Tolérance
X	2.67200E–01	-	'NON_REGRESSION'	-
Y	2.67200E–01	-9.989051E-04	'AUTRE_ASTER'	1,1 %
	4.40000E–01	-9.914943E-04	'AUTRE_ASTER'	1,3 %
	7.20000E–01	-	'ANALYTIQUE'	-
Z	2.67200E–01	-	'ANALYTIQUE'	-

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

9 Modélisation G

9.1 Caractéristiques de la modélisation

Le barreau est modélisé en 3D. Les éléments de frontière absorbante en 3D_ABSO.

9.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage est celui de la modélisation A passé en maillage tétraédrique quadratique. Les éléments 3D sont des TETRA10 et les éléments 3D_ABSO sont des TRIA6.

9.3 Valeurs testées

On teste les valeurs du déplacement dans les trois directions au nœud central 22 (voir maillage de la modélisation A). Pour la direction y, on teste la valeur des deux maxima et le retour au repos après le passage de l'onde. Pour les deux autres directions, on teste la nullité du déplacement, par exemple à l'instant du premier maximum en y.

La modélisation F sert de référence aux valeurs testées par référence 'AUTRE_ASTER'.

- DYNA_VIBRA :

Direction	Instant (s)	Valeur de référence (déplacement en m)	Type de référence	Tolérance
X	2.65600E–01	0.	'ANALYTIQUE'	0,1 %
Y	2.65600E–01	-1.E–03	'ANALYTIQUE'	1 %
	4.38400E–01	-1.E–03	'ANALYTIQUE'	8 %
	8.00000E–01	0.	'ANALYTIQUE'	0,1 %
Z	2.65600E–01	0.	'ANALYTIQUE'	0,1 %

- DYNA_NON_LINE :

Direction	Instant (s)	Valeur de référence (déplacement en m)	Type de référence	Tolérance
X	2.67200E–01	-	'NON_REGRESSION'	-
Y	2.67200E–01	-1.009252145125E-03	'AUTRE_ASTER'	0,7 %
	4.40000E–01	-9.794603508685E-04	'AUTRE_ASTER'	3,6 %
	7.20000E–01	-	'ANALYTIQUE'	-
Z	2.67200E–01	-	'ANALYTIQUE'	-

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

10 Modélisation H

10.1 Caractéristiques du maillage

Le maillage est celui de la modélisation E auquel on a ajouté 44 éléments SEG2 pour modéliser des éléments linéiques d'arêtes horizontales. Les éléments 3D sont des HEXA8 et les éléments 3D_ABSO sont des QUAD4.
On utilise ici également un modèle auxiliaire de colonne 2D d'épaisseur unitaire généré par l'opérateur DEFI_SOL_EQUI avec les mêmes caractéristiques matériaux afin de générer les évolutions de déplacements, vitesses et forces nodales par niveau vertical obtenues pour une sollicitation d'onde de cisaillement S .

10.2 Caractéristiques de la modélisation

Le barreau, comprenant à la fois la partie volumique et des éléments linéiques d'arêtes horizontales, est modélisé en 3D. Les éléments surfaciques de frontière absorbante en 3D_ABSO.
On compare les résultats obtenus par un calcul par DYNA_VIBRA analogue à la modélisation E où on applique un chargement onde plane sur toutes les frontières absorbantes, y compris sur les faces latérales, à ceux d'un autre calcul par DYNA_VIBRA où on applique sur les faces latérales des charges sous formes de nappes de forces de type onde plane et force nodale issues de résultats d'un calcul par l'opérateur DEFI_SOL_EQUI sur un modèle auxiliaire de colonne de sol 2D d'épaisseur unitaire. On utilise pour cela l'opérateur DEFI_CHAR_SOL.

10.3 Valeurs testées

On teste les valeurs des déplacements obtenus par les deux calculs dans la direction de sollicitation x au nœud central $N22$, ainsi qu'au nœud sommet $N31$ (voir maillage de la modélisation A). Pour ce nœud sommet de la colonne, on s'attend à retrouver un déplacement maximal double de celui obtenu au nœud central pour le temps $t_i = t_m + t_H = 0{,}355\ s$.
Les références des valeurs testées sont de type ' ANALYTIQUE ' .

- Calcul avec charges ONDE_PLANE réfléchie sur les bords absorbants :

Nœud	Instant (s)	Valeur de référence (déplacement en m)	Valeur calculée	Tolérance
$N22$	2.65600E–01	1.E–03	1.020781E-03	2.1 %
$N22$	4.40000E–01	1.E–03	1.012173E-03	1.2 %
$N31$	3.54400E–01	2.E–03	2.040425E-03	2.0 %

- Calcul avec charges définies par DEFI_CHAR_SOL sur les bords absorbants :

Nœud	Instant (s)	Valeur de référence (déplacement en m)	Valeur calculée	Tolérance
$N22$	2.65600E–01	1.E–03	1.002706E-03	0.3 %
$N22$	4.40000E–01	1.E–03	9.919599E-04	0.8 %
$N31$	3.54400E–01	2.E–03	1.988297E-03	0.6 %

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

11 Synthèse des résultats

On retrouve par le calcul avec les huit modélisations, quantitativement, les valeurs des maxima de déplacement égaux à l'amplitude maximale du signal et les valeurs des instants correspondants et qualitativement, le retour au repos après le passage de l'onde réfléchie.

Les résultats obtenus avec les opérateurs DYNA_VIBRA et DYNA_NON_LINE sont très proches. La différence provient de l'obtention à chaque pas de temps de l'état d'équilibre des efforts du second membre avec l'opérateur DYNA_NON_LINE, ce qui explique que ses résultats sont en général un petit peu meilleurs même avec un pas de temps plus grand. Cette différence reste toutefois minime car le pas de temps utilisé avec DYNA_VIBRA est suffisamment petit.

On remarque enfin que les résultats avec maillages quadratiques sont un peu moins bons, surtout avec le maillage tétraédrique.

La modélisation A permet de tester l'utilisation des matrices de masse diagonale des éléments isoparamétriques 3D avec les éléments absorbants.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)